

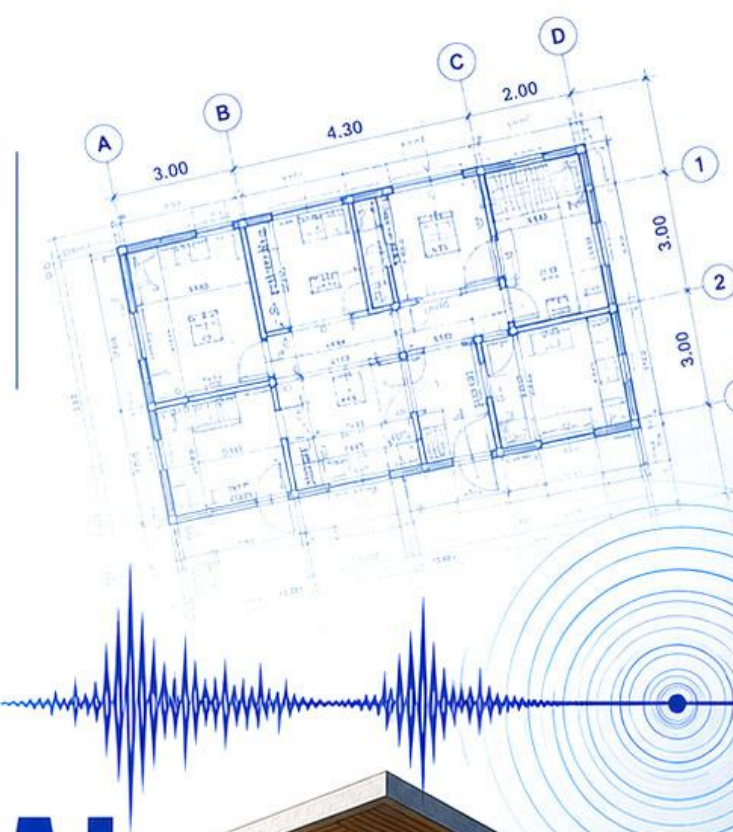


ANÁLISIS SÍSMICO Y ESTRUCTURAL

DE UNA VIVIENDA CON LA

NUEVA NORMA

E.030-2026



Miguel Angel
Rivera Ospina



Christian Edinson
Murga Tirado



Misael Cipriano
Joaquín Vasquez



José Antonio
Cóndor Socualaya



Gustavo Richard
Veliz Espinoza



Hernan
Pacheco Meza



UNID
UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

Análisis sísmico y estructural de una vivienda con la nueva Norma E.030-2026

Método matricial paso a paso, implementación en Python y validación numérica

AUTORES:

© **Miguel Angel Rivera Ospina**

0009-0006-0354-0346

Christian Edinson Murga Tirado

0000-0001-9672-3198

Misael Cipriano Joaquín Vasquez

0009-0001-3205-8886

José Antonio Cóndor Socualaya

0009-0007-4464-8393

Gustavo Richard Veliz Espinoza

0000-0003-1080-5876

Hernan Pacheco Meza

0009-0009-3742-916

EDITADA POR:

© **UNIVERSIDAD INTERAMERICANA PARA EL DESARROLLO (UNIDX) - FONDO EDITORIAL “EXPONENCIAL”**

DIRECCIÓN: AV. BOLIVIA NRO. 626 (A 2 CDRAS DE AV. ALFONSO UGARTE) BREÑA, LIMA, LIMA, PERÚ.

ISNI: 0000 0004 6101 3964

<https://isni.org/isni/0000000461013964>

Name: Inter-American Development University

Universidad Interamericana para el Desarrollo

Location / Nationality: Peru Bolivar

Correo: fondoeditorial@unidx.edu.pe

Portal Web: <https://unidx.edu.pe>

Primera edición digital: Agosto del 2026

Libro digital disponible en: <https://fondoeditorial.unidx.edu.pe>

Hecho el depósito legal en La Biblioteca Nacional Del Perú N° 2026-08979

ISBN: 978-612-99367-8-9

DOI: <https://doi.org/10.56275/5rdyiw31>

REVISIÓN POR PARES CIEGOS APROBADO POR EL CONSEJO EDITORIAL DEL FONDO EDITORIAL “EXPONENCIAL”.

LIBRO RESULTADO DE INVESTIGACIÓN Y CON REVISIÓN POR PARES CIEGOS.

SELLO EDITORIAL: FONDO EDITORIAL (978-612-99120)

LIMA - PERÚ

2026

Análisis sísmico y estructural de una vivienda con la nueva Norma E.030-2026: método matricial paso a paso, implementación en Python y validación numérica

Primera edición digital, 2026.



NOTA DE TRANSPARENCIA SOBRE ASISTENCIA TECNOLÓGICA

En la preparación de esta obra los autores emplearon herramientas de asistencia basadas en inteligencia artificial como apoyo en tareas de edición, organización del texto y generación de figuras a partir de los datos calculados. Todos los métodos, cálculos, resultados y conclusiones fueron desarrollados, ejecutados y verificados por los autores, quienes asumen la plena responsabilidad intelectual y técnica del contenido. Ningún resultado numérico del libro fue producido por un sistema de inteligencia artificial: todos provienen del motor de cálculo de los autores y de su validación cruzada con OpenSeesPy. Ese motor de cálculo, que implementa el método y reproduce los análisis del libro, se publica abierto, bajo licencia MIT, en el repositorio público <https://github.com/Mikisbell/rigidez-e030>, de modo que cualquier lector puede auditar el código y regenerar los resultados por su cuenta.



ÍNDICE DE CONTENIDO

NOTA DE TRANSPARENCIA SOBRE ASISTENCIA TECNOLÓGICA.....	4
ÍNDICE DE CONTENIDO	5
ÍNDICE DE TABLAS.....	12
ÍNDICE DE FIGURAS.....	14
NOTACIÓN Y SIMBOLOGÍA	17
Convenciones de unidades	17
Geometría y materiales	17
Cargas (Norma E.020) y combinaciones (Norma E.060)	18
Método matricial de rigidez (Capítulos 3 y 4).....	18
Análisis sísmico (Norma E.030-2026)	19
Diseño en concreto armado (Norma E.060)	21
Cimentación	21
Acrónimos y siglas	21
CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN.....	23
Qué vas a encontrar en este libro.....	23
1.1 Por qué este libro	23
1.2 Qué ofrece esta obra.....	24
1.3 Marco filosófico: pedagogía de la transparencia.....	25
1.4 Marco científico: la solidez de la mecánica clásica	25
1.5 Marco tecnológico: plataforma abierta y reproducibilidad real	26
1.6 Relevancia social: la seguridad de la vivienda peruana común	27
1.7 Cómo está pensado este libro para que se aprenda	27
1.8 A quién sirve y cómo leerlo	28
1.9 Estructura de la obra	29
CAPÍTULO 2. EL CASO DE ESTUDIO: ARQUITECTURA Y ESTRUCTURACIÓN.....	31
Objetivos de aprendizaje.....	31
2.1 La edificación: vivienda unifamiliar de dos pisos en Huancayo.....	31
2.2 Configuración estructural.....	33
2.3 Criterios de estructuración.....	34
2.4 Los planos del proyecto.....	35
2.5 Datos para el análisis	47
CAPÍTULO 3. LOSAS ALIGERADAS BAJO CARGAS DE GRAVEDAD	49
Objetivos de aprendizaje	49
3.1 TIPOLOGÍA DEL SISTEMA DE PISO.....	50

3.1.1 Descripción general del sistema.....	50
3.1.2 Justificación del comportamiento unidireccional	50
3.1.3 Composición de la vigueta.....	50
3.1.4 Recortes de losa y tipos de vigueta	50
3.2 NORMATIVA Y CRITERIOS DE ANÁLISIS	51
3.2.1 Marco normativo aplicable.....	51
3.2.2 Control de deflexiones.....	51
3.2.3 Criterio de análisis estructural	52
3.3 METRADO DE CARGAS DE LA LOSA	52
3.3.1 Planteamiento del metrado.....	52
3.3.2 Valores unitarios de carga (Norma E.020).....	52
3.3.3 Metrado por vigueta.....	53
3.3.4 Consideraciones y mejoras del metrado.....	55
3.4 IDEALIZACIÓN ESTRUCTURAL Y TIPOS DE VIGUETA.....	57
3.4.1 Idealización como viga continua sobre apoyos simples.....	57
3.4.2 Los tres tipos de vigueta según los recortes de losa.....	57
3.4.3 Vigas chatas de borde (trimmers) y elemento de diseño gobernante	58
3.5 ANÁLISIS MATRICIAL DE LA VIGUETA (MÉTODO DIRECTO DE RIGIDEZ)	60
3.5.1 Idealización estructural.....	61
3.5.2 Matriz de rigidez del elemento y ensamble (método directo de rigidez)	61
3.5.3 Momentos de empotramiento perfecto y cargas nodales equivalentes.....	63
3.5.4 Resolución del sistema $KU = F$	63
3.5.5 Momentos y cortantes finales (patrón E1, todos los tramos cargados)	64
3.5.6 Alternancia de carga viva (los cinco patrones).....	64
3.5.7 Envolvente de la vigueta V-1 (Nivel 1).....	65
3.5.8 Verificación de las viguetas cortadas V-2 y V-3: la V-1 gobierna el diseño	65
3.6 ENVOLVENTES DE DISEÑO DE LA VIGUETA	67
3.6.1 Definición de la envolvente.....	67
3.6.2 Envolvente Nivel 1 (entrepiso vivienda, $Wu = 472$ kgf/m).....	67
3.6.3 Envolvente Nivel 2 (azotea, $Wu = 320$ kgf/m).....	67
3.6.4 Tabla envolvente comparada N1 vs N2	68
3.6.5 Observaciones para el armado.....	68
3.7 DISEÑO POR FLEXIÓN DE LA VIGUETA (E.060, Capítulo 10)	69
3.7.1 Datos de la sección y materiales	69
3.7.2 Acero positivo ($As +$) en los vanos, sección T	70
3.7.3 Acero negativo ($As -$) en apoyos B y C, sección rectangular	70

3.7.4 Cuantía mínima de aligerados (E.060, 10.5)	71
3.7.5 Cuantía máxima y verificación de sección sub-reforzada (E.060, 10.3.4)	72
3.7.6 Tabla resumen del diseño por flexión (Nivel 1, gobernante)	72
3.8 VERIFICACIÓN POR CORTANTE DE LA VIGUETA (E.060, Capítulo 11)	73
3.8.1 Criterio normativo para aligerados	73
3.8.2 Datos de diseño	73
3.8.3 Cálculo de la resistencia del concreto (verificación a mano)	73
3.8.4 Comparación y conclusión	74
3.9 VERIFICACIÓN DE DEFLEXIÓN DE LA VIGUETA (E.060, Art. 9.6)	74
3.9.1 Alcance y procedencia de los resultados	74
3.9.2 Control por peralte mínimo (E.060, Tabla 9.1)	74
3.9.3 Deflexión de servicio calculada (E.060, Art. 9.6)	75
3.9.4 Comparación contra límites y conclusión	76
Lo esencial de este capítulo	76
Capítulo 3: Ejercicios de losas aligeradas bajo cargas de gravedad (vigueta continua, alternancia de carga y diseño E.060)	78
Ejemplo desvanecido: de la carga última al momento de diseño	78
Ejercicios propuestos	80
Solucionario	81
CAPÍTULO 4. PÓRTICOS BAJO CARGAS DE GRAVEDAD	88
Objetivos de aprendizaje	88
4.1 Metrado de cargas de las vigas	89
4.1.1 Reparto de la losa hacia las vigas	89
4.1.2 Datos de secciones y cargas unitarias (Norma E.020)	90
4.1.3 Metrado del pórtico S-Y (eje B)	90
4.1.4 Metrado del pórtico S-X (eje 2)	91
4.2 Modelamiento e idealización de los pórticos	92
4.3 MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ PARA PÓRTICOS PLANOS	94
4.3.1 Idealización y grados de libertad	94
4.3.2 Matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales	95
4.3.3 Matriz de transformación de coordenadas T	97
4.3.4 Ensamble de la matriz de rigidez global	98
4.3.5 Fuerzas de empotramiento perfecto y cargas nodales equivalentes	98
4.3.6 Resolución del sistema $KU = F$	99
4.3.7 Retro-sustitución: fuerzas internas, DMF y DFC	100
4.4 PÓRTICO S-X (EJE 2): DIAGRAMAS POR CARGA MUERTA Y CARGA VIVA	100

4.4.1 Condición de carga del pórtico	100
4.4.2 Diagramas por carga muerta (CM)	100
4.4.3 Diagramas por carga viva (CV): estado nulo	102
4.4.4 Participación de las columnas	104
4.5 PÓRTICO S-Y (EJE B): DIAGRAMAS POR CARGA MUERTA Y CARGA VIVA	104
4.5.1 Diagramas por carga muerta (CM)	105
4.5.2 Diagramas por carga viva (CV).....	106
4.6 ALTERNANCIA DE CARGA VIVA (DAMEROS) EN EL PÓRTICO S-Y	108
4.6.1 Fundamento de la alternancia	108
4.6.2 Patrones de carga viva evaluados.....	109
4.6.3 Efecto de la alternancia sobre las solicitaciones de carga viva.....	109
4.6.4 Envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$	109
4.6.5 Nota sobre la envolvente de diseño definitiva (capítulo 6)	110
4.6.6 Pórtico S-X: no aplica alternancia.....	111
Lo esencial de este capítulo	111
Capítulo 4. Ejercicios de pórticos de gravedad (método matricial de rigidez con matriz de transformación)	112
Ejemplo desvanecido: del pórtico al momento de diseño por el método matricial.....	112
Ejercicios propuestos	114
Solucionario	115
CAPÍTULO 5. ANÁLISIS SÍSMICO CON LA NUEVA NORMA E.030-2026	124
Objetivos de aprendizaje	124
5.1 Parámetros sísmicos (Norma E.030)	126
5.1.1 Justificación de los parámetros	127
5.1.2 Factor de amplificación sísmica C para el cortante estático.....	128
5.1.3 Tablas de referencia de la Norma E.030-2026	129
5.2 Metrado del peso sísmico	132
5.2.1 Criterio del peso sísmico	132
5.2.2 Metrado de la carga muerta y viva por nivel	132
5.2.3 Peso sísmico por nivel.....	134
5.3 Fuerza cortante basal y distribución en altura	135
5.3.1 Período fundamental	135
5.3.2 Fuerza cortante basal.....	135
5.3.3 Distribución de la fuerza cortante en altura.....	136
5.4 Estados de carga sísmica en las direcciones X e Y con excentricidad accidental....	137
5.4.1 Direcciones de análisis	137

5.4.2 Excentricidad accidental	138
5.4.3 Definición de los cuatro estados de carga	138
5.4.4 Momento torsor accidental por nivel	139
5.4.5 Envoltentes de diseño	139
5.5 ANÁLISIS PSEUDO-TRIDIMENSIONAL POR RIGIDEZ LATERAL	140
5.5.1 Fundamento del análisis pseudo-tridimensional	140
5.5.2 Condensación estática: de la matriz del pórtico a la rigidez lateral	141
5.5.3 Matriz de transformación cinemática G_i	142
5.5.4 Ensamble de la rigidez de piso tridimensional	143
5.5.5 Solución del sistema y desplazamientos del diafragma	144
5.5.6 Reparto de la fuerza sísmica por pórtico	145
5.5.7 Enlace con el análisis del pórtico plano bajo sismo	147
5.5.8 Alcance del método desplegado	147
5.6 DERIVAS DE ENTREPISO Y VERIFICACIÓN	147
5.6.1 Definición de la deriva de entrepiso	147
5.6.2 Cálculo de las derivas por dirección y entrepiso	148
5.6.3 Verificación contra el límite reglamentario	149
5.6.4 Veredicto de la verificación	150
5.7 DIAGRAMAS DMF Y DFC DE SISMO DE LOS PÓRTICOS	150
5.7.1 Planteamiento: de la fuerza de piso a las cargas nodales del pórtico	151
5.7.2 Pórtico S-X (eje 2): DMF y DFC de sismo	151
5.7.3 Pórtico S-Y (eje B): DMF y DFC de sismo	153
5.7.4 Síntesis y enlace con la envoltente de diseño	154
Lo esencial de este capítulo	155
Capítulo 5. Ejercicios de análisis sísmico estático (E.030-2026)	156
Ejemplo desvanecido: del peso sísmico al cortante basal estático	156
Ejercicios propuestos	158
Solucionario	159
CAPÍTULO 6. ENVOLVENTES DE DISEÑO SEGÚN LA E.060	168
Objetivos de aprendizaje	168
6.1 Combinaciones de carga última (Norma E.060, Art. 9.2)	170
6.2 ENVOLVENTE DEL PÓRTICO S-X (EJE 2)	172
6.2.1 Condición de solicitación del pórtico	172
6.2.2 Solicitaciones de las vigas por combinación	172
6.2.3 Envoltente de DMF y DFC	173
6.3 ENVOLVENTE DEL PÓRTICO S-Y (EJE B)	175

6.3.1 Condición de solicitación del pórtico	175
6.3.2 Solicitaciones de la viga del Nivel 1 por combinación	175
6.3.3 Envolvente de DMF y DFC	176
6.4 Envolvente de columnas	179
6.4.1 Pórtico S-X (eje 2)	179
6.4.2 Pórtico S-Y (eje B)	180
6.4.3 Distribución de las demandas y papel de la combinación 0,9 CM ± CS	181
6.5 Combinaciones gobernantes y lectura estructural	181
6.5.1 Lectura física: qué gobierna a quién	182
6.5.2 Validación de las combinaciones por doble camino	182
Lo esencial de este capítulo	183
Capítulo 6. Ejercicios de envolventes de diseño y combinaciones de carga (E.060, Art. 9.2)	184
Ejemplo desvanecido: de los estados separados a la combinación que gobierna	184
Ejercicios propuestos	186
Solucionario	187
CAPÍTULO 7. LA NORMA EN PERSPECTIVA: E.030-2018 FRENTE A E.030-2026	194
Objetivos de aprendizaje	194
7.1 Qué cambió en la actualización	195
7.2 El edificio de este libro bajo ambas ediciones: invariante, y por qué	197
7.3 Dónde sí muere el cambio: altura, análisis dinámico y suelos	199
7.4 Lo esencial del capítulo	202
CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES	204
Qué te llevas de este libro	204
8.1 La estructura cumple todos los requisitos normativos verificados	205
8.2 En la losa aligerada gobernó la deflexión, y el acero de apoyo lo dicta la alternancia	205
8.3 En los pórticos de gravedad gobierna el eje B; el eje 2 casi no recibe gravedad	206
8.4 El análisis sísmico estático y pseudo-tridimensional cumple la E.030 con margen	206
8.5 Las envolventes revelan dos familias de solicitaciones que el diseño debe atender por separado	206
8.6 El método del docente se implementó de forma independiente y se validó por doble camino	207
8.7 Síntesis final	207
8.8 De aquí en adelante	208
Lo esencial de este capítulo	208

ANEXO A. Trazabilidad al método del docente.....	210
1. Declaración de autoría y originalidad.....	210
2. Correspondencia conceptual entre el método del docente y el análisis del libro.....	210
3. Validación cruzada contra los ejemplos resueltos del docente	211
4. Declaración de contribuciones (estilo CRediT)	212
5. Nota sobre la contribución metodológica.....	212
6. Nota de hipótesis.....	212
BIBLIOGRAFÍA (ISO 690)	213



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1.1. Hoja de ruta de la obra según el perfil del lector

Tabla 2.1. Ficha técnica del caso de estudio: datos de entrada de los capítulos 3 a 6.

Tabla 3.1. Peso propio de losas aligeradas armadas en una sola dirección de concreto armado, con vigueta de 0,10 m de ancho y 0,40 m entre ejes (Norma E.020, RNE).

Tabla 4.1. Secciones de viga y peso propio.

Tabla 4.2. Cargas de losa por unidad de área (Norma E.020).

Tabla 4.3. Metrado del pórtico S-Y (eje B), ancho tributario = 5,0 m.

Tabla 4.4. Metrado del pórtico S-X (eje 2), vigas paralelas a las viguetas.

Tabla 4.5. Momentos y cortantes por carga muerta del pórtico S-X (eje 2), por tramo y nivel.

Tabla 4.6. Momentos y cortantes por carga viva del pórtico S-X (eje 2): estado nulo, por tramo y nivel.

Tabla 4.7. Momentos y cortantes por carga muerta del pórtico S-Y (eje B), por tramo y nivel.

Tabla 4.8. Extremos de momento y cortante por carga viva del pórtico S-Y (eje B).

Tabla 4.9. Patrones de damero de carga viva sobre la viga de dos tramos del pórtico S-Y.

Tabla 4.10. Envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ de la viga del pórtico S-Y (eje B), por sección y nivel.

Tabla 5.1. Parámetros sísmicos de la edificación, con artículo normativo y justificación (Norma E.030-2026 [1]).

Tabla 5.2a. Metrado del peso sísmico del Nivel 1 (entrepiso), sobre área en planta $A = 180,0 \text{ m}^2$.

Tabla 5.2b. Metrado del peso sísmico del Nivel 2 (azotea), sobre área en planta $A = 180,0 \text{ m}^2$.

Tabla 5.2c. Peso sísmico por nivel, $P = CM + 0,25 CV$ (Norma E.030, Art. 31 [1]).

Tabla 5.3. Distribución de la fuerza cortante en altura ($k = 1,0$).

Tabla 5.4. Momento torsor accidental por nivel y dirección ($M_{ti} = \pm F_i e_i$).

Tabla 5.5a. Reparto por pórtico en dirección X, casos individuales SX1 (+e) y SX2 (-e), y equilibrio por nivel (t).

Tabla 5.5b. Reparto por pórtico en dirección Y, casos individuales SY1 (+e) y SY2 (-e), y equilibrio por nivel (t).

Tabla 5.5c. Reparto de diseño por pórtico, dirección X (envolvente $\pm e$, t).

Tabla 5.5d. Reparto de diseño por pórtico, dirección Y (envolvente $\pm e$, t).

Tabla 5.6. Derivas de entrepiso inelásticas y verificación contra el límite E.030.

Tabla 5.7. Momentos y cortantes máximos de solo sismo de los pórticos representativos.

Tabla 6.1. Combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060 [2] y su aplicación a los pórticos planos analizados.

Tabla 6.2. Momento y cortante máximos de las vigas del pórtico S-X (eje 2) por combinación de carga última.

Tabla 6.3. Envolvente de las vigas del pórtico S-X (eje 2) por sección, tramo y nivel.

Tabla 6.4. Momentos y cortante de la viga del Nivel 1 del pórtico S-Y (eje B), tramo 1-2, por combinación de carga última.

Tabla 6.5. Envolvente de las vigas del pórtico S-Y (eje B) por sección, tramo y nivel.

Tabla 6.6. Envolvente de columnas del pórtico S-X (eje 2): momentos de pie y cabeza y cortantes, máximos y mínimos (M en tonf·m, V en t).

Tabla 6.7. Envolvente de columnas del pórtico S-Y (eje B): momentos de pie y cabeza y cortantes, máximos y mínimos (M en tonf·m, V en t).

Tabla 6.8. Solicitaciones de diseño y combinación gobernante por elemento (valores de las envolventes de los numerales 6.2, 6.3 y 6.4).

Tabla 7.1. Comparativo de parámetros sísmicos: E.030-2018 frente a E.030-2026 (Zona 3, suelo S3, categoría C, pórticos de concreto armado).

Tabla 7.2. El edificio del libro bajo ambas ediciones: cadena completa del cortante basal.

Tabla 7.3. Sensibilidad en altura: factor C del cortante estático bajo ambas ediciones ($T = h_n/35$, altura de piso 3,0 m, suelo S3/Z3 sin $\bar{V}_{s30}$).

Tabla 7.4. El mismo edificio ($T = 0,1714$ s, $C = 2,5$) bajo distintos escenarios de suelo.

ÍNDICE DE FIGURAS

Láminas del juego de planos (Capítulo 2):

Lámina 6S. Elevación frontal

Lámina 7S. Arquitectura del primer piso

Lámina 8S. Arquitectura del segundo piso

Lámina 9S. Arquitectura de la azotea

Lámina 10S. Cimentaciones

Lámina 11S. Estructural del primer piso

Lámina 12S. Estructural del segundo piso

Lámina 13S. Identificación de elementos

Lámina 14S. Niveles y ejes

Lámina 15S. Cortes del edificio

Figuras de los capítulos:

Figura 3.1. Área tributaria de la vigueta tipo, primer piso (entrepiso vivienda).

Figura 3.2. Área tributaria de la vigueta tipo, segundo piso (azotea).

Figura 3.3. Distribución de paños de losa aligerada, primer piso.

Figura 3.4. Distribución de paños de losa aligerada, segundo piso.

Figura 3.5. Idealización de la vigueta como viga continua sobre apoyos simples.

Figura 3.6. Esquemas estáticos de los tres tipos de vigueta (V-1, V-2, V-3).

Figura 3.7. Diagrama de momentos flectores de la envolvente de diseño (vigueta V-1).

Figura 3.8. Diagrama de fuerzas cortantes de la envolvente de diseño (vigueta V-1).

Figura 4.1. Idealización del pórtico S-X (eje 2). Marco plano de dos niveles con 4 columnas (ejes A, B, C, D) $0,40 \times 0,40$ m y vigas VP-X $0,30 \times 0,50$ m en tres vanos de 5,0 m. Se indican los 12 nudos y los 14 elementos, con base empotrada en la cimentación.

Figura 4.2. Idealización del pórtico S-Y (eje B). Marco plano de dos niveles con 3 columnas (ejes 1, 2, 3) $0,40 \times 0,40$ m y vigas VP-Y $0,30 \times 0,60$ m en dos vanos de 6,0 m. Se indican los 9 nudos y los 10 elementos, con base empotrada en la cimentación.

Figura 4.3. DMF del pórtico S-X (eje 2) por carga muerta.

Figura 4.4. DFC del pórtico S-X (eje 2) por carga muerta.

Figura 4.5. DMF del pórtico S-X (eje 2) por carga viva (estado nulo).

Figura 4.6. DFC del pórtico S-X (eje 2) por carga viva (estado nulo).

Figura 4.7. DMF del pórtico S-Y (eje B) por carga muerta.

Figura 4.8. DFC del pórtico S-Y (eje B) por carga muerta.

Figura 4.9. DMF del pórtico S-Y (eje B) por carga viva.

Figura 4.10. DFC del pórtico S-Y (eje B) por carga viva.

Figura 5.1. Mapa de zonificación sísmica del Perú de la Norma E.030-2026. La edificación del proyecto se ubica en Huancayo, Junín, correspondiente a la Zona 3, con factor $Z = 0,35$.

Figura 5.2. Distribución de las fuerzas sísmicas de nivel F_i en altura (perfil triangular, $k = 1,0$).

Figura 5.3. Derivas de entrepiso inelásticas por dirección (X, Y) y entrepiso frente al límite de la E.030 (0,007) para concreto armado.

Figura 5.4. DMF del pórtico S-X (eje 2) por sismo en la dirección X (SX).

Figura 5.5. DFC del pórtico S-X (eje 2) por sismo en la dirección X (SX).

Figura 5.6. DMF del pórtico S-Y (eje B) por sismo en la dirección Y (SY).

Figura 5.7. DFC del pórtico S-Y (eje B) por sismo en la dirección Y (SY).

Figura 6.1. Envoltente de DMF del pórtico S-X (eje 2), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

Figura 6.2. Envoltente de DFC del pórtico S-X (eje 2), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

Figura 6.3. Envoltente de DMF del pórtico S-Y (eje B), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

Figura 6.4. Envoltente de DFC del pórtico S-Y (eje B), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

Figura 6.5. Momento negativo del apoyo central de la viga N1 del eje B por combinación E.060; la combinación $1,25 (CM + CV) + CS$ gobierna la envoltente y la gravedad aporta el 92,8 por ciento.

Figura 7.1. Curvas $C(T)$ de la E.030-2018 ($T_p = 1,0$ s) y de la E.030-2026 ($T_p = 0,9$ s, con rama ascendente para $T < 0,2 T_p$), para suelo S3 en Zona 3. Las zonas sombreadas marcan dónde difieren las ediciones: los períodos muy cortos del espectro dinámico ($T < 0,18$ s) y todo el rango $T > 0,9$ s. El edificio del libro ($T = 0,1714$ s) queda dentro de la meseta del método estático en ambas ediciones, con $C = 2,5$.

Figura 7.2. Variación porcentual del factor C del cortante estático ($C_{2026}/C_{2018} - 1$) para la tipología del libro con número creciente de pisos. El cambio es exactamente cero hasta 10 pisos, aparece en $N = 11$ ($-4,55$ por ciento) y se estabiliza en -10 por ciento desde $N = 12$ ($T \geq 1,0$ s). El umbral exacto es $h_n = 31,5$ m, es decir $N = 10,5$ pisos.

Figura 7.3. Cortante basal V del edificio del libro bajo cuatro escenarios de caracterización del suelo. Sin medición de $\bar{V}_{s30}$, ambas ediciones coinciden (40,867 t); una medición

favorable reduce la demanda un 4,17 por ciento, y un perfil S4 (ahora tabulado en la 2026) la incrementa un 8,33 por ciento.



NOTACIÓN Y SIMBOLOGÍA

Esta sección reúne, ordenados por categoría, todos los símbolos, parámetros y acrónimos que emplean los capítulos de cálculo de la obra. Su propósito es servir de referencia rápida para el lector: cada entrada indica el significado exacto del símbolo tal como se usa en el libro y la unidad en que se expresa. Salvo indicación contraria, el libro trabaja en unidades de fuerza tonelada-fuerza (tonf, abreviada t cuando se trata de pesos y fuerzas sísmicas de nivel) y longitud metro (m); el diseño en concreto de la vigueta (Capítulo 3) se desarrolla en kilogramo-fuerza (kgf) y centímetro (cm), por ser la práctica habitual del detallado del acero. Cuando un mismo símbolo posee dos significados según el contexto, ambos se declaran de forma explícita y se advierte el capítulo en que aparece cada uno.

Convenciones de unidades

Magnitud	Unidad principal	Unidad alterna
Longitud	m	cm, mm
Fuerza	tonf (t)	kgf
Momento flector	tonf·m	kgf·cm
Carga distribuida lineal	tonf/m	kgf/m
Carga distribuida por área	tonf/m ²	kgf/m ²
Esfuerzo, módulo, resistencia	tonf/m ²	kgf/cm ²
Rigidez traslacional	tonf/m	—
Rigidez rotacional	tonf·m/rad	—
Ángulo	grados, rad	—

Geometría y materiales

Símbolo	Descripción	Unidad
L	Luz o longitud del tramo (vigüeta, viga o vano del pórtico)	m
b	Ancho tributario de la vigüeta (0,40 m); también ancho del ala de compresión de la sección T en momento positivo	m
b_w	Ancho del nervio o alma de la vigüeta (0,10 m)	m, cm
b_c	Ancho de la zona en compresión efectiva en el diseño por flexión (ala b o alma b_w según el signo del momento)	cm
h	Peralte total de la sección (de la vigüeta o de la viga)	m, cm
d	Peralte efectivo (del borde comprimido al centroide del acero de tracción)	m, cm
h_f	Espesor de la losa superior o ala de compresión del aligerado (0,05 m)	m, cm
e	Espesor total de la losa aligerada (0,25 m)	m
h_n	Altura total de la edificación medida desde el nivel de piso terminado (6,00 m)	m
h_i	Altura del entrepiso o del nivel i (3,00 m)	m
A	Área de la sección transversal del elemento	m ²
I	Momento de inercia de la sección respecto de su eje de flexión	m ⁴
I_c	Momento de inercia de la columna	m ⁴

Símbolo	Descripción	Unidad
I_v	Momento de inercia de la viga	m^4
I_g	Momento de inercia de la sección bruta (sin fisurar)	m^4
I_{cr}	Momento de inercia de la sección fisurada	m^4
I_e	Momento de inercia efectivo de Branson (sección parcialmente fisurada)	m^4
E	Módulo de elasticidad del concreto, $E = 15000\sqrt{f'_c}$	tonf/m^2 , kgf/cm^2
EI	Rigidez a flexión del elemento	$\text{tonf}\cdot\text{m}^2$
EA	Rigidez axial del elemento	tonf
f'_c	Resistencia especificada a la compresión del concreto (210 kgf/cm^2)	kgf/cm^2
f_y	Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo (4200 kgf/cm^2)	kgf/cm^2
f_r	Módulo de rotura del concreto, $f_r = 2\sqrt{f'_c}$ (E.060 9.6.2.3)	kgf/cm^2
β_1	Factor del bloque rectangular equivalente de Whitney (0,85 para $f'_c = 210$)	adimensional
γ	Peso específico del concreto armado (2,4 tonf/m^3)	tonf/m^3

Cargas (Norma E.020) y combinaciones (Norma E.060)

Símbolo	Descripción	Unidad
CM	Carga muerta (peso propio, piso terminado y tabiquería). El centro de masa se escribe completo, nunca se abrevia	tonf/m^2 , tonf/m
CV	Carga viva o sobrecarga de uso (S/C)	tonf/m^2 , tonf/m
S/C	Sobrecarga de uso según la Norma E.020 (200 kgf/m^2 vivienda, 100 kgf/m^2 azotea)	kgf/m^2
w	Carga uniformemente distribuida sobre el elemento (vigüeta o viga)	tonf/m , kgf/m
W_s	Carga de servicio, $W_s = CM + CV$	kgf/m
W_u	Carga última de diseño, $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$ (E.060, 9.2)	kgf/m , tonf/m
U	Resistencia requerida (efecto de las cargas amplificadas) en las combinaciones de la E.060. No confundir con el factor de uso U de la E.030 ni con el vector de desplazamientos U	tonf , $\text{tonf}\cdot\text{m}$
CS	Carga o acción de sismo en las combinaciones de la E.060 (equivale a SX o SY según el pórtico)	t , $t\cdot m$

Método matricial de rigidez (Capítulos 3 y 4)

Símbolo	Descripción	Unidad
K	Matriz de rigidez global de la estructura (pórtico o vigüeta) ensamblada; K_{ff} es la matriz reducida tras aplicar las condiciones de contorno	tonf/m , $\text{tonf}\cdot\text{m/rad}$
k	Matriz de rigidez del elemento; k_L en coordenadas locales, k_G en coordenadas globales, k_e del elemento genérico (6x6 por barra)	tonf/m , $\text{tonf}\cdot\text{m/rad}$

Símbolo	Descripción	Unidad
T	Matriz de transformación de coordenadas locales a globales (rotación 6x6), $k_G = T^T k_L T$. No confundir con el período T ni con los períodos T_p , T_L	adimensional
B_e	Operador de incidencia (conectividad) que localiza los grados de libertad del elemento e dentro de los de la estructura	adimensional
U	Vector solución de desplazamientos y giros nodales del sistema $KU = F$	m, rad
u	Vector de desplazamientos de un elemento o subconjunto de nudos; también el grado de libertad de desplazamiento horizontal	m
F	Vector global de cargas nodales equivalentes	tonf, tonf·m
f	Vector de fuerzas del elemento; f_e fuerzas internas de extremo, f_{emp} fuerzas de empotramiento perfecto	tonf, tonf·m
u	Grado de libertad de desplazamiento horizontal de un nudo	m
v	Grado de libertad de desplazamiento vertical de un nudo	m
θ	Grado de libertad de giro de un nudo	rad
α	Ángulo que forma el eje local de la barra con el eje global X (0 grados vigas, 90 grados columnas). No confundir con el factor de distribución α_i del sismo	grados, rad
c, s	Coseno y seno del ángulo α en la matriz de transformación	adimensional
MEP	Momento de empotramiento perfecto, $MEP = wL^2/12$	tonf·m
M_{emp}	Momento de empotramiento perfecto de la viga cargada	tonf·m
V_{emp}	Reacción (cortante) de empotramiento perfecto, $V_{emp} = wL/2$	tonf
M^+	Momento flector positivo de vano (evaluado en el punto de cortante nulo)	tonf·m
M^-	Momento flector negativo en el apoyo	tonf·m
DMF	Diagrama de momento flector	—
DFC	Diagrama de fuerza cortante	—
GDL	Grados de libertad	—

Análisis sísmico (Norma E.030-2026)

Símbolo	Descripción	Unidad
Z	Factor de zona (0,35, Zona 3)	adimensional
U	Factor de uso o importancia (1,0, Categoría C). No confundir con la resistencia requerida U de la E.060	adimensional
S	Factor de amplificación del suelo (1,20, perfil S3)	adimensional
V_{s30}	Velocidad de onda de corte promedio en los 30 m superiores del perfil de suelo, empleada para clasificar el perfil (E.030)	m/s
C	Factor de amplificación sísmica (2,5 en la plataforma del espectro para el cortante estático)	adimensional
C_T	Coeficiente para el período fundamental (35 para pórticos de concreto armado)	adimensional
T	Período fundamental de la estructura, $T = h_n/C_T$ (0,1714 s)	s
T_p	Período de la plataforma del espectro (límite de $C = 2,5$), 0,90 s	s
T_L	Período de inicio de la rama descendente del espectro, 1,60 s	s

Símbolo	Descripción	Unidad
R	Coeficiente de reducción de fuerza sísmica, $R = R_0 I_a I_p$ (8)	adimensional
R_0	Coeficiente básico de reducción (8 para pórticos de concreto armado)	adimensional
I_a	Factor de irregularidad en altura (1,00, estructura regular)	adimensional
I_p	Factor de irregularidad en planta (1,00, estructura regular)	adimensional
k	Exponente de la distribución de fuerzas en altura (1,0 para $T < 0,5$ s). No confundir con la rigidez de elemento $\mathbf{k}$ ni con la rigidez lateral condensada $\mathbf{k}^*$	adimensional
P	Peso sísmico total de la edificación (311,364 t)	t
P_i	Peso sísmico del nivel i , $P_i = CM_i + 0,25 CV_i$ (Art. 31)	t
V	Fuerza cortante basal, $V = \frac{Z U C S}{R} P$ (40,867 t)	t
V_i	Fuerza cortante de entrepiso (acumulada desde la azotea)	t
F_i	Fuerza sísmica horizontal aplicada en el nivel i	t
α_i	Factor de distribución de la cortante basal en altura, $\alpha_i = \frac{P_i h_i^k}{\sum P_j h_j^k}$	adimensional
e_i	Excentricidad accidental del nivel i (0,05 veces la dimensión perpendicular): $e_x = 0,600$ m, $e_y = 0,750$ m	m
M_{ti}	Momento torsor accidental del nivel i , $M_{ti} = \pm F_i e_i$	t·m
$\mathbf{D}$	Vector de grados de libertad del diafragma rígido (traslaciones y giro del centro de masa por nivel)	m, rad
u_0, v_0	Traslaciones del centro de masa del nivel en X y en Y	m
θ_0	Giro en planta del diafragma alrededor del eje vertical	rad
N	Número de niveles de la estructura (2)	—
$\mathbf{G}_i$	Matriz de transformación cinemática del pórtico i (proyecta el movimiento del diafragma sobre el plano del pórtico)	adimensional
$\mathbf{k}^*$	Matriz de rigidez lateral condensada de un pórtico completo (2x2 para esta casa), tras la condensación estática de Guyan	tonf/m
$\mathbf{K}_{piso}$	Matriz de rigidez de piso tridimensional, $\mathbf{K}_{piso} = \sum \mathbf{G}_i^T \mathbf{k}_i^* \mathbf{G}_i$ (6x6 para dos niveles). No confundir con $\mathbf{K}$, la rigidez global del pórtico	tonf/m, tonf·m/rad
r_i	Distancia perpendicular (brazo de palanca torsional) del pórtico i al centro de masa	m
δ_i	Desplazamiento lateral del nivel i (traslación del centro de masa) usado en el cálculo de derivas	m
δ_i/h_i	Deriva o distorsión angular de entrepiso (límite E.030: 0,007)	adimensional
SX, SY	Envoltorio de la acción sísmica en las direcciones X e Y	t, t·m
$SX1, SX2$	Estados de carga sísmica en X con torsión accidental positiva y negativa	t, t·m
$SY1, SY2$	Estados de carga sísmica en Y con torsión accidental positiva y negativa	t, t·m

Diseño en concreto armado (Norma E.060)

Símbolo	Descripción	Unidad
ϕ	Factor de reducción de resistencia: 0,90 en flexión, 0,85 en cortante (E.060 9.3). En esta obra ϕ designa siempre el factor de reducción, nunca el diámetro de barra (el refuerzo se acota en pulgadas)	adimensional
M_u	Momento flector último de diseño (demanda amplificada)	tonf·m
V_u	Fuerza cortante última de diseño (demanda amplificada)	tonf
M_n	Momento nominal resistente de la sección; ϕM_n es la resistencia de diseño	tonf·m
V_c	Resistencia nominal al cortante aportada por el concreto; ϕV_c es la de diseño	tonf, kgf
A_s	Área de acero de refuerzo por flexión; A_s^+ acero positivo (inferior), A_s^- acero negativo (superior)	cm ²
$A_{s,min}$	Área de acero mínimo por flexión (aligerados, E.060 10.5)	cm ²
$A_{s,max}$	Área de acero máximo, $A_{s,max} = \rho_{max} b_w d$	cm ²
a	Profundidad del bloque rectangular equivalente de compresión de Whitney, $a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_c}$	cm
ρ	Cuantía de acero de la sección, $\rho = A_s / (b d)$	adimensional
ρ_b	Cuantía balanceada	adimensional
ρ_{max}	Cuantía máxima, $\rho_{max} = 0,75 \rho_b$ (0,01594)	adimensional
ρ'	Cuantía de acero en compresión (0 en la vigueta)	adimensional
M_{cr}	Momento de fisuración, $M_{cr} = f_r I_g / y_t$	tonf·m
y_t	Distancia del eje neutro (centroide de la sección bruta) a la fibra extrema en tracción, en el cálculo de M_{cr}	m, cm
M_a	Momento de servicio máximo actuante en la sección de vano	tonf·m
λ	Factor de deflexión diferida (largo plazo), $\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'} (2,00)$	adimensional
ξ	Factor dependiente del tiempo para la deflexión diferida (2,0 para 5 años o más)	adimensional

Cimentación

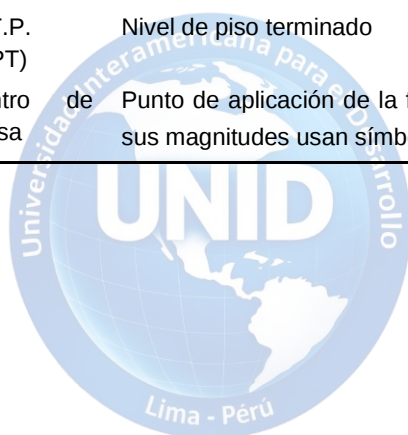
Símbolo	Descripción	Unidad
N.T.P. (NPT)	Nivel de piso terminado (cotas +0,00, +3,00, +6,00 m)	m

En este libro la base de las columnas se modela empotrada y las zapatas se predimensionan en el plano de cimentaciones (lámina 10S) pero no forman parte del modelo de análisis. En consecuencia, la obra no desarrolla el diseño geotécnico de la cimentación, de modo que no se emplean como símbolos de cálculo la capacidad portante admisible del suelo ni la profundidad de desplante de la zapata.

Acrónimos y siglas

Sigla	Significado
RNE	Reglamento Nacional de Edificaciones
E.020	Norma Técnica E.020, Cargas

Sigla	Significado
E.030	Norma Técnica E.030, Diseño Sismorresistente (edición 2026)
E.060	Norma Técnica E.060, Concreto Armado
CM	Carga muerta (metrado y combinaciones). El centro de masa se escribe completo, no se abrevia (Norma E.030)
CV	Carga viva o sobrecarga de uso
S/C	Sobrecarga de uso
CS	Carga o acción de sismo
MEP	Momento de empotramiento perfecto
DMF	Diagrama de momento flector
DFC	Diagrama de fuerza cortante
GDL	Grados de libertad
S-X, S-Y	Sismo (o pórtico analizado) en la dirección X y en la dirección Y
VP-X, VP-Y	Viga peraltada de los pórticos en X (0,30x0,50 m) y en Y (0,30x0,60 m)
VCH	Viga chata de borde (0,40x0,25 m) en los recortes de losa
V-1, V-2, V-3	Tipos de vigueta del aligerado (continua, cortada por escalera, cortada por pozo de luz)
N.T.P. (NPT)	Nivel de piso terminado
centro de masa	Punto de aplicación de la fuerza inercial del diafragma en cada nivel (se escribe completo; sus magnitudes usan símbolo: u_0, v_0, e_X, e_Y)



CAPÍTULO 1. PRESENTACIÓN

Qué vas a encontrar en este libro

Antes de entrar en la presentación formal conviene decir, en pocas líneas, qué tienes entre manos y cómo sacarle provecho. Esto no es un manual de fórmulas ni un recetario: es un edificio real, una vivienda de dos pisos de concreto armado en Huancayo, resuelto de principio a fin con la Norma E.030 en su edición 2026, con herramientas libres y con cada número verificado por dos caminos independientes. La presentación que sigue explica por qué se escribió así; este recuadro te ayuda a ubicarte antes de empezar.

- Si eres **estudiante**, lee en orden del capítulo 2 al 8 y reproduce los cálculos aplicando el método desplegado paso a paso en el libro a medida que avanzas; no pases de capítulo sin haber regenerado al menos un resultado.
- Si **enseñas el curso**, los capítulos 3 al 6 son un caso completo y verificable con la norma vigente, listo para llevar al aula como banco de casos y de criterio profesional.
- Si eres **proyectista** que necesita actualizarse, entra por el capítulo 5, sigue con el 7 y cierra con el 6: en ese orden ves qué exige la E.030-2026 y cuánto cambia respecto de la edición anterior.
- Si preparas una **tesis o titulación**, el capítulo 1 y el Anexo A te muestran cómo documentar método, autoría y validación cruzada de forma transferible a tu propio trabajo.

Sea cual sea tu puerta de entrada, el libro pide una sola cosa a cambio: que no creas ningún número por autoridad, sino que lo verifiques. Esa costumbre, y no una fórmula, es lo que estas páginas quieren dejarte.

1.1 Por qué este libro

El 28 de abril de 2026 el Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento aprobó la nueva Norma Técnica E.030 de Diseño Sismorresistente [1]. Con esa firma, todos los parámetros con los que se calcula una edificación en el Perú quedaron sujetos a un texto nuevo, y todo el material didáctico construido sobre la edición anterior quedó, en mayor o menor medida, desactualizado. Los ejemplos resueltos que circulan en las aulas, los apuntes de cátedra, las guías de titulación y buena parte de los manuales de referencia fueron escritos para una norma que ya no está vigente. El estudiante que hoy abre uno de esos textos aprende procedimientos correctos con números que ya no son los que la ley le exige aplicar.

Ese vacío documental llega, además, sobre un problema pedagógico que la profesión arrastra desde hace años. En la mayoría de los cursos de análisis estructural, y con más razón en la práctica profesional temprana, el cálculo sísmico se realiza dentro de programas comerciales que entregan resultados sin mostrar el camino. El estudiante ingresa una geometría, selecciona una norma de un menú desplegable y obtiene derivas, cortantes y envolventes que acepta porque el programa las produjo. Puede operar el software con soltura y, al mismo tiempo, ser incapaz de explicar de dónde sale la matriz de rigidez de una columna, por qué el cortante basal vale lo que vale, o qué significa condensar los grados de libertad de un pórtico. Sabe usar la herramienta; no domina el método.

La brecha entre el aula y la práctica se abre justo ahí. La universidad enseña los fundamentos con ejemplos pequeños, de dos o tres barras, que caben en una pizarra; la práctica exige edificios completos que solo caben en un programa. Entre el ejemplo de pizarra y ese programa no suele existir el eslabón intermedio: un edificio real, resuelto entero, donde cada paso del método sea visible y verificable. Cuando ese eslabón falta, el estudiante salta de las barras de juguete a la caja negra, y en el salto pierde la posibilidad de comprobar por sí mismo que entiende lo que hace.

Este libro nace para ocupar ese lugar. Su detonante es la E.030-2026 recién aprobada; su motivo de fondo es la convicción de que un ingeniero debe poder verificar lo que calcula, y de que la única forma de aprender a verificar es haber recorrido el método completo al menos una vez, sin atajos.

1.2 Qué ofrece esta obra

Esta obra presenta una edificación real resuelta de punta a punta con la norma vigente: una vivienda de concreto armado de dos pisos, ubicada en Huancayo, en la zona sísmica 3 del territorio peruano. No se trata de un edificio de laboratorio simplificado para que las cuentas salgan cómodas. Tiene los accidentes de cualquier proyecto verdadero: recortes de losa por la escalera y el pozo de luz, pórticos que reciben cargas muy distintas según su orientación, y decisiones de estructuración que hubo que justificar y, en un caso, corregir cuando la verificación de servicio lo exigió.

Sobre ese caso, el libro despliega la cadena completa del análisis estructural tal como la exige la práctica normativa peruana: el metrado de cargas según la E.020 [3], el análisis de las losas aligeradas con alternancia de carga viva, el análisis matricial de los pórticos bajo cargas de gravedad, el análisis sísmico estático y pseudo-tridimensional según la E.030-2026 [1] con su verificación de derivas, y la construcción de las envolventes de diseño con las combinaciones de la E.060 [2]. En cada etapa, el método matricial de rigidez se muestra paso a paso: la matriz del elemento se escribe completa, la transformación de coordenadas se aplica a la vista, el ensamble se sigue nudo por nudo y la condensación estática se ejecuta término a término. Nada queda dentro de una rutina opaca que el lector deba aceptar por fe.

Toda esa cadena de cálculo está implementada en Python con herramientas libres. El lector no recibe solamente los resultados: el método que los produce se despliega íntegro en estas páginas, paso a paso, de modo que puede reconstruirlo en su propia computadora y obtener los mismos números del texto, sin pagar ninguna licencia y sin depender de la buena voluntad de un proveedor. Ese código, además, se publica abierto y libre para quien prefiera ejecutarlo en lugar de reescribirlo, como se detalla en el numeral 1.5.

Y hay una tercera pieza, que distingue a esta obra de un simple ejemplo extenso: la validación numérica independiente. Cada resultado del libro fue contrastado contra OpenSeesPy [4], la biblioteca de elementos finitos de código abierto desarrollada en el ámbito de la ingeniería sísmica, con coincidencia del 0,0000 por ciento en cientos de comparaciones sistemáticas, y contra ejemplos resueltos de cátedra universitaria. Los parámetros sísmicos, además, se verificaron artículo por artículo contra el texto oficial de la E.030-2026, incluida la exigencia del factor de amplificación $C = 2,5$ para el cortante estático que establece su artículo 34.1. El lector no tiene que confiar en los autores: puede reproducir la verificación completa.

1.3 Marco filosófico: pedagogía de la transparencia

Toda obra didáctica descansa, lo declare o no, sobre una idea de cómo se aprende. La de este libro es explícita: el conocimiento de ingeniería solo es apropiable cuando el estudiante puede ver, reproducir y cuestionar cada paso del cálculo. A esa convicción la llamamos pedagogía de la transparencia.

El software comercial de caja negra produce usuarios de resultados. El usuario de resultados opera con eficacia, pero su relación con el cálculo es de confianza delegada: cree en el número porque cree en el programa, y cree en el programa porque otros creen en él. Esa cadena de confianza funciona la mayor parte del tiempo, y por eso resulta tan cómoda. Falla, sin embargo, exactamente cuando más se la necesita: cuando el modelo tiene un error de entrada, cuando la opción del menú no corresponde a la norma local, cuando el resultado es absurdo y nadie en la oficina puede explicar por qué. En esos momentos, el usuario de resultados está desarmado.

El despliegue paso a paso del método, acompañado de una implementación abierta, produce otra cosa: ingenieros capaces de verificar. El criterio de verdad que este libro adopta no es la autoridad del software, ni la del docente, ni la de los propios autores: es la verificación independiente. Un resultado se considera correcto cuando dos caminos que no comparten código, ni hipótesis de implementación, ni posibilidad de copiarse mutuamente, llegan al mismo número. Ese es el criterio operativo con el que se construyó cada capítulo, y es el criterio que el libro quiere instalar en el lector como hábito profesional.

Esta postura enlaza con un movimiento más amplio que la ingeniería comparte con toda la ciencia contemporánea: el del conocimiento reproducible. Un cálculo que solo puede repetirse con una licencia costosa, o que depende de pasos manuales indocumentados, es un cálculo que la comunidad no puede auditar. Frente a esa opacidad, aquí se propone lo contrario: todo número de esta obra puede ser regenerado por el lector, con las mismas herramientas, sin condiciones de acceso. La transparencia no es un adorno del libro; es su tesis.

1.4 Marco científico: la solidez de la mecánica clásica

El método que emplea este libro no es nuevo, y esa es precisamente su fortaleza.

El análisis matricial de rigidez es patrimonio consolidado de la mecánica estructural. Sus piezas tienen décadas de historia documentada: la formulación matricial del análisis de estructuras se remonta a los trabajos fundacionales de mediados del siglo XX en la industria aeronáutica, la teoría de vigas de Euler y Bernoulli sobre la que se construye la matriz del elemento es aún más antigua, y la condensación estática que permite reducir un pórtico a su rigidez lateral es una técnica estándar desde hace más de medio siglo. Son más de sesenta años de validación acumulada: miles de estructuras calculadas, verificadas, construidas y sometidas a sismos reales. Cuando el lector aplica el método de rigidez, no está apostando por una idea prometedora; está usando una herramienta que la profesión entera ha puesto a prueba durante generaciones.

Esa madurez tiene una consecuencia pedagógica valiosa: los mismos algoritmos que el lector verá desplegados en estas páginas son los que latén dentro de cualquier programa

comercial de análisis estructural. Entender el método de rigidez no es aprender una alternativa artesanal al software; es abrir la carcasa del software y mirar el mecanismo.

¿Dónde está entonces el aporte de esta obra, si el método es clásico? En dos lugares. El primero es la aplicación normativa: la lectura disciplinada de la E.030-2026 [1], parámetro por parámetro y artículo por artículo, sobre un edificio completo, algo que a la fecha de esta publicación no existía en la literatura didáctica disponible. El segundo es el rigor de la verificación: la implementación propia del método se sometió a validación cruzada contra una implementación independiente de elementos finitos, con coincidencia del 0,0000 por ciento, y contra ejemplos de cátedra resueltos por vía manual. La convergencia de caminos independientes, práctica central de la verificación y validación en el cálculo científico, se adopta aquí como estándar de calidad de principio a fin. El libro no reclama novedad algorítmica; reclama algo más escaso: trazabilidad total.

1.5 Marco tecnológico: plataforma abierta y reproducibilidad real

La elección tecnológica de la obra es coherente con sus marcos filosófico y científico: toda la cadena de cálculo corre sobre herramientas libres.

El motor matricial que resuelve la vivienda está escrito en Python, apoyado en NumPy para el álgebra lineal. La elección no es casual. Python es hoy la lengua franca del cálculo científico: es gratuito, corre en cualquier sistema operativo, su sintaxis se lee casi como pseudocódigo y su ecosistema numérico es maduro y está mantenido por una comunidad mundial. Para un estudiante peruano, esto significa que la barrera de entrada al cálculo profesional es una computadora corriente y una conexión para descargar software sin costo. Nada más.

El verificador independiente es OpenSeesPy, la interfaz en Python de OpenSees, la plataforma de elementos finitos desarrollada en la comunidad académica de ingeniería sísmica y usada en investigación en todo el mundo. Su papel en esta obra es preciso: OpenSeesPy no genera los resultados del libro, los contrasta. El motor propio calcula; OpenSeesPy, con su formulación implementada por otras manos y con otra arquitectura interna, recalcula; y la comparación sistemática de ambos es la que respalda cada cifra publicada.

Vale la pena precisar qué significa “reproducible” en la práctica, porque la palabra se usa con ligereza. Aquí significa esto: el lector implementa en Python, con las bibliotecas numéricas libres, el método que el libro despliega paso a paso, y obtiene los mismos números que están impresos en estas páginas. No números parecidos: los mismos. Si modifica la geometría, las cargas o los parámetros sísmicos, obtiene el edificio que él quiera estudiar, con la misma maquinaria verificada. El libro deja de ser un texto que se lee y pasa a ser un laboratorio que se opera. Ninguna universidad, docente o estudiante del país necesita presupuesto de software para reproducirlo íntegramente: el costo de la cadena completa es cero.

Y para que la reproducibilidad no dependa siquiera de reescribir el método, el código que lo implementa y regenera los análisis de este libro está disponible, abierto y libre, bajo licencia MIT, en el repositorio público <https://github.com/Mikisbell/rigidez-e030>. El libro es autocontenido: el método se explica íntegro en el texto, paso a paso, de modo que puede seguirse y reimplementarse sin acudir a ninguna otra fuente. El repositorio es el

complemento para quien quiera ejecutar el cálculo tal cual, verificarlo o adaptarlo a su propio edificio sin reescribir una sola línea. Así la promesa de reproducibilidad de esta obra deja de ser una declaración de principios y pasa a ser algo que el lector puede comprobar con un clic.

1.6 Relevancia social: la seguridad de la vivienda peruana común

El caso de estudio de esta obra no es una torre singular ni un hospital emblemático. Es una vivienda de concreto armado de dos pisos. Y esa elección es deliberada, porque la vivienda de pórticos de baja altura es la tipología más construida del Perú: es la casa de la familia que edifica su primer y segundo piso, el tejido residencial que llena las ciudades del país de norte a sur.

La paradoja es conocida por cualquiera que haya ejercido en el medio: la ingeniería más sofisticada del país se concentra en los proyectos grandes, mientras que la tipología que aloja a la mayoría de las familias se resuelve muchas veces con recetas, con planos reciclados o directamente sin ingeniería. El sismo, sin embargo, no distingue presupuestos. Cada terremoto peruano vuelve a demostrar que el grueso del daño, y del sufrimiento, se concentra en la edificación común.

La vivienda de este libro está situada en Huancayo, en la zona sísmica 3 según la zonificación de la E.030-2026 [1], que asigna a esa región una aceleración máxima del terreno de 0,35 veces la gravedad con 10 por ciento de probabilidad de excedencia en 50 años (el mapa de zonificación sísmica se reproduce en la Figura 5.1 del capítulo 5). No es la zona más severa del mapa, pero está lejos de ser benigna: la sierra central peruana tiene historia sísmica y millones de habitantes que viven, precisamente, en edificaciones como la que aquí se analiza.

Aplicar con todo rigor la norma sísmica vigente justamente a la edificación más común del país es, entonces, algo más que un ejercicio académico. Es una demostración con valor social directo: que el cumplimiento normativo verificable, con derivas comprobadas, envolventes trazables y validación numérica independiente, está al alcance de la práctica profesional cotidiana, con herramientas gratuitas y método transparente. Cada proyectista que domine este camino, cada estudiante que lo aprenda haciendo, es una vivienda mejor calculada; y detrás de cada vivienda bien calculada hay una familia más segura. Esa cadena, y no otra, es la justificación última de estas páginas.

1.7 Cómo está pensado este libro para que se aprenda

Un libro de análisis estructural puede armarse de dos maneras. Una es el catálogo: un tema por capítulo, cada uno con su ejemplito, todos independientes, como cajones de un mismo mueble que nunca se abren juntos. La otra es la que elegimos aquí. Este libro no tiene temas sueltos; tiene una sola vivienda, la de Huancayo, y todo lo demás son cortes de ese mismo edificio. Las losas, los pórticos, el sismo, el diseño no son capítulos vecinos que se ignoran: son el mismo aligerado que primero se metra, luego entra en un pórtico, después se sacude con el sismo y al final se arma. Un fenómeno real, mirado desde todos sus ángulos. Esa idea de ordenar el aprendizaje alrededor de un caso concreto, y no de una lista de tópicos, tiene nombre propio en la educación en ingeniería: es el Aprendizaje Basado en Problemas, y el marco CDIO que Crawley y sus colegas llevaron a escuelas como Aalto lo ordena en cuatro tiempos, concebir, diseñar, implementar y operar. Resuena

también, y lo decimos sin convertirlo en bandera, con la tradición finlandesa del aprendizaje basado en fenómenos que describe Kirsti Lonka. Es una influencia entre varias, no el título del libro.

De ahí se desprende la segunda decisión: profundidad antes que amplitud. Preferimos una vivienda resuelta entera y verificada al milésimo que cien ejercicios de pizarra que se olvidan al día siguiente. Cubrir menos y a fondo no es pereza; es respeto por cómo trabaja la cabeza. La teoría de la carga cognitiva de Sweller lo dice sin rodeos: la memoria de trabajo es estrecha, y un caso completo y coherente deja huella donde cien casos inconexos solo dejan ruido. Para el lector que quiera acudir a las fuentes de estos marcos: el enfoque CDIO se desarrolla en Crawley, Malmqvist, Östlund y Brodeur, *Rethinking Engineering Education: The CDIO Approach* (Springer, 2.^a ed., 2014); el aprendizaje basado en fenómenos, en Kirsti Lonka, *Phenomenal Learning from Finland* (Edita, 2018); y la teoría de la carga cognitiva, en John Sweller, *Cognitive Load During Problem Solving* (Cognitive Science, 1988).

Esa misma teoría sostiene los ejemplos desvanecidos que el lector hallará al cerrar los capítulos de cálculo. El primer nivel viene resuelto de punta a punta. En el segundo se le sueltan un par de casillas para que reconstruya el arranque y el cierre, que es donde de verdad se juega el resultado. En el tercero se retira el andamiaje y queda solo frente a la consigna. Es el gesto de quien enseña a andar en bicicleta: primero se sostiene el asiento, después se afloja la mano sin avisar, al final se corre atrás sin tocar. Y cuando el número no sale, no pasa nada grave: el error es información, no condena. Por eso cada tramo trae su “verifica tu resultado”, con la respuesta al pie.

Detrás de todo esto hay una costumbre que nos importa más que cualquier fórmula: no creerle a un número por la autoridad de quien lo firma. Ni el software, ni el docente, ni nosotros. El hábito que el libro quiere dejar instalado es verificar por dos caminos que no pueden copiarse entre sí, y desconfiar hasta que coincidan. Aprender a aprender, dicho sin solemnidad; la metacognición del ingeniero que revisa su propio trabajo antes de estampar su nombre.

Y una última decisión, que es también una postura. Todo el cálculo corre sobre herramientas libres y el método se despliega completo dentro del libro. No es un detalle técnico: es una idea de justicia. Un estudiante de Huancayo, con una computadora corriente, puede regenerar cada número de estas páginas sin pagar una licencia. Que aprender bien no dependa del bolsillo nos parece parte del diseño, no un añadido de última hora.

1.8 A quién sirve y cómo leerlo

Esta obra fue escrita para cuatro perfiles de lector, y cada uno tiene una puerta de entrada distinta. La tabla 1.1 resume el mapa de lectura.

Tabla 1.1. Hoja de ruta de la obra según el perfil del lector

Perfil		Punto de partida	Recorrido sugerido	Énfasis
Estudiante de análisis estructural	de	Capítulo 2	Lectura secuencial completa, capítulos 2 al 8, reproduciendo los cálculos con el método matricial desplegado en los capítulos de cálculo	Método matricial paso a paso (capítulos 3 y 4)
Docente de curso	del	Capítulo 3	Capítulos 3 al 6 como banco de caso completo; capítulo 1 y Anexo A para el encuadre metodológico	Alternancia de cargas, pseudo-3D desplegado, validación como recurso de aula
Proyectista de actualización	en	Capítulo 5	Capítulos 5, 7 y 6, en ese orden; luego el Anexo A de trazabilidad y validación	Qué cambió con la E.030-2026 y cuánto impacta en un edificio real
Tesista de bachiller en titulación	o en	Capítulo 1 y Anexo A	Capítulos 1, 2 y 5, luego el resto según su tema	Trazabilidad, validación cruzada y reproducibilidad como referente metodológico

El **estudiante de análisis estructural** (típicamente de séptimo ciclo en adelante) debe leer el libro en orden, porque los capítulos están encadenados con intención didáctica: cada uno introduce exactamente una novedad metodológica sobre el anterior. Su aprovechamiento se multiplica si reproduce los resultados con el método desplegado paso a paso en los capítulos de cálculo a medida que avanza: la recomendación es no pasar de capítulo sin haber reproducido al menos un resultado.

El **docente de análisis estructural** encontrará en los capítulos 3 al 6 un caso completo, verificable y con la norma vigente, listo para llevar al aula: puede asignar la reproducción de resultados como práctica, modificar los datos del edificio para generar variantes de examen, o usar la validación cruzada como ejercicio de criterio profesional.

El **proyectista joven** que necesita actualizarse a la E.030-2026 puede ir directamente al capítulo 5, donde la norma se aplica artículo por artículo, y al capítulo 7, donde se cuantifica qué cambió respecto de la edición 2018 sobre el mismo edificio. Con ese contexto, el capítulo 6 le muestra cómo aterrizan los cambios en las envolventes de diseño.

El **tesista** hallará en el capítulo 1 y en el Anexo A un referente de cómo documentar metodología, autoría y validación numérica en un trabajo de titulación: la estructura de trazabilidad de esta obra (declaración del método, implementación independiente, verificación por doble camino) es directamente transferible a una tesis o a un trabajo de suficiencia profesional.

En cuanto a los conocimientos previos: basta con los cursos de estática, resistencia de materiales y álgebra lineal básica (operaciones con matrices y solución de sistemas lineales). No se requiere experiencia previa en Python: el método se desarrolla paso a paso en el texto, con cada operación explicada, de modo que el lector puede seguir todo el razonamiento sin formación previa en programación.

1.9 Estructura de la obra

El recorrido de la obra va de lo particular a lo integrado: primero el edificio, luego sus piezas bajo gravedad, después el sismo, y al final la síntesis de diseño y el balance.

El **capítulo 2** presenta el caso de estudio: la arquitectura de la vivienda, su ficha técnica completa y las decisiones de estructuración, con el juego íntegro de planos. Es la base geométrica y de cargas sobre la que trabaja todo lo demás.

El **capítulo 3** resuelve las losas aligeradas bajo cargas de gravedad: metrado, idealización de la vigueta como viga continua, análisis matricial con la matriz de elemento desplegada, los patrones de alternancia de carga viva, las envolventes y el diseño según la E.060 [2]. Incluye un hallazgo formativo valioso: el espesor inicialmente propuesto no cumplía la verificación de deflexión, y la norma obligó a corregirlo.

El **capítulo 4** lleva el método a los pórticos completos: introduce la transformación de coordenadas, el ensamble global y la recuperación de fuerzas internas, y analiza los dos pórticos representativos del edificio, cuyo contraste de cargas resulta muy instructivo.

El **capítulo 5** es el corazón de la obra: el análisis sísmico con la E.030-2026 [1], con los parámetros justificados artículo por artículo, el cortante basal, el método pseudo-tridimensional desplegado paso a paso y la verificación de derivas.

El **capítulo 6** integra gravedad y sismo mediante las combinaciones de carga de la E.060 [2] y construye las envolventes de diseño de vigas y columnas, con una lectura estructural de qué solicitud gobierna en cada elemento y por qué.

El **capítulo 7** recalcula el mismo edificio con la E.030-2018 y compara: parámetros, cortante basal, derivas y envolventes lado a lado. Responde la pregunta que todo proyectista se hace ante una norma nueva: qué cambió y cuánto impacta.

El **capítulo 8** cierra con las conclusiones de la obra y una reflexión sobre el método transparente y reproducible como práctica profesional, retomando los marcos de este primer capítulo.

El **Anexo A** completa el compromiso de reproducibilidad: documenta la trazabilidad metodológica del análisis y la validación cruzada de cada resultado contra OpenSeesPy y contra los ejemplos resueltos de cátedra, de modo que el lector puede seguir el origen de cada cifra y comprobarla por su cuenta reaplicando el método del libro.

El lector tiene ante sí, en suma, un edificio real, un método clásico desplegado sin secretos, una norma nueva aplicada con rigor y las herramientas para comprobarlo todo por sí mismo. Lo que sigue es el recorrido.

CAPÍTULO 2. EL CASO DE ESTUDIO: ARQUITECTURA Y ESTRUCTURACIÓN

Objetivos de aprendizaje

Ningún análisis vale más que el edificio sobre el que se apoya, y por eso conviene detenerse en el caso de estudio antes de calcular nada. Este capítulo no tiene fórmulas: tiene una vivienda real, con sus dimensiones, sus planos y las decisiones que alguien tomó al estructurarla. Al cerrarlo deberías poder mirar un proyecto de vivienda común y leerlo con ojos de ingeniero. En concreto, deberías ser capaz de:

- **Reconocer** la vivienda del caso, una casa de dos pisos y azotea, de planta 15,0 por 12,0 m sobre una grilla regular de doce columnas (ejes A a D en X, 1 a 3 en Y), y ubicarla en su contexto sísmico (Huancayo, zona 3, suelo S3).
- **Leer** el juego completo de diez láminas (6S a 15S), distinguiendo las de arquitectura, las estructurales de encofrado y las de identificación de elementos, y cruzarlas con la descripción de ambientes.
- **Justificar** las decisiones de estructuración: por qué pórticos y no muros, por qué las viguetas corren en X, por qué las vigas VP-Y de 0,60 m son más peraltadas que las VP-X de 0,50 m, y por qué la regularidad es una decisión rentable y no un accidente.
- **Identificar** los accidentes reales de la losa (el hueco de la escalera y el pozo de luz) con su tratamiento mediante vigas chatas de borde, además de la azotea como nivel de carga distinto por su parapeto perimetral.
- **Extraer** de la ficha técnica (tabla 2.1) cada dato de entrada (geometría, secciones, materiales, cargas y parámetros de sitio) que consumirán, sin excepción, los capítulos de cálculo.

Todo lo que sigue en el libro se apoya en esta ficha: si dominas de dónde sale cada valor de la tabla 2.1, ningún número de los capítulos 3 a 6 te resultará arbitrario.

Todo método necesita un edificio donde probarse. Este capítulo presenta el caso de estudio que acompaña al lector durante toda la obra: una vivienda unifamiliar de dos pisos con azotea, de concreto armado, ubicada en Huancayo. Se describe primero su arquitectura, luego su configuración estructural y los criterios con que fue estructurada, se presenta el juego completo de diez láminas del proyecto y se cierra con la ficha de datos que alimenta, sin excepción, todos los cálculos de los capítulos 3 a 6.

2.1 La edificación: vivienda unifamiliar de dos pisos en Huancayo

El edificio es una vivienda unifamiliar de planta rectangular de 15,0 m por 12,0 m (180 m² por nivel), con dos pisos de 3,00 m de altura de entrepiso cada uno y una azotea accesible protegida por un parapeto perimetral de albañilería de 1,10 m de altura, según exige el Reglamento Nacional de Edificaciones para azoteas de uso transitable (norma A.020, artículo 18). La altura total del edificio, medida desde el nivel de piso terminado hasta la azotea, es $h_n = 6,00$ m; el parapeto remata en la cota +7,10 m.

La distribución arquitectónica del primer piso, con nivel de piso terminado en la cota +0,00, organiza los ambientes siguiendo los criterios de zonificación funcional y de adyacencias del Reglamento Nacional de Edificaciones (norma A.020, Vivienda): una zona social continua hacia el frente y una zona de servicio agrupada al fondo. Recorriendo la planta desde la calle, el estacionamiento abierto ocupa el módulo A-B entre los ejes 1 y 2; a su lado, el ingreso y la sala comparten el módulo B-C (ejes 1-2), y el comedor se ubica en el módulo C-D (ejes 1-2). La cocina se sitúa en el módulo C-D entre los ejes 2 y 3, inmediatamente adyacente al comedor y abierta hacia un pequeño patio de servicio, de modo que la secuencia sala, comedor y cocina forma una zona social continua a lo largo del frente y del costado derecho de la vivienda. La zona de servicio se concentra al fondo y a la izquierda: el medio baño y la lavandería comparten el módulo A-B entre los ejes 2 y 3. El núcleo de circulación vertical ocupa el módulo central B-C entre los ejes 2 y 3: una escalera en U, de dos tramos por piso, con descansos intermedios en las cotas +1,41 y +4,41, que asciende desde el primer piso hasta la azotea, acompañada por un pozo de luz pasante contiguo que ilumina y ventila el centro de la casa en todos sus niveles. El segundo piso, en la cota +3,00, aloja la zona íntima de la vivienda: tres dormitorios y dos baños, dispuestos de manera que los baños quedan apilados sobre las zonas húmedas del primer piso, lo que alinea las montantes sanitarias. La azotea, en la cota +6,00, queda como planta libre de uso ocasional, sin tabiquería, cerrada únicamente por el parapeto perimetral.

Hipótesis de uso de la azotea. Este proyecto declara de manera explícita que la azotea es de uso ocasional y de mantenimiento, no destinada a reunión ni a concentración de público. Bajo esta hipótesis, la sobrecarga de uso es de 100 kgf/m^2 ($0,100 \text{ t/m}^2$), el valor que la norma E.020 asigna en su artículo 7.1.a a un techo plano de uso ocasional o de mantenimiento [3]. La configuración real de la planta respalda la hipótesis: la azotea es un nivel de acceso de servicio, coronado por la caja de la escalera que sube desde el primer piso, los ductos de ventilación del pozo de luz y una claraboya o tapa de mantenimiento sobre los recortes de la losa del nivel 2. Nada en ella sugiere un uso de reunión; el parapeto perimetral que exige la norma A.020 es seguridad de borde para quien circula a dar mantenimiento, no señal de un uso de concentración de público.

Condición de validez del análisis. Todo el análisis sísmico de esta obra, desde el peso sísmico del capítulo 5 hasta el cortante basal y las derivas, es válido bajo la hipótesis anterior. Si el destino de la azotea cambiara, por ejemplo de terraza de reunión, a azotea verde con tierra y vegetación, o a soporte de tanques y equipos, la sobrecarga aumentaría según la norma E.020 y el análisis de masa sísmica, cortante basal y derivas debería rehacerse desde el metrado. Declarar la hipótesis de uso no es un formalismo de trámite: es el criterio de ingeniería que fija las fronteras dentro de las cuales el resultado es confiable, y por eso este libro la deja escrita antes que cualquier número.

La elección de esta tipología no es casual. La vivienda de dos pisos de concreto armado, de planta compacta y luces moderadas, es probablemente la edificación más repetida del Perú urbano: es la casa que se construye en Huancayo, en Lima, en Arequipa y en cada ciudad intermedia del país, muchas veces sin un análisis estructural formal detrás. Elegirla como caso de estudio tiene una doble intención pedagógica. Primero, el lector reconoce el edificio: sus dimensiones, sus ambientes y sus cargas le resultan familiares, y eso permite concentrar la atención en el método y no en la geometría. Segundo, demostrar el análisis

completo y transparente de la edificación más común es la mejor manera de argumentar que el cálculo riguroso no es un lujo reservado a los grandes proyectos: si una casa de dos pisos puede analizarse por completo, con cada matriz y cada combinación a la vista, ninguna edificación queda excusada de hacerlo.

Huancayo aporta, además, el contexto sísmico que da sentido al corazón de la obra: la ciudad se ubica en la zona sísmica 3 del territorio peruano ($Z = 0,35$) sobre suelos que, para este caso, se clasifican como intermedios (perfil S3). El capítulo 5 desarrolla en detalle estos parámetros con la norma E.030 en su edición 2026.

2.2 Configuración estructural

La estructura es un sistema de pórticos de concreto armado en las dos direcciones, sin muros estructurales ni placas: la totalidad de la resistencia y de la rigidez lateral la aportan las columnas y las vigas peraltadas trabajando en marco.

La planta se ordena sobre una grilla regular de doce columnas: cuatro ejes verticales en la dirección X, denominados A, B, C y D, separados 5,00 m entre sí (tres vanos), y tres ejes horizontales en la dirección Y, denominados 1, 2 y 3, separados 6,00 m entre sí (dos vanos). El resultado son cuatro pórticos de dos vanos en la dirección Y (los de los ejes A, B, C y D, con luces de 6,00 m) y tres pórticos de tres vanos en la dirección X (los de los ejes 1, 2 y 3, con luces de 5,00 m). El centro de masa de la planta coincide con su centro geométrico, en las coordenadas (7,5; 6,0) m.

Los elementos estructurales son:

- **Columnas de 0,40 m x 0,40 m** en las doce intersecciones de la grilla, continuas desde la cimentación hasta la azotea, con momento de inercia $I_c = 0,0021333 \text{ m}^4$.
- **Vigas peraltadas VP-X de 0,30 m x 0,50 m** en los pórticos de los ejes 1, 2 y 3 (luz de 5,00 m), con $I_v = 0,0031250 \text{ m}^4$.
- **Vigas peraltadas VP-Y de 0,30 m x 0,60 m** en los pórticos de los ejes A, B, C y D (luz de 6,00 m), con $I_v = 0,0054000 \text{ m}^4$.
- **Losa aligerada unidireccional de 0,25 m de espesor** en los dos niveles de techo, con viguetas de 0,10 m de alma espaciadas a 0,40 m que corren en la dirección X, ladrillo de techo de 0,30 x 0,30 ($h = 0,20 \text{ m}$) y losa superior de 0,05 m.
- **Vigas chatas de borde VCH de 0,40 m x 0,25 m** en los contornos de los recortes de losa (hueco de escalera y pozo de luz), donde las viguetas se interrumpen.

Obsérvese que las vigas no son iguales en las dos direcciones, y la diferencia tiene una razón que el lector verá nacer en el capítulo 3: las viguetas de la losa corren en X y descargan sobre las vigas de los ejes A, B, C y D, que además salvan la luz mayor (6,00 m); esas vigas VP-Y necesitan el peralte de 0,60 m para satisfacer el control de deflexiones de la norma E.060, mientras que las VP-X, de luz menor y carga tributaria reducida, cumplen con 0,50 m [5]. El propio espesor de la losa, $e = 0,25 \text{ m}$, es el resultado de una verificación de deflexión que se desarrolla como hallazgo formativo en el capítulo 3: el espesor habitual de 0,20 m no cumple para la luz de 5,00 m de la vigueta.

Los materiales son los estándares de la construcción peruana de vivienda: concreto de resistencia $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ y acero de refuerzo de fluencia $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$. El módulo

de elasticidad del concreto se toma de la expresión de la norma E.060, $E = 15000 \sqrt{f'_c}$, que arroja $E = 217370,65 \text{ kgf/cm}^2$, equivalente a $2173706,5 \text{ tonf/m}^2$, el valor que usan todas las matrices de rigidez del libro. La base de las columnas se modela empotrada; las zapatas se predimensionan en el plano de cimentaciones, pero no forman parte del modelo de análisis.

Esta configuración es **regular tanto en planta como en altura**, y conviene detenerse en por qué. En planta, el contorno es un rectángulo sin entrantes ni esquinas reentrantes significativas, los ejes estructurales son continuos de extremo a extremo, y el centro de masa coincide con el centro geométrico, de modo que no existen irregularidades torsionales, de esquinas entrantes ni de discontinuidad del diafragma; los únicos recortes de losa (escalera y pozo de luz) son de dimensiones menores frente a los 180 m^2 de la planta. En altura, los dos entresijos tienen la misma altura de $3,00 \text{ m}$, las columnas mantienen su sección de $0,40 \times 0,40$ en toda la elevación y las masas de los niveles son del mismo orden, de modo que no hay piso blando, piso débil ni irregularidad de masa. En el lenguaje de la norma E.030, los factores de irregularidad valen $I_a = 1,0$ e $I_p = 1,0$, y el coeficiente de reducción sísmica conserva su valor básico $R = R_0 = 8$ para pórticos de concreto armado. Las consecuencias prácticas para el análisis son tres: el edificio califica para el método estático de fuerzas equivalentes que despliega el capítulo 5, el reparto de fuerzas entre pórticos puede resolverse con el modelo pseudo-tridimensional de rigidez lateral sin correcciones por irregularidad, y el factor R entra completo en el cálculo del cortante basal.

2.3 Criterios de estructuración

La estructuración de un edificio es la etapa donde el ingeniero toma las decisiones que el cálculo después solo confirma o corrige. Vale la pena hacer explícitos los porqués de este proyecto, porque son los criterios que el lector aplicará en sus propias estructuras.

Por qué pórticos y no muros. Para una vivienda de dos pisos con $h_n = 6,00 \text{ m}$, la demanda sísmica en términos de desplazamiento es moderada y un sistema de pórticos bien proporcionado la controla con holgura, como demostrarán las derivas del capítulo 5, que resultan alrededor del 70 por ciento del límite normativo. A cambio, los pórticos ofrecen lo que la arquitectura de esta vivienda pide: un estacionamiento abierto sin muros hacia la calle, una planta libre de sala y comedor, y total flexibilidad para mover la tabiquería en el futuro, porque ningún tabique carga ni arriostra. Los muros estructurales se vuelven la opción natural cuando la altura crece y las derivas de un sistema aporricado dejan de cumplir; aquí serían una rigidez innecesaria que además hipotecaría la planta. La decisión tiene su precio, y el libro no lo oculta: en pórticos, las columnas quedan gobernadas por el sismo (capítulo 6) y el detallado dúctil de la E.060 es obligatorio.

Por qué la losa va en X. Una losa aligerada unidireccional debe tender sus viguetas en la dirección que produzca el menor peralte y el mejor reparto de carga. Aquí las viguetas corren en X y salvan luces de $5,00 \text{ m}$ entre los ejes A, B, C y D, la luz menor de la grilla; tenderlas en Y habría significado luces de $6,00 \text{ m}$, un peralte de losa aún mayor y deflexiones más difíciles de controlar. Con las viguetas en X, la carga de la losa desciende sobre las vigas VP-Y de los ejes laterales, que se peraltan a $0,60 \text{ m}$ para recibirla, y los pórticos de los ejes numéricos quedan con vigas VP-X de $0,50 \text{ m}$ que trabajan principalmente para el sismo y para su propio peso. La vigueta resultante es una viga

continúa de tres tramos de 5,00 m que el capítulo 3 analiza en detalle, incluyendo la alternancia de la sobrecarga.

Los recortes reales: escalera y pozo de luz. Una losa de vivienda real nunca es un paño perfecto, y este libro decidió no idealizarla. El hueco de la escalera (2,00 m x 3,40 m) y el pozo de luz pasante (2,20 m x 2,00 m) interrumpen las viguetas del paño central en ambos niveles. El tratamiento estructural es el canónico: las viguetas cortadas rematan contra vigas chatas de borde VCH de 0,40 m x 0,25 m, del mismo peralte que la losa, que recogen sus reacciones y las llevan a las viguetas o vigas adyacentes. Las láminas estructurales 11S y 12S muestran estos recortes con su identificación, y el capítulo 3 los incorpora al metrado.

La azotea como nivel de carga distinto. La azotea no es un techo cualquiera: al no tener tabiquería, su carga muerta baja a $0,450 \text{ t/m}^2$, y su sobrecarga de uso es la de azotea, $0,100 \text{ t/m}^2$, la mitad de la sobrecarga de vivienda [3]. Este valor de $0,100 \text{ t/m}^2$ es el que la norma E.020 asigna a un techo plano, de inclinación menor o igual a 3° , destinado a uso ocasional o de mantenimiento (artículo 7.1.a) [3]; la condición de azotea accesible y transitable que motiva el parapeto perimetral (norma A.020) responde a la seguridad de borde de quien circula para mantenimiento, no a un uso de reunión o concentración de público, que sí obligaría a una sobrecarga mayor. A cambio, aparece una carga que los análisis simplificados suelen olvidar: el parapeto perimetral de 1,10 m, que recorre los 54,0 m del perímetro y aporta 14,256 t de peso permanente concentrado en el nivel 2. Ese peso participa de la masa sísmica y el capítulo 5 lo incluye explícitamente.

Regularidad como decisión, no como accidente. La grilla uniforme, las alturas iguales y la continuidad de columnas no son una casualidad estética: son la decisión de estructuración más rentable que existe, porque compra el derecho a usar el método estático con R completo y sin castigos por irregularidad. El lector que estructura un edificio irregular no está haciendo un edificio más interesante; está comprando un análisis más caro y un comportamiento más incierto.

2.4 Los planos del proyecto

El proyecto queda definido por un juego de diez láminas, numeradas de 6S a 15S, que se presentan a continuación en formato apaisado, una por página. Conviene leerlas en tres grupos.

El primer grupo define el volumen y la arquitectura. La **lámina 6S** (elevación frontal) muestra el edificio desde la calle, con sus dos niveles y el remate del parapeto. Las **láminas 7S, 8S y 9S** son las plantas de arquitectura del primer piso, del segundo piso y de la azotea: en ellas se lee la distribución de ambientes descrita en la sección 2.1, con la grilla de ejes A a D y 1 a 3 siempre presente, las columnas estructurales marcadas y la advertencia de que los muros son tabiquería no estructural, ajustable en el proyecto arquitectónico definitivo sin tocar la estructura.

El segundo grupo es el estructural. La **lámina 10S** (cimentaciones) presenta las zapatas predimensionadas bajo las doce columnas; recuérdese que el modelo de análisis las representa como empotramientos. Las **láminas 11S y 12S** son los planos de encofrado de los techos del primer y del segundo piso: en ellas se ve la losa aligerada de $e = 0,25 \text{ m}$ con sus viguetas a 0,40 m corriendo en la dirección X, el cuadro de vigas con las secciones

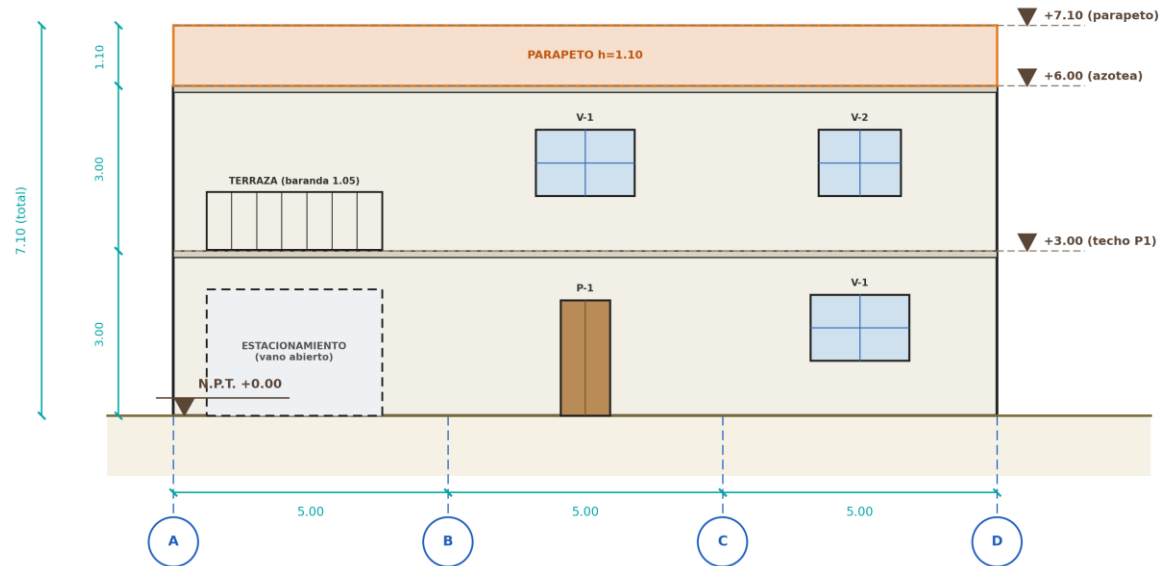
VP-X 0,30x0,50, VP-Y 0,30x0,60 y VCH 0,40x0,25, el detalle constructivo de la losa (vigüeta de 0,10 m, ladrillo de 0,30x0,30 con $h = 0,20$ m y losa superior de 0,05 m) y los recortes del hueco de escalera y del pozo de luz con sus vigas chatas de borde. Estas dos láminas son la traducción gráfica exacta del modelo que se analiza en los capítulos 3 y 4.

El tercer grupo es de lectura e identificación. La **lámina 13S** asigna la nomenclatura a cada elemento estructural (columnas y vigas por eje y nivel), que es la que usan las tablas de resultados de los capítulos 4 a 6. La **lámina 14S** consolida los niveles y los ejes: cotas +0,00, +3,00 y +6,00, y la grilla acotada de 3 x 5,00 m por 2 x 6,00 m. La **lámina 15S** cierra el juego con los cortes A-A y B-B del edificio, donde se leen de una sola mirada las alturas de entrepiso de 3,00 m, la escalera de dos tramos con descanso, las losas de los dos niveles, las zapatas y el parapeto rematando en la cota +7,10.



ELEVACIÓN FRONTAL DE VIVIENDA

Fachada frontal (eje 1, frente A-D) Esc. 1:75



LEYENDA	
	Paramento de fachada
	Parapeto h=1.10 (azotea)
	Ventana (V-1 / V-2)
	Puerta principal (P-1)
	Línea de nivel (N.P.T.)
	Eje estructural

NIVELES	
N.P.T. +0.00	Piso 1 (vivienda)
+3.00	techo P1 / Piso 2
+6.00	azotea
+7.10	tope de parapeto
VANOS DE FACHADA	
Puerta P-1	... 0.90 x 2.10
Ventana V-1	... 1.80 x 1.20 (alféizar 1.00)
Ventana V-2	... 1.50 x 1.20 (alféizar 1.00)
Frente = eje 1 (calle). Dos pisos de vivienda más azotea con parapeto h=1.10. Predimensionamiento del caso de estudio.	

Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | $f'c=210$, $f_y=4200$ Niveles +3.00 / +6.00 | parapeto +7.10 | 2 pisos + azotea

Lámina 6S. Elevación frontal

ARQUITECTURA - PLANTA BAJA (NPT +0.00)

Distribución de ambientes Esc. 1:75



LEYENDA

	Columna 0.40x0.40 (estructura)
	Muro de tabiquería (no estructural)
	Viga VP-X .30x.50 (ejes 1,2,3)
	Viga VP-Y .30x.60 (ejes A,B,C,D)
	Ventana / vano al exterior
	Puerta (con barrido)
	Pozo de luz 2.20x2.00 (fijo)
	Eje estructural

AMBIENTES - PLANTA BAJA

Estacionamiento		A-B x 1-2
Ingreso + Sala		B-C x 1-2
Comedor		C-D x 1-2
Cocina + patio serv.		C-D x 2-3
Escala en U + pozo		B-C x 2-3
1/2 Baño + Lavandería		A-B x 2-3

Frente = eje 1 (calle).
Zona social (sala-comedor-cocina) en banda continua al lado derecho; servicio al fondo-izquierdo; circulación al centro.

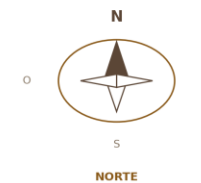
Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | $f'c=210$, $f_y=4200$ | Planta baja NPT +0.00 | grilla 4x3 | losa e=0.25

Lámina 7S. Arquitectura del primer piso

ARQUITECTURA - PLANTA ALTA (NPT +3.00)

Distribución de ambientes Esc. 1:75



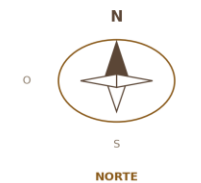
LEYENDA

- Columna 0.40x0.40 (estructura)
- Muro de tabiquería (no estructural)
- Viga VP-X .30x.50 (ejes 1,2,3)
- Viga VP-Y .30x.60 (ejes A,B,C,D)
- Baño (montante apilada sobre P1)
- Ventana / vano al exterior
- Pozo de luz 2.20x2.00 (fijo)
- Eje estructural

AMBIENTES - PLANTA ALTA

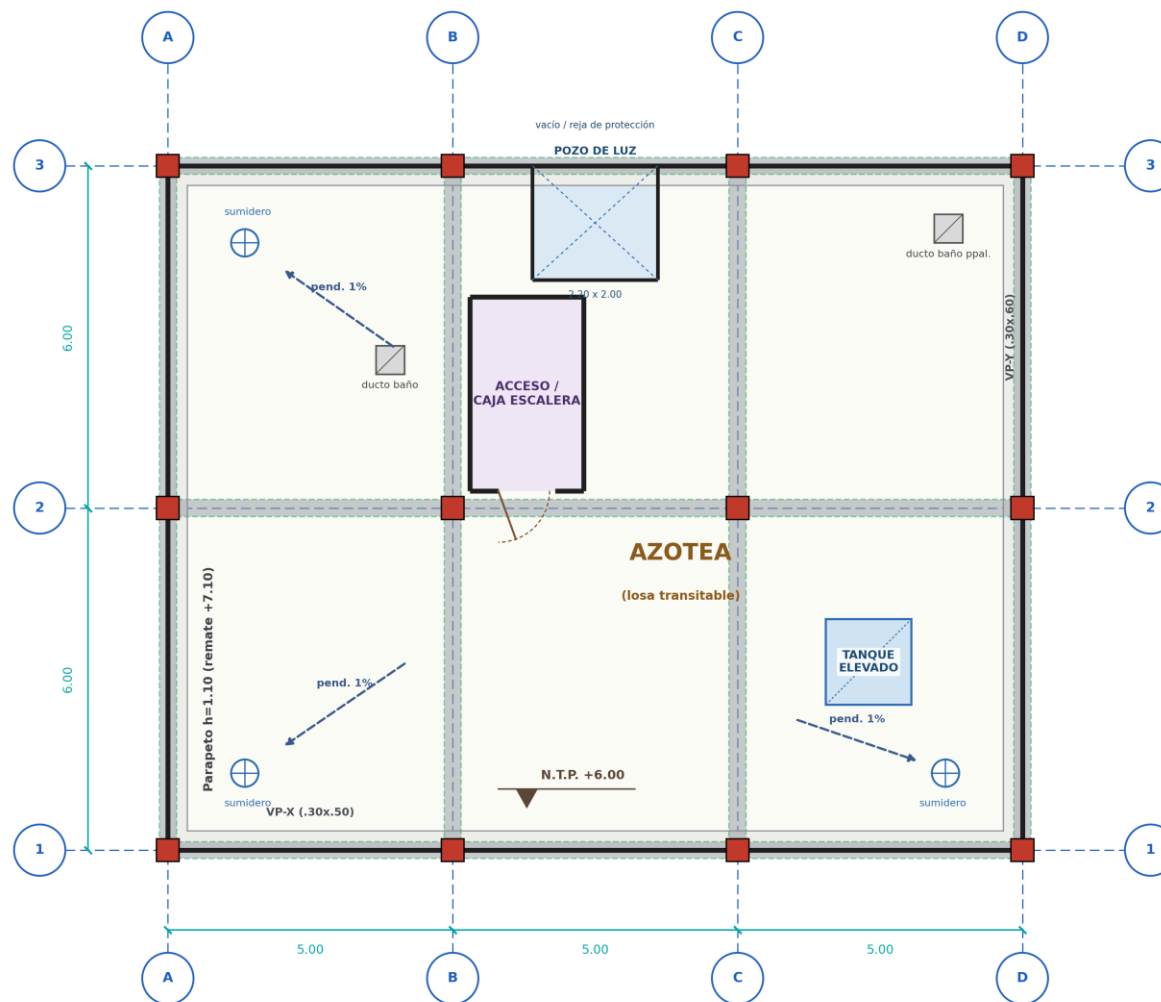
Dormitorio 2	A-B x 1-2
Dormitorio 3	B-C x 1-2
Dormitorio principal	C-D x 1-2
Baño + vestidor	A-B x 2-3
Llegada escalera + hall	B-C x 2-3
Baño principal + vest.	C-D x 2-3

3 dormitorios + 2 baños. Los baños se apilan sobre las zonas húmedas del P1 (montantes de desagüe alineados).



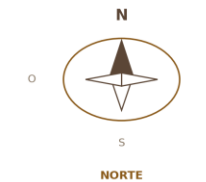
ARQUITECTURA - AZOTEA (NTP +6.00)

Parapeto, acceso, tanque y drenaje Esc. 1:75



LEYENDA	
■	Columna 0.40x0.40 (estructura)
■	Viga VP-X .30x.50 (ejes 1,2,3)
■	Viga VP-Y .30x.60 (ejes A,B,C,D)
■	Parapeto h=1.10 (muro perimetral)
■	Ducto de ventilación (baños)
○	Sumidero (drenaje pluvial)
■	Tanque elevado de agua
■	Pozo de luz (vacío)

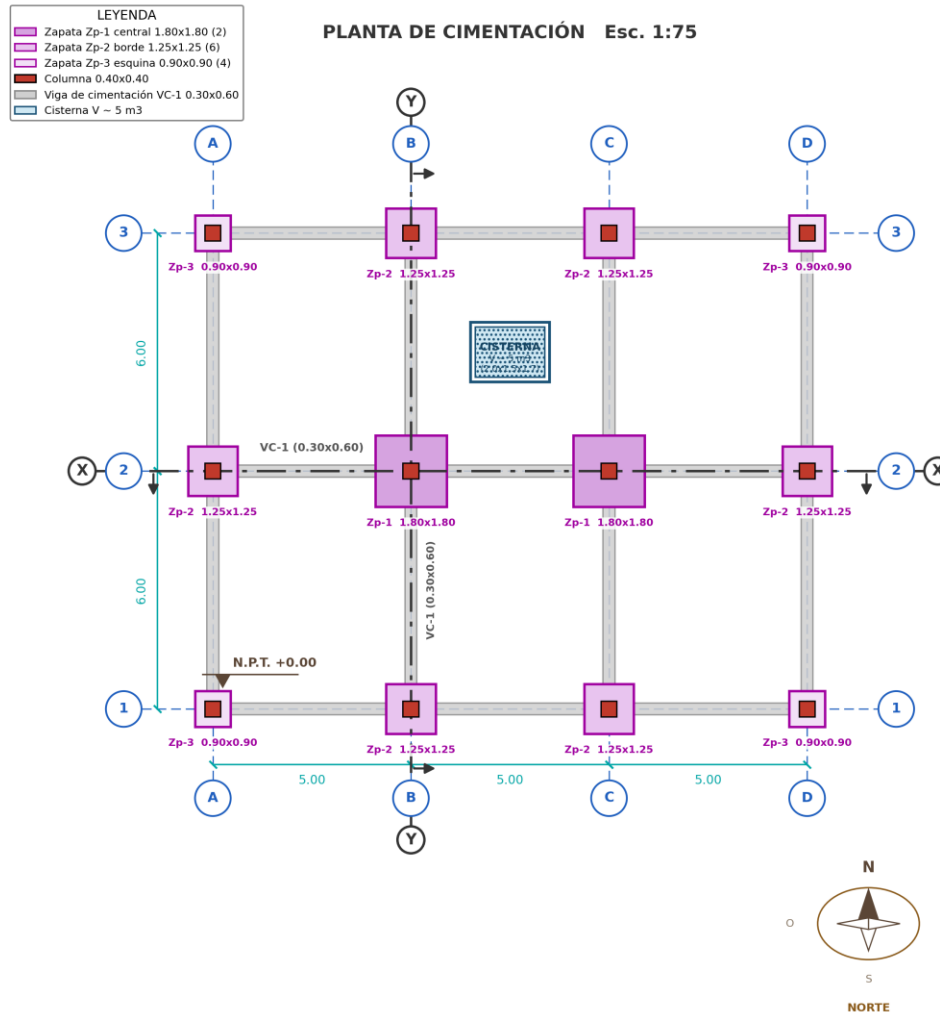
AZOTEA - NTP +6.00
 Parapeto perimetral h=1.10 (remate +7.10).
 Acceso por caja de escalera (misma vertical).
 Pozo de luz protegido con reja (vacío).
 Tanque elevado de agua.
 Ductos de ventilación de los dos baños.
 Pendiente mínima 1% hacia 3 sumideros
 para el drenaje pluvial.
 RNE A.020 Art. 18.4 (parapeto de azotea).



Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | f'c=210, fy=4200 Azotea NTP +6.00 | parapeto h=1.10 | grilla 4x3 | losa e=0.25

Lámina 9S. Arquitectura de la azotea

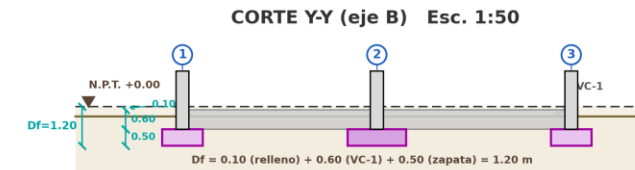
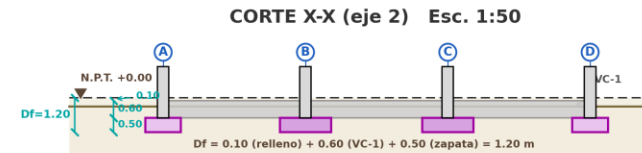
CIMENTACIÓN - Planta, cortes y detalle (12 zapatas)



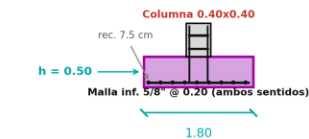
CUADRO DE ZAPATAS (12)

ETIQ.	BxLxh (m)	N	P serv (t)	A req (m ²)	qa (t/m ²)
Zp-1	1.80x1.80x0.50	2	46.57	3.105	15
Zp-2	1.25x1.25x0.50	6	23.29	1.552	15
Zp-3	0.90x0.90x0.50	4	11.64	0.776	15

P serv = 1.350 t/m² x At x 1.15 (peso propio). Áreas tributarias At: central 30.0, borde 15.0, esquina 7.5 m².



DETALLE TÍPICO ZAPATA Zp-1 Esc. 1:25



Armado de predimensionamiento del caso de estudio

NOTAS GENERALES

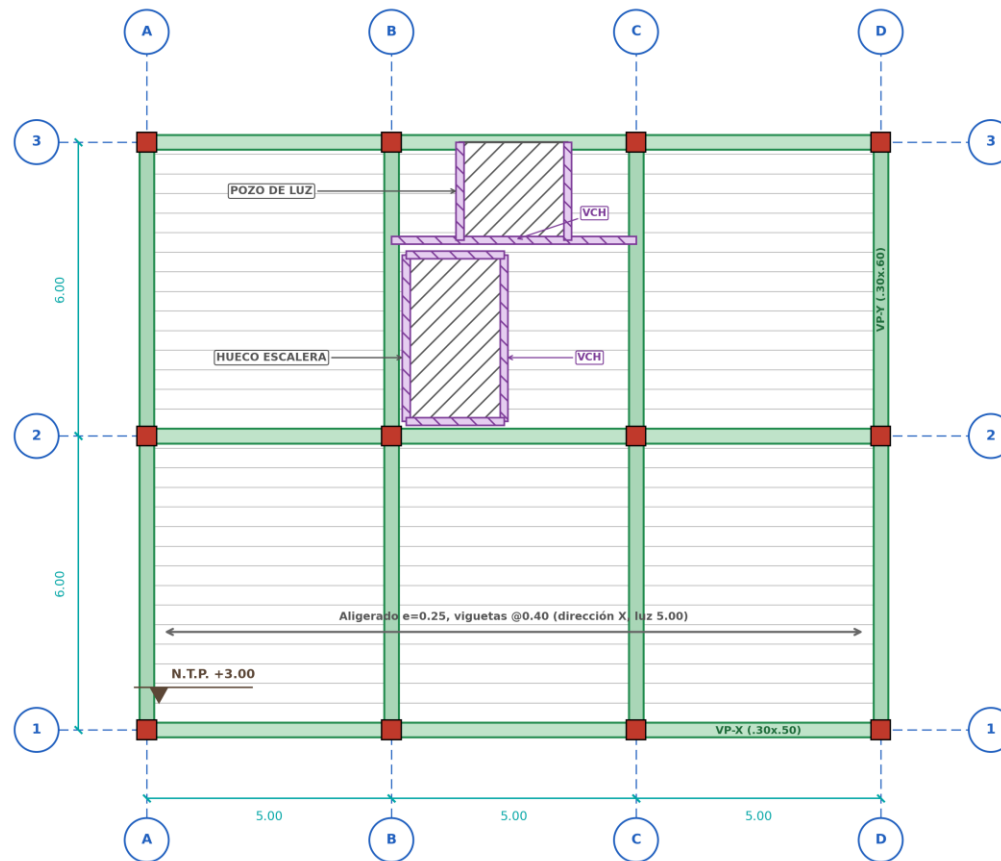
- 12 zapatas aisladas conectadas por vigas de cimentación VC-1 (0.30x0.60).
- VC-1 corre en X (ejes 1,2,3) y en Y (ejes A,B,C,D) uniendo las 12 zapatas.
- Zapatas de peralte $h=0.50 \text{ m}$, empotradas en el análisis estructural.
- Profundidad de desplante $Df=1.20 \text{ m}$.
- Armado de zapata: malla inferior 5/8" @ 0.20 en ambos sentidos, rec. 7.5 cm.
- Cisterna V ~ 5 m³ (2.0x1.5x1.7) en patio interior (entre ejes B-C y 2-3).
- $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$, columna 0.40x0.40.
- Predimensionamiento del caso de estudio.

Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | $f'c=210$, $f_y=4200$ | Cimentación NPT +0.00 | grilla 4x3, 12 zapatas | $Df=1.20 \text{ m}$, $qa=15 \text{ t/m}^2$

Lámina 10S. Cimentaciones

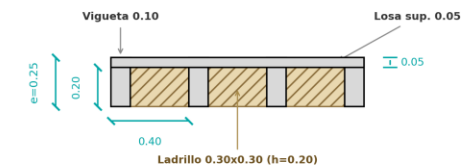
ESTRUCTURAS - ENCOFRADO DE TECHO P1 (N.T.P. +3.00)

Planta estructural de encofrado Esc. 1:75



LEYENDA

■	Columna 0.40x0.40 (estructura)
—	Viga VP-X 0.30x0.50 (ejes 1,2,3)
—	Viga VP-Y 0.30x0.60 (ejes A,B,C,D)
—	Vigueta aligerado e=0.25 (dir. X)
—	Hueco / recorte de losa
—	Viga chata de borde VCH 0.40x0.25
---	Eje estructural

Detalle losa aligerada e=0.25 Esc. 1:25

CUADRO DE VIGAS

VP-X	0.30x0.50	ejes 1,2,3	L=5.00
VP-Y	0.30x0.60	ejes A,B,C,D	L=6.00
VCH	0.40x0.25	borde recorte	var.

LOSA ALIGERADA e=0.25 (una dirección)
 Viguetas dir. X, luz 5.00, @0.40.
 Alma 0.10 + ladrillo 0.30x0.30 (h=0.20) + losa sup. 0.05.

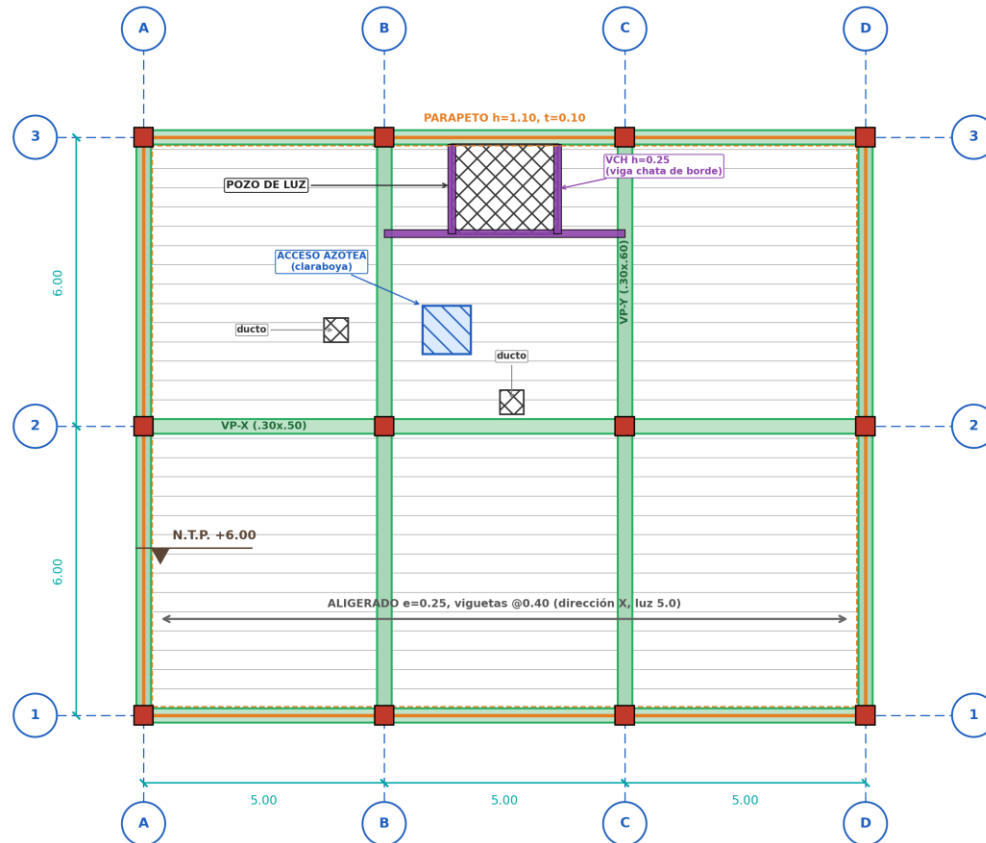
RECORTES PASANTES
 Hueco de escalera 2.00x3.40.
 Pozo de luz 2.20x2.00.
 Viguetas interrumpidas; borde con VCH.

Columnas 0.40x0.40 en 12 intersecciones.
 $f'c=210 \text{ kg/cm}^2$, $f_y=4200 \text{ kg/cm}^2$.
 Predimensionamiento del caso de estudio.



ENCOFRADO DE AZOTEA (N.T.P. +6.00)

Planta estructural, techo del 2do piso Esc. 1:75



LEYENDA

	Columna 0.40x0.40 (estructura)
	VP-X viga 0.30x0.50 (ejes 1,2,3)
	VP-Y viga 0.30x0.60 (ejes A,B,C,D)
	Vigueta aligerado e=0.25 (dir. X)
	Parapeto h=1.10 (perímetro)
	Hueco de losa: pozo de luz / ducto
	Acceso azotea (claraboya)
	VCH viga chata de borde h=0.25

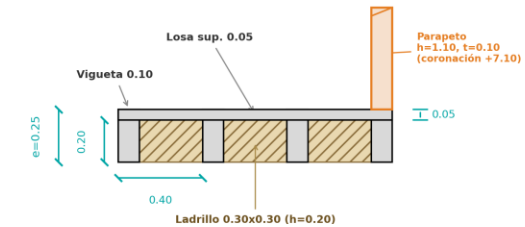


CUADRO DE VIGAS

ETIQ.	b x h (m)	Ubicación	Luz (m)
VP-X	0.30x0.50	ejes 1,2,3	5.00
VP-Y	0.30x0.60	ejes A,B,C,D	6.00
VCH	0.40x0.25	bordes recortes	var.

Columnas 0.40x0.40 en las 12 intersecciones.
VCH: viga chata de borde h=0.25 en bordes de recortes.

DETALLE LOSA ALIGERADA e=0.25 + PARAPETO Esc. 1:25



NOTAS GENERALES
 Encofrado de azotea, N.T.P. +6.00 m (último nivel).
 Losa aligerada e=0.25 m en una dirección (viguetas dir. X, luz 5.0 m).
 Parapeto perimetral h=1.10 m, t=0.10 m (RNE A.020 Art.18.4); coronación +7.10.
 Pozo de luz pasante 2.20x2.00 (hueco de losa); las viguetas se interrumpen en el borde del pozo.
 Acceso a azotea: claraboya cerca de 1.0x1.0 sobre la caja de escalera (losa-tapa).
 Dos ductos 0.50x0.50 (penetraciones menores); enmarcar con ángulo o dado.
 Viga chata de borde VCH h=0.25 perimetral al pozo (y=10.0 y x=6.40 / x=8.60).
 Viguetas: alma 0.10 + ladrillo 0.30x0.30 (h=0.20) + losa sup. 0.05; @0.40.
 Vigas peraltadas: VP-X 0.30x0.50 (ejes 1,2,3); VP-Y 0.30x0.60 (ejes A,B,C,D).
 Columnas 0.40x0.40. f'c=210 kg/cm², f_y=4200 kg/cm².
 Azotea sin tabiquería; considerar pendiente para drenaje pluvial.
 Predimensionamiento del caso de estudio.

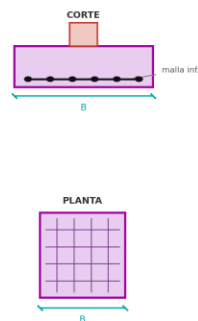
Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | f'c=210, f_y=4200 Azotea N.T.P. +6.00 | grilla 4x3 | losa e=0.25 | parapeto +7.10

IDENTIFICACIÓN DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES

Cuadros de elementos estructurales $f'c=210$, $f_y=4200$

CUADRO DE ZAPATAS

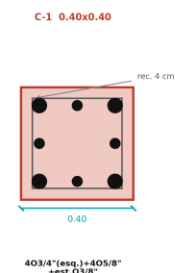
Etq.	BxLxh (m)	N	P. serv (t)	A. req (m ²)	qa (t/m ²)	Armado
Zp-1	1.80x1.80x0.50	2	46.57	3.105	15	mall. inf. 05/8" @ 0.20 a.s.
Zp-2	1.25x1.25x0.50	6	23.29	1.552	15	mall. inf. 01/2" @ 0.20 a.s.
Zp-3	0.90x0.90x0.50	4	11.64	0.776	15	mall. inf. 01/2" @ 0.20 a.s.

a.s. = ambos sentidos. qa=1.5 kg/cm² (S3, según EMS).

CUADRO DE COLUMNAS

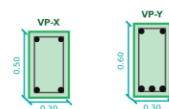
Columna	Sección	Pisos	Armado long.	Estribos
C-1	0.40x0.40	Piso 1 y 2	403/4"(esq.)+405/8" =19.28 cm ² (rho=1.21%)	03/8": 1@.05 + @.10 Lo + @.25 central

Ambos pisos con igual armado. rho=1.21% (> 1% mín. E.060).



CUADRO DE VIGAS

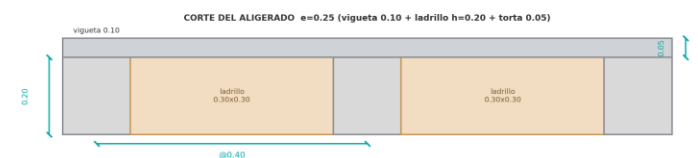
Viga	Sección	Ubic.	Luz (m)	Nivel	Armado long.	Estribos
VP-X	0.30x0.50	ejes 1,2,3	5.00	Techo P1	inf 203/4"+205/8"; sup 205/8" + bastones	03/8": 1@.05+@.10+@.20
VP-X	0.30x0.50	ejes 1,2,3	5.00	Azotea	inf 205/8" (mín); sup 205/8"	03/8": 1@.05+@.10+@.20
VP-Y	0.30x0.60	ejes A,B,C,D	6.00	Techo P1	inf 303/4"+205/8"; sup 205/8" + bastones	03/8": 1@.05+@.10+@.20
VP-Y	0.30x0.60	ejes A,B,C,D	6.00	Azotea	inf 203/4"+205/8"; sup 205/8"	03/8": 1@.05+@.10+@.20
VCH	0.40x0.25	bordes recortes	var.	Techo P1	según detalle	según detalle

Bastones () en apoyos, (x) al centro. As de las envolventes E.060.
VCH: viga chata de borde h=0.25 en bordes de recortes.

CUADRO DE LOSA

Tipo	e (m)	Composición	Dir. viguetas	Módulo
Aligerado	0.25	vigueta 0.10 + ladrillo 0.30x0.30 (h=0.20) + losa sup. 0.05	X (luz 5.0 m)	@0.40

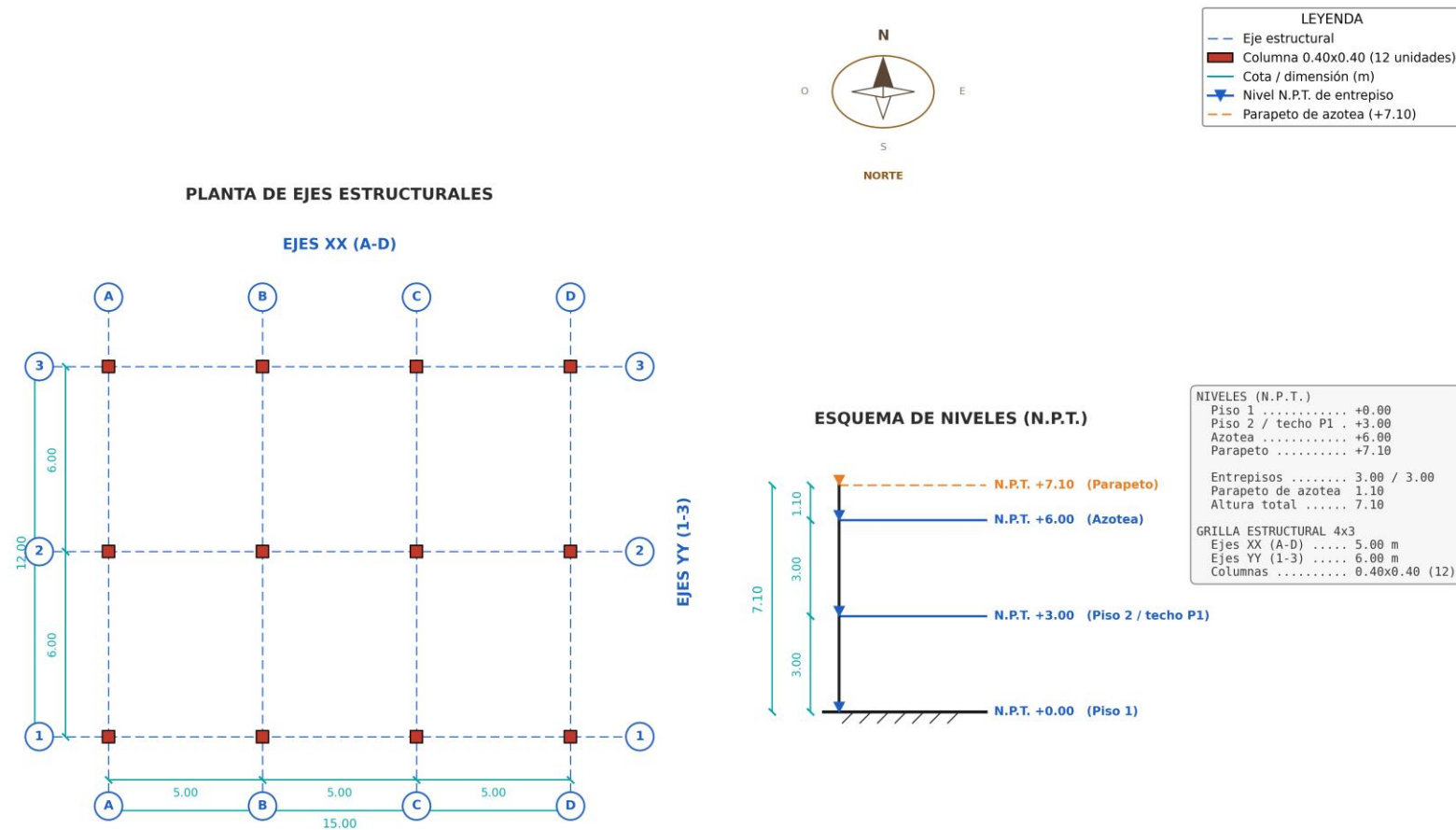
Aligerado en una dirección (X), e=0.25.



Cuadros de elementos del caso de estudio (predimensionamiento). Acero de vigas y columnas obtenido de las envolventes E.060 ($A_s = M_u / (0.9 \cdot f_y \cdot 0.9 \cdot d)$); la columna queda gobernada por la cuantía mínima 1%. Zapatas: apoyo empotrado en el análisis, dimensionadas para $q_a = 1.5 \text{ kg/cm}^2$ (S3, según EMS). $f'c = 210$, $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$. Recubrimientos: vigas y columnas 4 cm, zapatas 7.5 cm. El armado definitivo resulta del diseño por resistencia E.060.

NIVELES Y EJES ESTRUCTURALES (Ejes XX - YY)

Grilla estructural y esquema de niveles Esc. 1:75

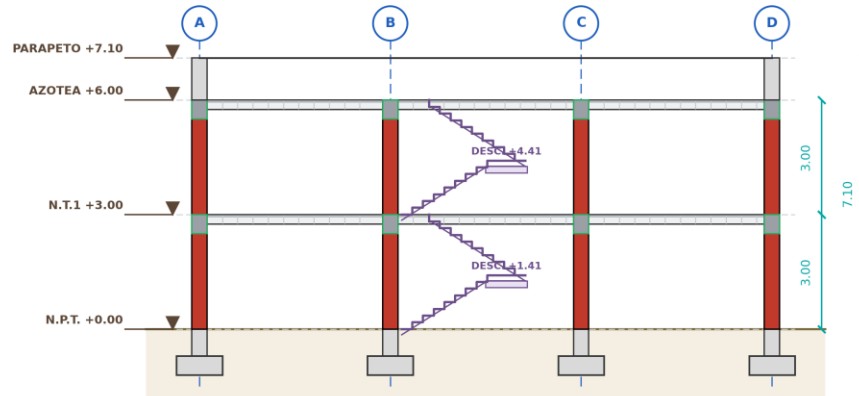
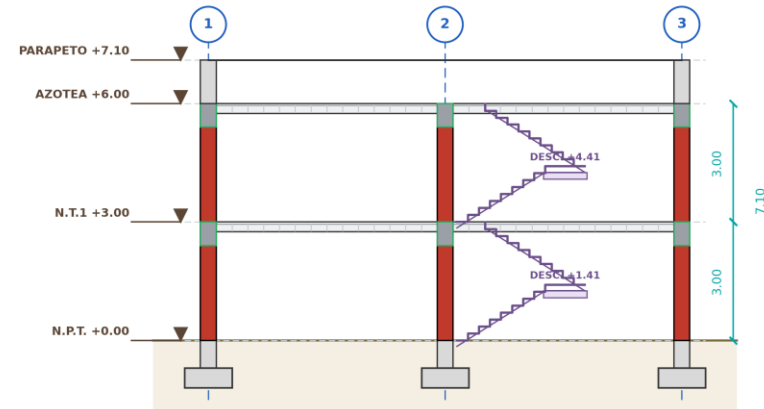
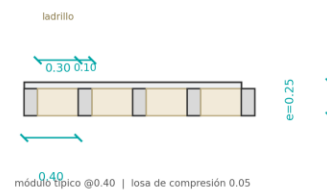


Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | $f_c=210$, $f_y=4200$ Niveles +0.00 / +3.00 / +6.00 / +7.10 | grilla 4x3 | ejes A-D (5.00) / 1-3 (6.00)

Lámina 14S. Niveles y ejes

CORTES DEL EDIFICIO A-A Y B-B

Cortes por la caja de escalera Esc. 1:50

CORTE A-A
Esc. 1:50CORTE B-B
Esc. 1:50DETALLE LOSA ALIGERADA $e=0.25$ Esc. 1:12

LEYENDA

- Columna 0.40x0.40 seccionada
- Viga peraltada (VP-X .50 / VP-Y .60)
- Losa aligerada $e=0.25$
- Zapata / pedestal / parapeto
- Escalera en U (17 pasos)
- Terreno natural
- Eje estructural
- Cota (m)

NOTAS DE LOS CORTES

Niveles: N.P.T. +0.00, N.T.1 +3.00, azotea +6.00, parapeto +7.10.
Entrepisos de 3.00 m; total 7.10 m.
Escalera en U de dos tramos con descanso: +1.41 (piso 1) y +4.41 (piso 2); 17 pasos por piso (CH 0.176, HU 0.28).
Columnas 0.40x0.40; losa $e=0.25$; $f'c=210$, $f_y=4200$.

Proyecto Consolidado-2 | Universidad Continental | $f'c=210$, $f_y=4200$ Cortes A-A (eje 2) y B-B (eje B) | escalera en U | parapeto +7.10

2.5 Datos para el análisis

Esta sección consolida, en una sola ficha, todos los datos que los capítulos de cálculo consumen. El lector que quiera reproducir cualquier resultado del libro, a mano o con cualquier herramienta de cálculo matricial, encontrará aquí cada valor de entrada; ningún capítulo posterior introduce datos nuevos del edificio.

Tabla 2.1. Ficha técnica del caso de estudio: datos de entrada de los capítulos 3 a 6.

Grupo	Parámetro	Valor
Geometría	Planta (Lx x Ly)	15,0 m x 12,0 m (área 180,0 m ² por nivel)
Geometría	Ejes en X	A, B, C, D en 0,0; 5,0; 10,0 y 15,0 m (3 vanos de 5,00 m)
Geometría	Ejes en Y	1, 2, 3 en 0,0; 6,0 y 12,0 m (2 vanos de 6,00 m)
Geometría	Niveles de losa	N1 en +3,00 m; N2 (azotea) en +6,00 m
Geometría	Alturas de entrepiso	h ₁ = h ₂ = 3,00 m; h _n = 6,00 m
Geometría	Centro de masa en planta	(7,5; 6,0) m
Geometría	Condición de base	Empotrada (zapatas no modeladas)
Secciones	Columna (12 unidades)	0,40 m x 0,40 m; I _c = 0,0021333 m ⁴
Secciones	Viga VP-X (ejes 1, 2, 3; luz 5,00 m)	0,30 m x 0,50 m; I _v = 0,0031250 m ⁴
Secciones	Viga VP-Y (ejes A, B, C, D; luz 6,00 m)	0,30 m x 0,60 m; I _v = 0,0054000 m ⁴
Secciones	Losa aligerada unidireccional	e = 0,25 m; viguetas de 0,10 m a 0,40 m, dirección X
Materiales	Resistencia del concreto	$f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$
Materiales	Fluencia del acero	$f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$
Materiales	Módulo de elasticidad (E.060)	$E = 15000\sqrt{f'_c} = 217\,370,65 \text{ kgf/cm}^2$ $= 2\,173\,706,5 \text{ tonf/m}^2$
Materiales	Peso específico del concreto	2,4 t/m ³
Cargas [3]	Carga muerta N1	0,600 t/m ² (losa 0,350 + acabados 0,100 + tabiquería 0,150)
Cargas [3]	Carga muerta N2 (azotea)	0,450 t/m ² (losa 0,350 + acabados 0,100; sin tabiquería)
Cargas [3]	Sobrecarga (vivienda)	N1 0,200 t/m ²
Cargas [3]	Sobrecarga (azotea)	N2 0,100 t/m ²
Cargas	Peso propio de viga VP-X / VP-Y	0,360 t/m / 0,432 t/m
Cargas	Parapeto de azotea (albañilería confinada tarrajada)	h = 1,10 m, t = 0,10 m; paramento 0,240 t/m ² (0,10 m de albañilería sólida a 1,800 t/m ³ + tarrajeo en dos caras, mortero a 2,000 t/m ³ ; E.020 Anexo 1 [3]); 0,264 t/m sobre 54,0 m de perímetro; 14,256 t en N2
Sistema	Sistema estructural	Pórticos de concreto armado en ambas direcciones

Grupo	Parámetro	Valor
Sistema	Regularidad	Regular en planta y altura: $I_a = 1,0$, $I_p = 1,0$; $R = R_0 = 8$
Sitio	Ubicación y suelo	Huancayo, zona sísmica 3 ($Z = 0,35$); perfil de suelo S3; uso vivienda (categoría C)

La ruta de lectura de estos datos a través del libro es la siguiente. El **capítulo 3** toma la losa aligerada (espesor, geometría de la vigueta, recortes) y las cargas unitarias de la norma E.020 [3] para metrar y analizar la vigueta como viga continua de tres tramos, con la alternancia de la sobrecarga y el diseño según la E.060. El **capítulo 4** usa la geometría de la grilla, las secciones de columnas y vigas y el módulo E para armar las matrices de rigidez de los pórticos representativos (el S-X del eje 2 y el S-Y del eje B) y resolverlos bajo cargas de gravedad. El **capítulo 5** parte de las mismas rigideces y suma las masas: cargas muertas, sobrecargas reducidas y el parapeto, junto con los parámetros de sitio de la tabla, para ejecutar el análisis sísmico estático con la E.030-2026 y verificar las derivas. El **capítulo 6**, finalmente, combina los resultados de los capítulos 4 y 5 con las combinaciones de la E.060 para construir las envolventes de diseño. Ningún número aparecerá en esos capítulos que no pueda rastrearse hasta esta ficha.



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

CAPÍTULO 3. LOSAS ALIGERADAS BAJO CARGAS DE GRAVEDAD

Objetivos de aprendizaje

Antes de meternos con los números conviene saber a dónde vamos, porque un capítulo de análisis estructural sin una meta clara se vuelve una sucesión de operaciones sin brújula. Este capítulo no busca que memorices fórmulas; busca que, al cerrarlo, puedas sentarte con lápiz, calculadora y criterio frente a una losa aligerada real, la de esta vivienda de dos pisos en Huancayo, y resolverla de principio a fin. Al terminar deberías ser capaz de:

- **Metrar** la carga última de una vigueta de aligerado, $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$, partiendo de los pesos por área de la E.020 y del ancho tributario, y saber leer qué aporta cada término.
- **Idealizar** la vigueta como viga continua sobre apoyos simples, justificando por qué el apoyo se modela como articulación y no como empotramiento, y distinguir los tres tipos de vigueta (V-1, V-2, V-3) que imponen los recortes de la planta.
- **Ensamblar** la matriz de rigidez de la vigueta continua y **resolver** el sistema $K U = F$ para obtener los giros de los apoyos y, con ellos, las fuerzas internas de cada tramo.
- **Construir** el diagrama de momentos flectores (DMF) y el de fuerzas cortantes (DFC), e interpretarlos: dónde manda el momento negativo, dónde el positivo, dónde el cortante crítico.
- **Aplicar** la alternancia de carga viva que exige la E.060 (los cinco patrones de damero) para trazar la envolvente de diseño, y **verificar** que el peralte elegido controla la deflexión de servicio y el cortante.

Los cuatro ejercicios del final de capítulo ejercitan exactamente estos verbos, uno por uno, sobre variantes de la misma vigueta. Si logras hacerlos sin mirar el solucionario, el capítulo cumplió su parte.

Este capítulo desarrolla, de principio a fin, el análisis y el diseño de una losa aligerada unidireccional bajo cargas de gravedad: desde la tipología del sistema de piso y el metrado según la Norma E.020, pasando por la idealización de la vigueta como viga continua y su análisis matricial por el método directo de rigidez, hasta el diseño por flexión y cortante según la Norma E.060 y la verificación de la deflexión de servicio. El lector aprenderá no solo a ejecutar cada paso, sino a entender por qué se ejecuta: por qué la carga viva se alterna en patrones de damero, por qué la envolvente gobierna el armado y por qué el control de deflexiones puede decidir el espesor de la losa.

Antes de abordarlo, el lector necesita los fundamentos de estática y de mecánica de materiales (diagramas de momento flector y de fuerza cortante, rigidez a flexión EI), así como la descripción del caso de estudio presentada en el capítulo anterior: la vivienda de dos niveles con planta de 15,0 m por 12,0 m, su grilla de ejes A-D y 1-3 y las secciones de sus elementos. Toda la geometría y las cargas que aquí se emplean provienen de ese caso.

El mapa del capítulo es el siguiente: los numerales 3.1 y 3.2 establecen la tipología del aligerado y el marco normativo; el 3.3 desarrolla el metrado de cargas; los numerales 3.4 y 3.5 idealizan la vigueta y despliegan el análisis matricial con la alternancia de carga viva; el 3.6 construye las envolventes de diseño; los numerales 3.7 y 3.8 diseñan la vigueta por

flexión y la verifican por cortante; y el 3.9 cierra con la verificación de deflexión que justifica el espesor adoptado.

3.1 TIPOLOGÍA DEL SISTEMA DE PISO

3.1.1 Descripción general del sistema

El sistema de piso adoptado para el edificio es una losa aligerada unidireccional de concreto armado, solución de uso predominante en la edificación de viviendas en el Perú por su eficiencia estructural y economía. La edificación es una vivienda de dos pisos más azotea, resuelta sobre una grilla regular definida por los ejes A, B, C y D en la dirección X (tres vanos de 5,0 m) y por los ejes 1, 2 y 3 en la dirección Y (dos vanos de 6,0 m). Sobre esta retícula se apoya una losa aligerada de espesor total $e = 0,25$ m, cuyas viguetas se orientan en la dirección X.

El aligerado trabaja en una sola dirección: las viguetas reciben las cargas gravitacionales de servicio y las transmiten, por flexión, hacia las vigas peraltadas que les sirven de apoyo. Las vigas peraltadas en la dirección Y (VP-Y de $0,30 \times 0,60$ m, ubicadas en los ejes A, B, C y D) actúan como apoyos directos de las viguetas; las vigas peraltadas en la dirección X (VP-X de $0,30 \times 0,50$ m, en los ejes 1, 2 y 3) cierran el borde perpendicular y ordenan la transmisión de cargas hacia las columnas de $0,40 \times 0,40$ m dispuestas en las intersecciones de la grilla.

3.1.2 Justificación del comportamiento unidireccional

La losa se diseña como unidireccional porque las viguetas se disponen salvando la luz menor de cada paño. En la dirección X la luz libre entre ejes es de 5,0 m, inferior a los 6,0 m de la dirección Y; al armar el aligerado en la dirección de menor luz se reduce el peralte requerido y la cantidad de material, de donde resulta una solución más económica [5]. La losa concentra su capacidad resistente en un solo sentido y descarga sobre las vigas peraltadas, y evita el comportamiento bidireccional propio de losas macizas cuadradas. Este criterio, además de la economía, favorece la constructibilidad al emplear ladrillo de techo estándar y viguetas de sección uniforme.

3.1.3 Composición de la vigueta

Cada vigueta se compone de un nervio de concreto de 0,10 m de ancho, un ladrillo de techo de $0,30 \times 0,30$ m con altura de 0,20 m que actúa como aligerante y encofrado perdido, y una losa superior de concreto de 0,05 m que integra el conjunto y aporta la zona comprimida. La suma del ladrillo (0,20 m) y la losa superior (0,05 m) define el peralte total de 0,25 m adoptado [5]. Las viguetas se disponen a 0,40 m entre ejes, valor que corresponde a la suma del nervio (0,10 m) y del ladrillo de techo (0,30 m), de modo que a cada vigueta le corresponde un ancho tributario de 0,40 m.

3.1.4 Recortes de losa y tipos de vigueta

La planta no es completamente llena: presenta dos recortes gobernantes alojados en el módulo comprendido entre los ejes B-C y 2-3, correspondientes al hueco de la escalera y

al pozo de luz. Estos recortes interrumpen la continuidad de algunas viguetas y generan esquemas estructurales distintos del típico. Se distinguen tres tipos: la vigueta V-1, típica y continua de tres tramos (5,0 / 5,0 / 5,0 m), que gobierna el diseño por ser la más numerosa; la vigueta V-2, interrumpida por el hueco de escalera; y la vigueta V-3, interrumpida por el pozo de luz. El análisis detallado de cada tipo, sus luces y apoyos se desarrolla en los numerales 3.4 y 3.5.

3.2 NORMATIVA Y CRITERIOS DE ANÁLISIS

3.2.1 Marco normativo aplicable

El análisis y diseño de la losa aligerada se sustenta en el Reglamento Nacional de Edificaciones (RNE), a través de las normas que gobiernan las cargas y el diseño en concreto armado. Cada norma aporta una parte diferenciada del procedimiento.

La Norma E.020 (Cargas) define las solicitaciones gravitacionales que actúan sobre el sistema de piso [3]. De ella se toman los pesos unitarios de los materiales y el peso propio del aligerado en función de su espesor, así como las sobrecargas mínimas de servicio según el uso de la edificación. Por tratarse de una vivienda, la sobrecarga aplicable al entrepiso es de 200 kgf/m^2 , mientras que en la azotea se aplica la sobrecarga de 100 kgf/m^2 correspondiente a azotea plana. Estos valores se cuantifican y aplican en el metrado del numeral 3.3.

La Norma E.060 (Concreto Armado) gobierna el diseño del elemento [2]. De ella se adopta la combinación de cargas que amplifica las solicitaciones de servicio hasta la condición última, así como los requisitos de control de deflexiones. La combinación empleada es $U = 1,4 CM + 1,7 CV$, expresión que mayor la carga muerta y la carga viva mediante factores independientes para obtener la carga última de diseño. Esta combinación es la que gobierna la determinación de momentos flectores y fuerzas cortantes de diseño.

La Norma E.030 (Diseño Sismorresistente) se menciona únicamente como marco general de la edificación [1]. El comportamiento sísmico y la verificación de la estructura frente a solicitaciones laterales se desarrollan en el capítulo 5 de esta obra; el análisis de la losa aligerada se circunscribe a las cargas gravitacionales.

3.2.2 Control de deflexiones

El espesor total de 0,25 m del aligerado se gobierna por el control de deflexiones establecido en la Norma E.060 [2]. La Tabla 9.1 fija los peraltes mínimos que exigen de verificar la deflexión: para aligerados con ambos extremos continuos (vano central) la relación es $L/21 = 0,238 \text{ m}$, y para los que tienen un extremo continuo (vanos extremos) es $L/18,5 = 0,270 \text{ m}$. El espesor adoptado de $e = 0,25 \text{ m}$ satisface el mínimo del vano central pero NO el de los vanos extremos ($0,25 < 0,270$), de modo que la Tabla 9.1 no exime del cálculo y la Norma obliga a verificar la deflexión de forma explícita; esa verificación se desarrolla en el numeral 3.9, donde la deflexión de servicio calculada cumple con holgura el límite de la Tabla 9.2. El espesor $e = 0,25 \text{ m}$ es, además, el mínimo que satisface esa verificación [5]: un aligerado de $e = 0,20 \text{ m}$ resultaría sub-peraltado y fallaría

el control de deflexiones de servicio. La justificación numérica de esta elección y su repercusión en el metrado se detallan en los numerales 3.3 y 3.9.

3.2.3 Criterio de análisis estructural

La vigueta se idealiza como una viga continua apoyada sobre las vigas peraltadas de los ejes A, B, C y D. Para la vigueta típica V-1 se trata de una viga continua de tres tramos de 5,0 m cada uno, condición que concentra los momentos negativos sobre los apoyos intermedios B y C y los momentos positivos en el centro de los tramos.

Para maximizar las solicitaciones de diseño se aplica la alternancia de carga viva, mediante patrones de damero que combinan tramos cargados y descargados. La carga muerta se mantiene actuando de forma permanente en toda la vigueta, en tanto que la carga viva se dispone en patrones alternos: la disposición de la carga viva en tramos alternados maximiza el momento positivo en el centro de los tramos cargados, mientras que la carga viva en tramos adyacentes maximiza el momento negativo sobre el apoyo común [5]. Este criterio, coherente con la práctica derivada de la Norma E.060, asegura que el diseño cubra la envolvente de solicitaciones más desfavorables. El método de resolución empleado es el análisis matricial por rigidez directa, que se desarrolla en el numeral 3.5.

3.3 METRADO DE CARGAS DE LA LOSA

3.3.1 Planteamiento del metrado

El metrado de cargas consiste en cuantificar, de acuerdo con la Norma E.020 (Cargas) del Reglamento Nacional de Edificaciones, todas las solicitaciones gravitacionales que actúan sobre el sistema de piso, para luego transferirlas al elemento resistente. El sistema de techo del edificio es una losa aligerada unidireccional con las viguetas orientadas en la dirección X, con una luz de 5,0 m distribuida en tres tramos continuos (ejes A-B-C-D). Al tratarse de un aligerado convencional, cada vigueta tiene una sección resistente de 0,10 m y se completa con ladrillo de techo de 0,30 m, de modo que el ancho tributario que le corresponde es de $b = 0,40$ m ($0,10 + 0,30$). El área tributaria que resulta para la vigueta tipo se ilustra en la Figura 3.1 (primer piso) y en la Figura 3.2 (azotea).

Dado que la planta es regular (4×3 paños de dimensión uniforme), no existen paños irregulares y la carga sobre cada vigueta es prácticamente idéntica dentro de un mismo nivel. Por ello se define una vigueta TIPO por nivel, lo que simplifica el análisis frente a esquemas de paños irregulares. El metrado se realiza en dos niveles diferenciados por su uso: la vigueta del Nivel 1 (techo del piso 1, N.T.P. +3,00, uso vivienda) y la vigueta del Nivel 2 (azotea, N.T.P. +6,00). El procedimiento consiste en obtener primero la carga por unidad de área (kgf/m^2) según E.020 y luego convertirla en carga lineal sobre la vigueta multiplicando por el ancho tributario $b = 0,40$ m.

3.3.2 Valores unitarios de carga (Norma E.020)

Los pesos unitarios empleados se toman de la Norma E.020, tanto de los pesos propios de materiales como de las sobrecargas mínimas de servicio según el uso de la edificación [3].

Concepto	Valor	Unidad	Referencia E.020
Peso específico del concreto armado	2400	kgf/m ³	Anexo (pesos unitarios)
Piso terminado (contrapiso + acabado)	100	kgf/m ²	Cargas muertas
Tabiquería móvil / repartida	150	kgf/m ²	Cargas muertas (solo pisos)
Sobrecarga (S/C) vivienda	200	kgf/m ²	Tabla de sobrecargas, uso vivienda
Sobrecarga (S/C) azotea plana	100	kgf/m ²	Tabla de sobrecargas, azotea

El peso propio de la losa aligerada no se calcula con el peso específico del concreto, sino que se toma directamente de la tabla de la Norma E.020 (Reglamento Nacional de Edificaciones), reproducida en la Tabla 3.1, que entrega el peso por unidad de área en función del espesor total del aligerado (que ya incorpora la vigueta, el ladrillo de techo y la losa superior de 0,05 m). La propia tabla normativa confirma los parámetros geométricos adoptados en este metrado: vigueta de 0,10 m de ancho y 0,40 m entre ejes, de donde resulta el ancho tributario $b = 0,40$ m.

Tabla 3.1. Peso propio de losas aligeradas armadas en una sola dirección de concreto armado, con vigueta de 0,10 m de ancho y 0,40 m entre ejes (Norma E.020, RNE).

Espesor del aligerado e (m)	Espesor de losa superior (m)	Peso propio kPa (kgf/m ²)
0,17	0,05	2,8 (280)
0,20	0,05	3,0 (300)
0,25	0,05	3,5 (350)
0,30	0,05	4,2 (420)

Nota. Tomada de [3].

El presente proyecto adopta un aligerado de $e = 0,25$ m, cuyo peso propio normativo es de 350 kgf/m². Esta elección responde al control de deflexiones para la luz de 5,0 m, según se justifica en el numeral 3.3.4.

3.3.3 Metrado por vigueta

Carga muerta (CM) y carga viva (CV), formato de metrado

Siguiendo el formato de metrado del método de referencia, se separan primero los valores unitarios en carga muerta y carga viva, y luego se arma el metrado de la vigueta TIPO (paños regulares, ancho tributario $b = 0,40$ m) por nivel. Todos los valores corresponden al edificio en estudio (aligerado $e = 0,25$ m, uso vivienda), no a un caso genérico.

Valores unitarios, CARGA MUERTA (Norma E.020)

Concepto	Valor	Unidad
Peso específico del concreto armado	2400	kgf/m ³
Piso terminado	100	kgf/m ²
Aligerado $e = 0,25$ m (peso propio, Tabla E.020)	350	kgf/m ²

Valores unitarios, CARGA VIVA (Norma E.020)

Concepto	Valor	Unidad
Sobrecarga vivienda (entrepiso)	200	kgf/m ²
Sobrecarga azotea plana	100	kgf/m ²

Metrado NIVEL 1, entrepiso uso vivienda (vigueta TIPO)

Concepto	Valor (kgf/m ²)	b (m)	Carga lineal (kgf/m)
PESO ALIG (e = 0,25)	350	0,40	140
PISO TERM	100	0,40	40
TABIQUERÍA	150	0,40	60
CARGA MUERTA (CM)			240
S/C VIVIENDA	200	0,40	80
CARGA VIVA (CV)			80
CARGA DE SERVICIO ($W_s = CM + CV$)			320
CARGA ÚLTIMA ($W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$)			472

Metrado NIVEL 2, azotea (vigueta TIPO, sin tabiquería)

Concepto	Valor (kgf/m ²)	b (m)	Carga lineal (kgf/m)
PESO ALIG (e = 0,25)	350	0,40	140
PISO TERM	100	0,40	40
CARGA MUERTA (CM)			180
S/C AZOTEA	100	0,40	40
CARGA VIVA (CV)			40
CARGA DE SERVICIO ($W_s = CM + CV$)			220
CARGA ÚLTIMA ($W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$)			320

El desarrollo detallado por nivel, con las consideraciones normativas de la E.020 y la combinación última de la E.060 (9.2), se presenta a continuación.

Nivel 1 - Techo del piso 1 (N.T.P. +3,00, uso vivienda)

La vigueta del entrepiso soporta el peso propio del aligerado, el piso terminado, la tabiquería repartida (por tratarse de un piso habitable con muros divisorios) y la sobrecarga de vivienda.

Concepto	Peso (kgf/m ²)	b (m)	Carga lineal (kgf/m)
Peso propio aligerado e=0,25	350	0,40	140
Piso terminado	100	0,40	40
Tabiquería repartida	150	0,40	60
Carga Muerta (CM)	600	0,40	240
Sobrecarga vivienda (S/C)	200	0,40	80
Carga Viva (CV)	200	0,40	80

- Carga de servicio: $W_s = CM + CV = 240 + 80 = 320 \text{ kgf/m}$
- Carga última (combinación E.060, 9.2): $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV = 1,4(240) + 1,7(80) = 336 + 136 = 472 \text{ kgf/m}$

Nivel 2 - Azotea (N.T.P. +6,00)

La vigueta de azotea soporta el peso propio del aligerado y el piso terminado, pero NO lleva tabiquería (no hay muros divisorios sobre la azotea) y su sobrecarga corresponde a azotea plana accesible.

Concepto	Peso (kgf/m^2)	b (m)	Carga lineal (kgf/m)
Peso propio aligerado $e=0,25$	350	0,40	140
Piso terminado	100	0,40	40
Carga Muerta (CM)	450	0,40	180
Sobrecarga azotea (S/C)	100	0,40	40
Carga Viva (CV)	100	0,40	40

- Carga de servicio: $W_s = CM + CV = 180 + 40 = 220 \text{ kgf/m}$
- Carga última (combinación E.060, 9.2): $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV = 1,4(180) + 1,7(40) = 252 + 68 = 320 \text{ kgf/m}$

3.3.4 Consideraciones y mejoras del metrado

El metrado realizado incorpora criterios que lo diferencian de un metrado genérico y lo aproximan al comportamiento real de la estructura:

1. **Espesor de aligerado $e = 0,25 \text{ m}$ gobernado por deflexión.** Para la luz de 5,0 m, la Tabla 9.1 de la Norma E.060 fija el peralte mínimo que exige de calcular deflexiones: $L/21 = 0,238 \text{ m}$ para el vano central (ambos extremos continuos), pero $L/18,5 = 0,270 \text{ m}$ para los vanos extremos (un solo extremo continuo) [2]. El aligerado adoptado de $e = 0,25 \text{ m}$ NO alcanza el mínimo de 0,270 m del vano extremo, por lo que la Norma obliga a verificar la deflexión por cálculo (numeral 3.9). Dicha verificación confirma que $e = 0,25 \text{ m}$ CUMPLE (flecha de servicio 9,5 mm, menor que el límite $L/480 = 10,4 \text{ mm}$), mientras que un aligerado de $e = 0,20 \text{ m}$ falla ampliamente (flecha del orden de 22,7 mm). Por ello se adopta $e = 0,25 \text{ m}$ (peso propio 350 kgf/m^2) y no $e = 0,20 \text{ m}$; la decisión eleva la carga muerta pero es la que garantiza el control de deflexiones.
2. **Inclusión de la tabiquería repartida solo en los pisos habitables.** Se contabilizan 150 kgf/m^2 de tabiquería en el Nivel 1, reconociendo que una vivienda tiene muros divisorios no portantes que gravitan sobre la losa. Esta carga se excluye correctamente en la azotea (Nivel 2), donde no existen tabiques.
3. **Sobrecarga acorde al uso real (vivienda).** Se emplea $S/C = 200 \text{ kgf/m}^2$ para el entrepiso, valor normativo para uso vivienda, y no una sobrecarga mayor de uso público (el edificio es una vivienda, no un SUM ni un local de reunión). En la azotea se aplica la S/C de 100 kgf/m^2 correspondiente.
4. **Diferenciación explícita entre Nivel 1 y Nivel 2.** El metrado no asume una carga única para todo el edificio: separa el entrepiso de la azotea, tanto en carga muerta

(por la tabiquería) como en carga viva (200 vs. 100 kgf/m²). Esto se refleja en cargas últimas distintas: $W_u = 472$ kgf/m en el Nivel 1 y $W_u = 320$ kgf/m en el Nivel 2, que serán las que gobiernen el diseño por flexión y cortante de cada vigueta.

Nota sobre la validez del metrado para todos los tipos de vigueta. Las cargas lineales obtenidas ($W_u = 472$ kgf/m en el Nivel 1 y $W_u = 320$ kgf/m en el Nivel 2) son comunes a los tres tipos de vigueta de la losa, pues todos comparten la misma sección resistente (aligerado $e = 0,25$ m) y el mismo ancho tributario $b = 0,40$ m. Lo que diferencia a los tipos de vigueta no es la carga por metro lineal, sino su esquema estático, es decir, el número de tramos y las luces resultantes de los recortes de losa (hueco de escalera y pozo de luz). Dicha idealización y la clasificación de los tres tipos se desarrollan en el numeral 3.4, y su análisis matricial en el numeral 3.5.

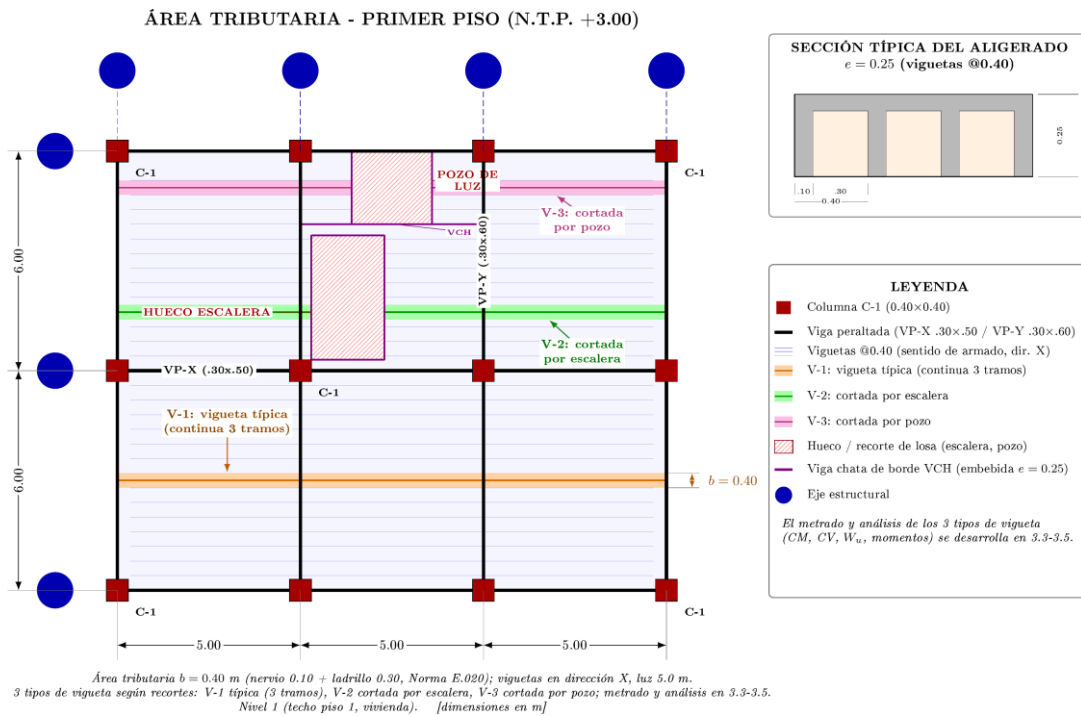


Figura 3.1. Área tributaria de la vigueta tipo, primer piso (entrepiso vivienda).

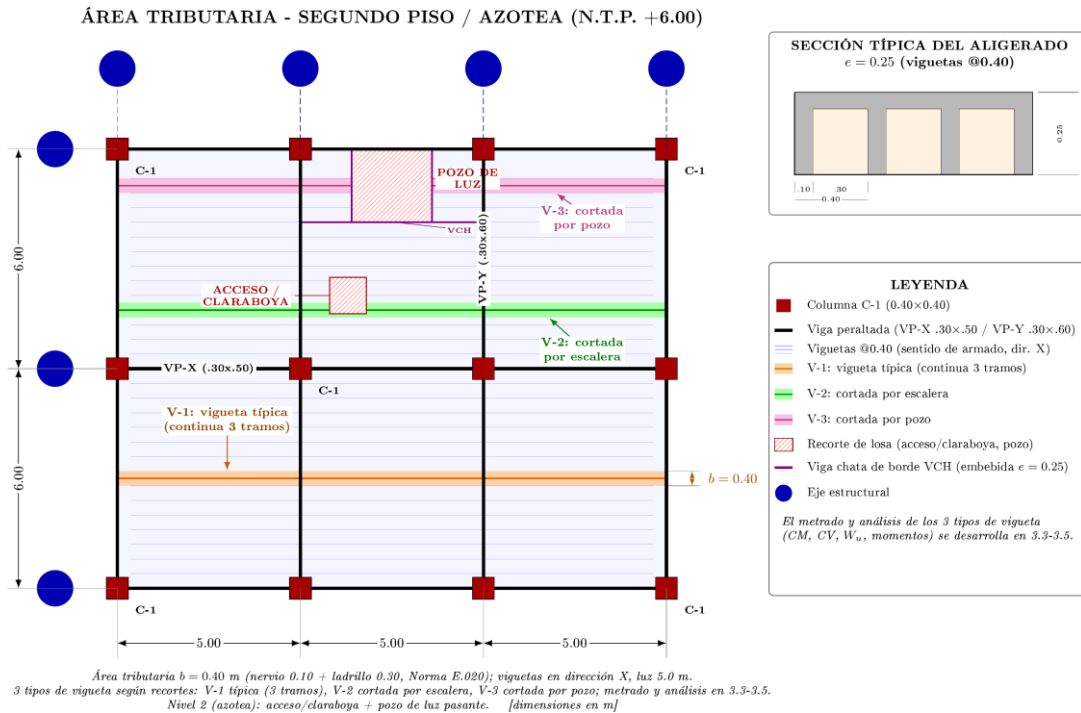


Figura 3.2. Área tributaria de la vigueta tipo, segundo piso (azotea).

3.4 IDEALIZACIÓN ESTRUCTURAL Y TIPOS DE VIGUETA

3.4.1 Idealización como viga continua sobre apoyos simples

Para el análisis estructural, cada vigueta del aligerado se idealiza como una viga continua que descansa sobre apoyos simples. Estos apoyos son las vigas peraltadas VP-Y (0,30 x 0,60) que corren en los ejes A, B, C y D, paralelas a la dirección de la vigueta y transversales a su luz. El apoyo simple restringe el desplazamiento vertical de la vigueta y le permite el giro libre, lo cual es coherente con el comportamiento físico del aligerado: la vigueta simplemente se posa sobre la viga peraltada y transmite su reacción por contacto, sin desarrollar un momento de empotramiento apreciable en ese contacto. La rigidez torsional de la viga de apoyo, frente a la rigidez a flexión de la vigueta, es pequeña, de modo que modelar los apoyos como empotramientos sobreestimaría la restricción real. La única continuidad relevante es la de la propia vigueta sobre los apoyos intermedios, que se conserva por ser un elemento monolítico de concreto que atraviesa varios tramos sin interrupción. Esta idealización como viga continua sobre apoyos simples, representada en la Figura 3.5, sigue el método de referencia.

3.4.2 Los tres tipos de vigueta según los recortes de losa

La planta presenta dos recortes gobernantes, el hueco de escalera y el pozo de luz, ambos alojados en la banda B-C del vano posterior (ejes 2-3). Según su posición respecto a estos recortes, se distinguen tres tipos de vigueta, cuyos esquemas estáticos se muestran en la Figura 3.6:

V-1, vigueta típica. Es la vigueta continua de tres tramos de 5,0 m, con apoyos en los ejes A-B-C-D, que no cruza ningún recorte. Aplica a todo el vano frontal (ejes 1-2) y a las franjas libres del vano posterior. Es la más numerosa, aproximadamente 17 de las 28 viguetas por planta, y la que gobierna el diseño por flexión y cortante.

V-2, interrumpida por el hueco de escalera. Queda cortada en la banda B-C: conserva el tramo A-B de 5,0 m, luego un vacío correspondiente al hueco, un tramo corto o stub de 2,70 m hasta el eje C, y el tramo C-D de 5,0 m. El stub se apoya, además de en el eje C, en una viga chata de borde ubicada en $x = 7,30$.

V-3, interrumpida por el pozo de luz. Conserva el tramo A-B de 5,0 m, un stub de 1,40 m, el vacío del pozo, otro stub de 1,40 m y el tramo C-D de 5,0 m. Los stubs se apoyan en vigas chatas de borde ubicadas en $x = 6,40$ y $x = 8,60$.

3.4.3 Vigas chatas de borde (trimmers) y elemento de diseño gobernante

Las viguetas interrumpidas V-2 y V-3 no mueren en el aire: sus tramos cortos se apoyan en vigas chatas de borde, o trimmers, embebidas en el peralte del aligerado ($h = 0,25$ m). Estas vigas chatas enmarcan el perímetro de cada recorte, recogen la reacción de las viguetas cortadas y la transmiten a las vigas peraltadas VP-Y o VP-X que definen el módulo. Su peralte coincide con el espesor de la losa, por lo que no descuelgan bajo el cielo raso.

El análisis matricial detallado se desarrolla sobre la vigueta V-1 crítica, la continua de tres tramos, en el numeral 3.5. Allí se verifica numéricamente que su diseño, con el mayor momento negativo de apoyo y el mayor cortante de toda la losa, cubre la demanda de las piezas más simples que sobreviven en las viguetas V-2 y V-3. La identificación de los tres tipos en planta se aprecia en las Figuras 3.3 y 3.4 (distribución de paños de losa), que sitúan cada tipo sobre la grilla de ejes.

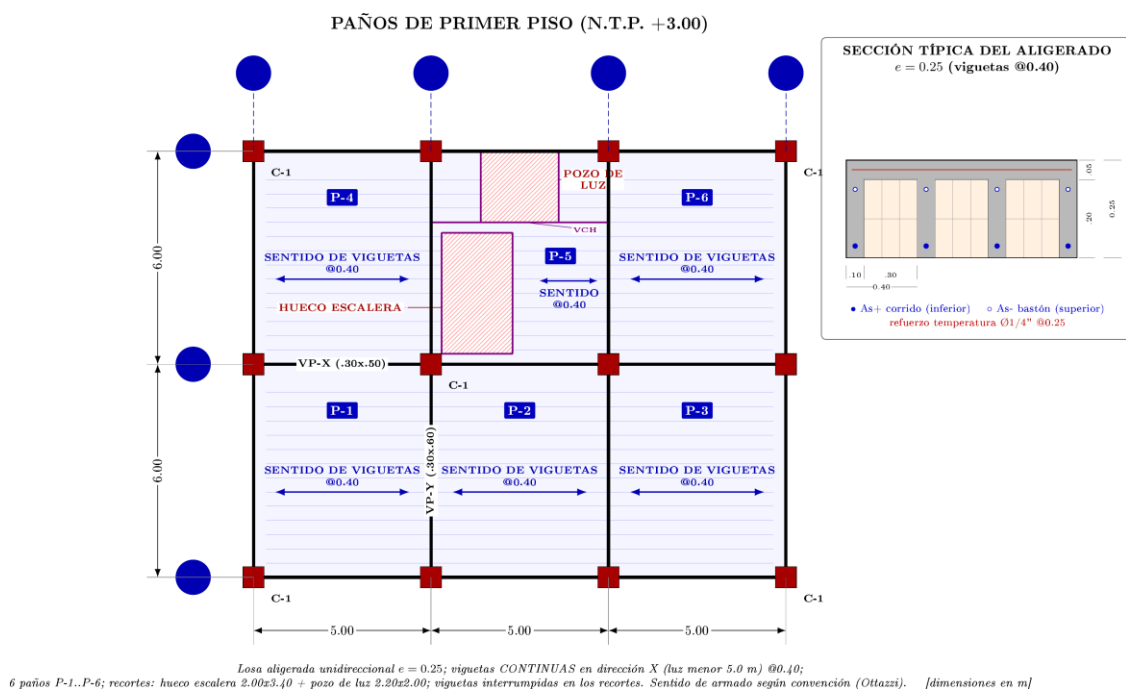


Figura 3.3. Distribución de paños de losa aligerada, primer piso.

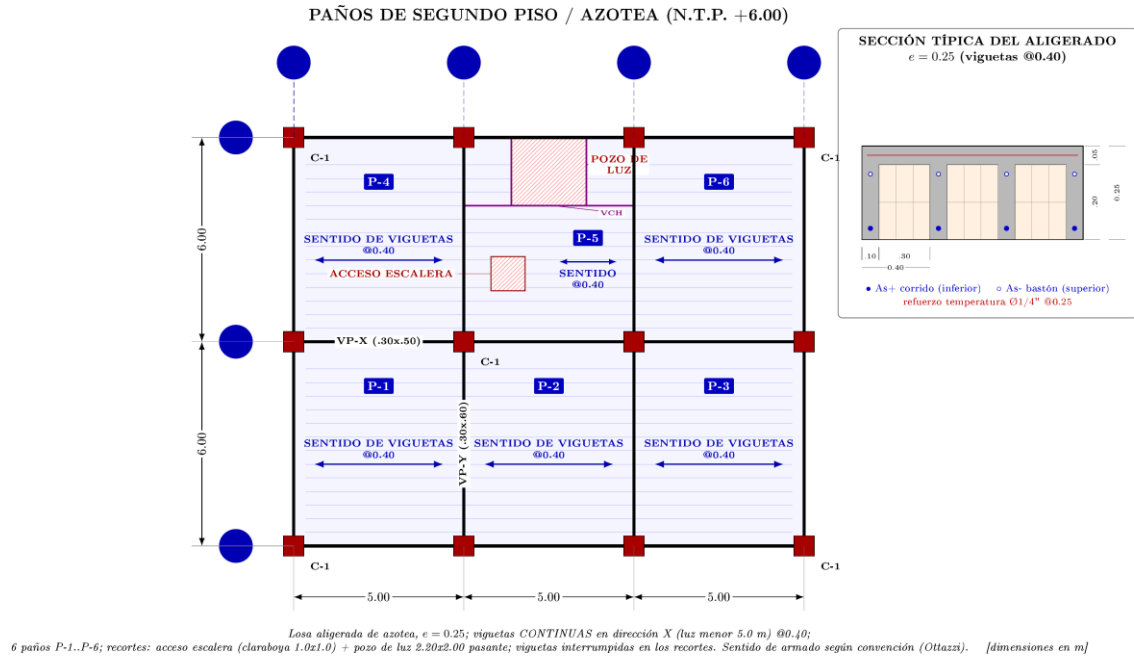


Figura 3.4. Distribución de paños de losa aligerada, segundo piso.

MODELAMIENTO E IDEALIZACIÓN - VIGUETA TIPO V-1 (continua, 3 tramos)

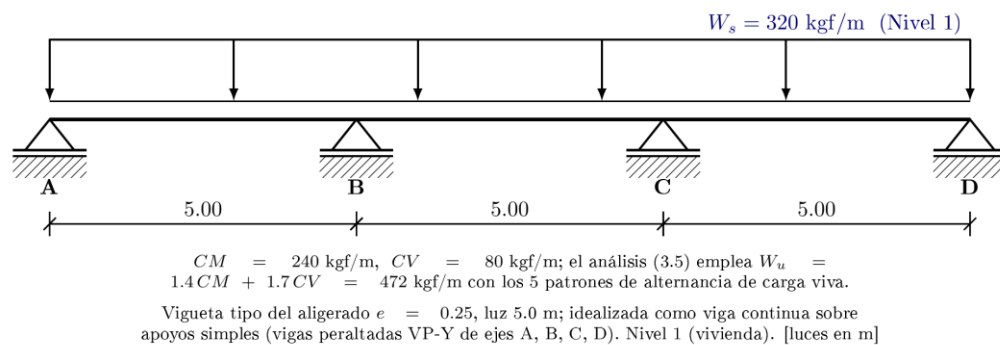
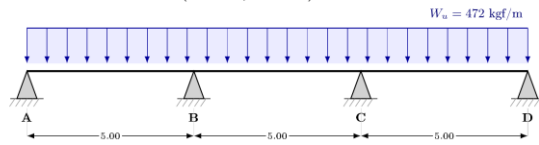


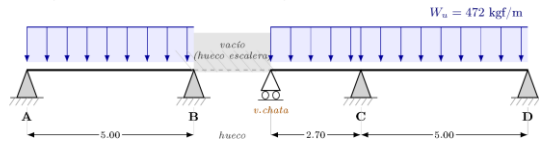
Figura 3.5. Idealización de la vigueta como viga continua sobre apoyos simples.

TIPOS DE VIGUETA - ESQUEMA ESTÁTICO (idealización)

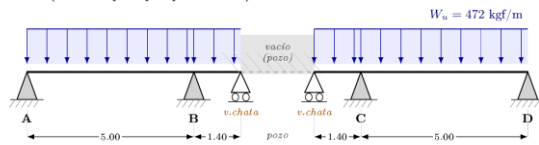
V-1 VIGUETA TÍPICA (continua, 3 tramos)



V-2 (interrumpida por hueco de escalera)



V-3 (interrumpida por pozo de luz)



△ apoyo en columna (VP-Y, ejes A/B/C/D) △ apoyo en viga chata de borde

$W_u = 472 \text{ kgf/m}$ (Nivel 1). V-1 es la viga CRÍTICA que gobierna el diseño; V-2 y V-3 tienen luces menores por los recortes, apoyadas en vigas chatas de borde. [luces en m]

Figura 3.6. Esquemas estáticos de los tres tipos de viga (V-1, V-2, V-3).

3.5 ANÁLISIS MATRICIAL DE LA VIGUETA (MÉTODO DIRECTO DE RIGIDEZ)

La ruta del método en 6 pasos. Antes de entrar en las cuentas conviene ver el camino completo de un vistazo. Idealizada la viga continua de tres tramos sobre apoyos simples, el método directo de rigidez del docente la resuelve así:

1. Escribir la matriz de rigidez de cada tramo, de seis grados de libertad, con su EI , su EA y su longitud; como la viga es horizontal, lo local y lo global coinciden y la rotación es la identidad.
2. Quedarse con el bloque de flexión y ensamblar la rigidez global sumando la contribución de los tramos en los nudos que comparten.
3. Calcular el momento de empotramiento perfecto de cada tramo cargado y armar el vector de cargas nodales como su negativo.
4. Resolver el sistema de rigidez para los giros de los nudos.
5. Retro-sustituir para recuperar momentos y cortantes de extremo; ubicar el momento positivo de vano donde el cortante se anula, no en el centro del tramo.
6. Rehacer el cálculo para los cinco patrones de alternancia de la carga viva y quedarse con la envolvente, valor a valor.

Las páginas que siguen recorren esta misma ruta con los números de la viga V-1.

3.5.1 Idealización estructural

La vigueta crítica del aligerado (tipo V-1) se idealiza como una viga continua de tres tramos iguales de 5,0 m, apoyada sobre las vigas peraltadas VP-Y de los ejes A, B, C y D. Los apoyos se modelan como simples (restringen el desplazamiento vertical, permiten el giro), consistente con el criterio de que la vigueta descansa sobre las vigas sin transmitirles momento de empotramiento apreciable. El nudo del eje A fija además el desplazamiento horizontal para eliminar el modo de cuerpo rígido axial. El sistema resultante tiene 4 nudos (A, B, C, D), 3 elementos de 5,0 m y grados de libertad de giro en cada nudo.

Datos de la sección y el material (SSOT building.yam1 v6, aligerado $e = 0,25$ m):

Parámetro	Valor	Unidad
Luz por tramo, L	5,00	m
Número de tramos	3	-
Ancho tributario, b	0,40	m
Módulo de elasticidad, $E = 15000\sqrt{f'_c}$, $f'_c = 210$	2 173 706,5	tonf/m ²
Inercia de la sección T de la vigueta, I	$2,2708 \times 10^{-4}$	m ⁴
Área de la sección, A	0,0400	m ²
Rigidez a flexión, EI	493,61	tonf·m ²
Carga última Nivel 1, $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$	0,472	tonf/m
Carga última Nivel 2, W_u	0,320	tonf/m

El desarrollo detallado que sigue corresponde al Nivel 1 ($W_u = 472$ kgf/m = 0,472 tonf/m). El Nivel 2 se resuelve con el mismo procedimiento cambiando la carga a 0,320 tonf/m; sus resultados se listan en la tabla resumen y en la envolvente (numeral 3.6).

3.5.2 Matriz de rigidez del elemento y ensamble (método directo de rigidez)

Cada elemento viga aporta, en coordenadas locales con 6 grados de libertad $[u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j]$, la matriz de rigidez:

Términos de flexión: $\frac{12EI}{L^3}$, $\frac{6EI}{L^2}$, $\frac{4EI}{L}$, $\frac{2EI}{L}$. Término axial: $\frac{EA}{L}$ [6].

Como la vigueta es horizontal, las coordenadas locales coinciden con las globales ($\cos\alpha = 1$, $\sin\alpha = 0$) y la matriz de rotación es la identidad. El problema axial (desplazamientos u) queda desacoplado de la flexión y no aporta momentos bajo carga gravitatoria, de modo que el sistema se reduce a los cuatro giros nodales $\theta_A, \theta_B, \theta_C, \theta_D$.

Los coeficientes de rigidez rotacional por tramo son:

- $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 493,61}{5,0} = 394,89$ tonf·m/rad
- $\frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 493,61}{5,0} = 197,44$ tonf·m/rad

3.5.2.1 Matriz de rigidez del elemento viga desplegada (formato VIGAAD)

Antes del ensamble se explicita la matriz de rigidez de un elemento viga en coordenadas locales, con los seis grados de libertad $[u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j]$. Con los datos de nuestra vigueta ($EI = 493,61 \text{ tonf}\cdot\text{m}^2$, $EA = 86948,3 \text{ tonf}$, $L = 5,0 \text{ m}$) los coeficientes son:

- $\frac{EA}{L} = \frac{86948,3}{5,0} = 17389,7 \text{ tonf/m}$ (rigidez axial)
- $\frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 493,61}{5,0^3} = 47,39 \text{ tonf/m}$
- $\frac{6EI}{L^2} = \frac{6 \times 493,61}{5,0^2} = 118,47 \text{ tonf}$
- $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 493,61}{5,0} = 394,89 \text{ tonf}\cdot\text{m/rad}$
- $\frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 493,61}{5,0} = 197,44 \text{ tonf}\cdot\text{m/rad}$

Reemplazando estos valores, la matriz de rigidez del elemento k_e (6×6 , unidades tonf y m) queda:

$$\begin{bmatrix} 17389,70 & 0,00 & 0,00 & -17389,70 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 47,39 & 118,47 & 0,00 & -47,39 & 118,47 \\ 0,00 & 118,47 & 394,89 & 0,00 & -118,47 & 197,44 \\ -17389,70 & 0,00 & 0,00 & 17389,70 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -47,39 & -118,47 & 0,00 & 47,39 & -118,47 \\ 0,00 & 118,47 & 197,44 & 0,00 & -118,47 & 394,89 \end{bmatrix}$$

El bloque axial (filas y columnas u_i, u_j) está desacoplado del bloque de flexión y, bajo carga gravitatoria, no genera momentos; por eso el análisis se reduce después a los cuatro giros nodales. La formulación de esta matriz de elemento se verificó término a término contra la hoja de cálculo del docente. El vector de fuerzas de empotramiento perfecto del elemento (Nivel 1, $W_u = 0,472 \text{ tonf/m}$), en la convención del motor $[0, wL/2, +wL^2/12, 0, wL/2, -wL^2/12]$, vale:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ 1,18 \\ 0,9833 \\ 0 \\ 1,18 \\ -0,9833 \end{bmatrix}$$

$$\text{con } \frac{wL}{2} = \frac{0,472 \times 5,0}{2} = 1,18 \text{ tonf y } \frac{wL^2}{12} = \frac{0,472 \times 25}{12} = 0,9833 \text{ tonf}\cdot\text{m}.$$

3.5.2.2 Ensamble en la matriz de rigidez global

Cada matriz de elemento k_e y su vector f_e se ensamblan sumando las contribuciones en los grados de libertad compartidos por los nudos vecinos, produciendo la matriz de rigidez global y el vector de cargas nodales (reducidos a los cuatro giros $\theta_A \dots \theta_D$). Sobre ese sistema se resuelve $Ku = F$; los momentos y cortantes finales ya validados (numerales 3.5.5 a 3.5.7) no se recalculan aquí.

El ensamble por el método directo (superposición de la contribución de cada tramo en los grados de libertad compartidos) produce la matriz de rigidez rotacional global 4×4 :

$$\begin{bmatrix} 394,89 & 197,44 & 0,00 & 0,00 \\ 197,44 & 789,78 & 197,44 & 0,00 \\ 0,00 & 197,44 & 789,78 & 197,44 \\ 0,00 & 0,00 & 197,44 & 394,89 \end{bmatrix}$$

Los nudos interiores B y C reciben la contribución $\frac{4EI}{L}$ de sus dos tramos adyacentes ($\frac{4EI}{L} + \frac{4EI}{L} = \frac{8EI}{L} = 789,78$), mientras que los extremos A y D solo reciben la de un tramo ($\frac{4EI}{L} = 394,89$). Los términos fuera de la diagonal (197,44) son el acople $\frac{2EI}{L}$ entre nudos consecutivos.

3.5.3 Momentos de empotramiento perfecto y cargas nodales equivalentes

Cada tramo cargado con la carga uniforme w desarrolla, en sus extremos empotrados, los momentos de empotramiento perfecto (MEP) y las reacciones:

- Momento de empotramiento: $MEP = \frac{wL^2}{12} = \frac{0,472 \times 5,0^2}{12} = 0,9833 \text{ tonf}\cdot\text{m}$
- Reacción de empotramiento: $R = \frac{wL}{2} = \frac{0,472 \times 5,0}{2} = 1,180 \text{ tonf}$

En la convención del motor (San Bartolomé), el vector local de empotramiento de un tramo es $[0, wL/2, +wL^2/12, 0, wL/2, -wL^2/12]$. El vector de cargas nodales equivalentes que se ensambla es el negativo de los MEP. Para el estado con los tres tramos cargados (patrón E1), los momentos desbalanceados en los nudos son:

- Nudo A: $F_{\theta A} = -(+MEP) = -0,9833 \text{ tonf}\cdot\text{m}$
- Nudo B: $F_{\theta B} = -(-MEP + MEP) = 0$ (los MEP de los tramos AB y BC se cancelan)
- Nudo C: $F_{\theta C} = -(-MEP + MEP) = 0$
- Nudo D: $F_{\theta D} = -(-MEP) = +0,9833 \text{ tonf}\cdot\text{m}$

3.5.4 Resolución del sistema $KU = F$

Se resuelve el sistema reducido a los giros libres:

$$K \begin{bmatrix} \theta_A \\ \theta_B \\ \theta_C \\ \theta_D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0,9833 \\ 0 \\ 0 \\ 0,9833 \end{bmatrix}$$

Por la simetría antimétrica del estado E1 (carga simétrica en viga simétrica) se cumple $\theta_A = -\theta_D$ y $\theta_B = -\theta_C$. La solución del sistema de rigidez entrega los giros nodales y, por retro-sustitución ($f_{local} = k_{local} u + MEP$), los momentos y cortantes de extremo de cada tramo. El método directo de rigidez (6 grados de libertad por barra) ejecuta el ensamble, la solución y la retro-sustitución, y su resultado fue validado nudo a nudo contra OpenSeesPy con error 0,0000 %.

3.5.5 Momentos y cortantes finales (patrón E1, todos los tramos cargados)

Tramo	M en extremo izq. (tonf·m)	M en extremo der. (tonf·m)	M^+ de vano (tonf·m)	V izq. (tonf)	V der. (tonf)
AB (0-5)	0,00	-1,18	+0,944	0,944	1,416
BC (5-10)	-1,18	-1,18	+0,295	1,180	1,180
CD (10-15)	-1,18	0,00	+0,944	1,416	0,944

El momento positivo de vano se evalúa en el punto de cortante nulo ($x = V_i/w$), que en los vanos extremos NO coincide con el centro del tramo. Para el tramo AB: $x = \frac{0,944}{0,472} = 2,00$ m desde el eje A, y $M^+ = -M_i + V_i x - \frac{wx^2}{2} = 0 + 0,944 (2,00) - \frac{0,472 (2,00)^2}{2} = 0,944$ tonf·m.

El momento negativo en los apoyos interiores B y C con los tres tramos cargados es 1,18 tonf·m, que coincide con el valor clásico de la viga continua de tres tramos iguales bajo carga total ($M = 0,10 wL^2 = 0,10 \times 0,472 \times 25 = 1,18$ tonf·m), y confirma la corrección del modelo. Los cortantes máximos ocurren en las caras interiores de los apoyos extremos (1,416 tonf) y en los apoyos interiores (1,18 tonf).

3.5.6 Alternancia de carga viva (los cinco patrones)

Fundamento real de la alternancia

La carga viva no actúa necesariamente sobre toda la vigueta a la vez. Por su naturaleza variable, la sobrecarga de uso puede presentarse sobre algunos tramos y no sobre otros, tal como ocurre en la operación real del edificio: unas habitaciones ocupadas y otras vacías, o mobiliario que se reubica de un ambiente a otro. La Norma E.020 define la sobrecarga precisamente como la carga de ocupación y uso, de magnitud y ubicación variables [3]. Por eso el diseño no se basta con el caso de carga plena: debe estudiar las disposiciones reales más desfavorables de la sobrecarga, patrón por patrón (los llamados patrones de damero), y tomar en cada sección el efecto más crítico [5]. La carga muerta (peso propio de la losa, piso terminado y tabiquería) es permanente y actúa siempre en los tres tramos; solo la carga viva alterna. Este procedimiento es el indicado por el método del docente y responde a la exigencia de la Norma E.060 de ubicar la carga viva en la posición que produce los efectos máximos, combinada mediante $1,4 CM + 1,7 CV$ (9.2) [2].

El estado E1 (todo cargado) NO produce las solicitaciones máximas de diseño. Por indicación del método docente (Ing. Misael Cipriano Joaquin Vasquez) y en cumplimiento de la Norma E.060 (9.2) [2] combinada con la Norma E.020 [3], se evalúan los cinco patrones de alternancia de la carga viva sobre la viga continua de tres tramos. La carga muerta actúa siempre en los tres tramos; la carga viva alterna según el patrón. Todos los estados son últimos ($1,4 CM + 1,7 CV$). En particular, los patrones de tramos adyacentes (E4 y E5: dos tramos cargados y el tercero descargado) maximizan el momento negativo del apoyo interior común a ambos, caso que la carga plena no captura y que gobierna el acero superior de los apoyos.

Patrón	Tramos con CV	Propósito
E1	1, 2, 3 (todos)	referencia; M^+ del vano central

Patrón	Tramos con CV	Propósito
E2	1 y 3 (impares)	máximo M^+ en vanos extremos
E3	2 (central)	máximo M^+ en vano central
E4	1 y 2 (adyacentes)	máximo M^- en el apoyo B
E5	2 y 3 (adyacentes)	máximo M^- en el apoyo C

Resultados por patrón, Nivel 1 (tonf·m para momentos, tonf para cortante):

Patrón	M^- apoyo B	M^- apoyo C	M^+ vano extremo	M^+ vano central	V max
E1 todos	1,180	1,180	0,944	0,295	1,416
E2 impares	1,010	1,010	1,013	0,040	1,382
E3 central	1,010	1,010	0,606	0,465	1,042
E4 adyac. 1-2	1,237	0,953	0,921	0,383	1,427
E5 adyac. 2-3	0,953	1,237	0,921	0,383	1,427

Se observa el efecto que justifica la alternancia: cargar los DOS tramos adyacentes a un apoyo interior (patrones E4 y E5) eleva el momento negativo en ese apoyo de 1,180 (todo cargado) a 1,237 tonf·m, un incremento del 4,8 %, y eleva el cortante de 1,416 a 1,427 tonf. Cargar los tramos alternos (E2) maximiza el momento positivo de los vanos extremos (1,013 tonf·m, frente a 0,944 del estado E1). Sin evaluar los patrones E4 y E5 se subestimaría el acero negativo de los apoyos, y sin el patrón E2 se subestimaría el acero positivo de los vanos extremos.

3.5.7 Envolvente de la vigueta V-1 (Nivel 1)

Tomando el máximo/mínimo punto a punto sobre los cinco patrones:

Solicitud de diseño	Valor	Patrón que gobierna
Momento negativo máximo (apoyos B, C)	1,237 tonf·m	E4 (B) / E5 (C)
Momento positivo máximo (vanos extremos AB, CD)	1,013 tonf·m	E2
Momento positivo máximo (vano central BC)	0,465 tonf·m	E3
Cortante máximo	1,427 tonf	E4 / E5

La envolvente completa y su versión para el Nivel 2 se presentan en el numeral 3.6.

3.5.8 Verificación de las viguetas cortadas V-2 y V-3: la V-1 gobierna el diseño

Las viguetas tipo V-2 (interrumpida por el hueco de escalera) y V-3 (interrumpida por el pozo de luz) resultan de recortar la losa en la banda B-C del vano posterior. Al cortarse, pierden la continuidad de la viga de tres tramos y se descomponen en piezas más simples, apoyadas parcialmente en vigas chatas de borde. Interesa verificar con números que su demanda queda cubierta por el diseño de la V-1.

Piezas que sobreviven en cada tipo y sus solicitudes (misma $W_u = 0,472$ tonf/m):

Pieza (luz)	Presente en	M^+ como simple, $wL^2/8$	M^+ real (con continuidad de losa en el apoyo interior)	$V, wL/2$
Tramo A-B (5,0 m)	V-2, V-3	1,475 (cota superior)	0,921	1,180
Tramo C-D (5,0 m)	V-2, V-3	1,475 (cota superior)	0,921	1,180
Stub 2,70 m	V-2	0,430	0,430	0,637
Stub 1,40 m	V-3	0,116	0,116	0,330
V-1 continua (referencia)	-	-	$M^- = 1,237 / M^+ = 1,013$	1,427

Análisis del gobierno de la V-1:

1. Momento negativo. Las piezas de V-2 y V-3 quedan aisladas o son stubs cortos apoyados en vigas chatas: NO conservan un apoyo interior con dos tramos continuos, por lo que su momento negativo es prácticamente nulo (solo el nominal de anclaje). La V-1, en cambio, desarrolla $M^- = 1,237$ tonf·m en los apoyos B y C, que es el mayor momento negativo de toda la losa. El acero superior de apoyo lo dicta la V-1.
2. Cortante. El cortante máximo de la V-1 (1,427 tonf, cara interior de apoyo) es mayor que el de cualquier pieza de V-2 o V-3 (máximo 1,180 tonf en los tramos aislados de 5,0 m; 0,637 y 0,330 tonf en los stubs). El cortante de diseño lo dicta la V-1.
3. Momento positivo. Los stubs cortos (2,70 y 1,40 m) tienen M^+ muy inferior (0,430 y 0,116 tonf·m) al de la V-1. Los tramos de 5,0 m que sobreviven en V-2 y V-3 (A-B y C-D) son estructuralmente IDÉNTICOS al vano extremo de la V-1: están articulados en el apoyo exterior y reciben continuidad de la losa monolítica sobre la viga peraltada del eje interior (el mismo acero superior de 1,237 tonf·m pasa sobre esa viga). Con esa continuidad su momento positivo es 0,921 tonf·m, inferior al 1,013 de la V-1 y cubierto por ella. Nota honesta: si esos tramos de 5,0 m se tomaran como simplemente apoyados puros (sin reconocer la continuidad de la losa), su M^+ subiría a 1,475 tonf·m; por seguridad el acero inferior del aligerado debe verificarse también para esta cota superior, que es la única solicitud en que una pieza aislada podría exceder a la V-1.

Conclusión. La vigueta V-1 (continua de tres tramos de 5,0 m) es la más numerosa (aproximadamente 17 de 28 viguetas por planta) y gobierna el diseño en momento negativo de apoyo (1,237 tonf·m) y en cortante (1,427 tonf). Su detallado (acero superior en apoyos + acero inferior de vano) envuelve a las viguetas V-2 y V-3, con la única salvedad de verificar el acero inferior de los tramos aislados de 5,0 m frente a la cota simple $wL^2/8$. El diseño por flexión y cortante del aligerado se realiza, por tanto, con las solicitudes de la V-1.

3.6 ENVOLVENTES DE DISEÑO DE LA VIGUETA

3.6.1 Definición de la envolvente

La envolvente de solicitaciones es la curva que, en cada punto de la viga, recoge el valor más desfavorable (máximo positivo y máximo negativo) entre todos los patrones de alternancia de carga viva evaluados. De este modo la envolvente no responde a un formalismo de cálculo, sino que recoge, sección por sección, las disposiciones reales más desfavorables que la sobrecarga de uso puede adoptar en la operación del edificio, conforme al criterio de la Norma E.060 de ubicar la carga viva para producir los efectos máximos [2]. Es la que gobierna el armado: el acero superior se dimensiona con el momento negativo máximo de los apoyos y el acero inferior con el momento positivo máximo de los vanos; el estribo o el peralte por cortante se verifica con el cortante máximo. Las envolventes se construyen a partir de los cinco patrones últimos ($1,4 CM + 1,7 CV$) [2] descritos en el numeral 3.5.6, resueltos con el motor matricial (método directo de rigidez) y validados contra OpenSeesPy con error 0,0000 %.

3.6.2 Envolvente Nivel 1 (entrepiso vivienda, $W_u = 472 \text{ kgf/m}$)

Solicitación de diseño	Valor	Ubicación	Patrón gobernante
Momento negativo (M^-) de apoyo	1,237 tonf·m	apoyos B y C	E4 / E5 (tramos adyacentes)
Momento positivo (M^+) de vano extremo	1,013 tonf·m	vanos A-B y C-D	E2 (tramos alternos)
Momento positivo (M^+) de vano central	0,465 tonf·m	vano B-C	E3 (tramo central)
Cortante (V) máximo	1,427 tonf	cara interior de apoyos	E4 / E5

Momentos de diseño resumidos, Nivel 1: - M^- de diseño (acero superior en apoyos): 1,237 tonf·m - M^+ de diseño (acero inferior en vanos): 1,013 tonf·m - V de diseño: 1,427 tonf

3.6.3 Envolvente Nivel 2 (azotea, $W_u = 320 \text{ kgf/m}$)

Solicitación de diseño	Valor	Ubicación	Patrón gobernante
Momento negativo (M^-) de apoyo	0,828 tonf·m	apoyos B y C	E4 / E5 (tramos adyacentes)
Momento positivo (M^+) de vano extremo	0,674 tonf·m	vanos A-B y C-D	E2 (tramos alternos)
Momento positivo (M^+) de vano central	0,285 tonf·m	vano B-C	E3 (tramo central)
Cortante (V) máximo	0,966 tonf	cara interior de apoyos	E4 / E5

Momentos de diseño resumidos, Nivel 2: - M^- de diseño (acero superior en apoyos): 0,828 tonf·m - M^+ de diseño (acero inferior en vanos): 0,674 tonf·m - V de diseño: 0,966 tonf

3.6.4 Tabla envolvente comparada N1 vs N2

Solicitación	Nivel 1 ($W_u = 0,472$)	Nivel 2 ($W_u = 0,320$)	Relación N_2/N_1
M^- apoyo (tonf·m)	1,237	0,828	0,67
M^+ vano extremo (tonf·m)	1,013	0,674	0,67
M^+ vano central (tonf·m)	0,465	0,285	0,61
V max (tonf)	1,427	0,966	0,68

Las solicitaciones del Nivel 2 escalan aproximadamente en la proporción de las cargas últimas ($320/472 = 0,68$), como corresponde a un sistema lineal con la misma geometría. El Nivel 1 gobierna el diseño del aligerado. El armado del entrepiso (Nivel 1) cubre con holgura la azotea (Nivel 2); por economía puede reducirse el acero de la azotea manteniendo el mínimo normativo.

3.6.5 Observaciones para el armado

- El momento negativo máximo (1,237 tonf·m en N1) se ubica en los apoyos interiores B y C y define el bastón superior de la vigueta. Los patrones de tramos adyacentes (E4, E5) son los que lo producen; ignorarlos subestimaría el acero de apoyo en un 4,8 % respecto del estado con todo cargado.
- El momento positivo máximo de vano (1,013 tonf·m en N1) se ubica en los vanos extremos A-B y C-D y define el acero inferior corrido; lo produce el patrón de tramos alternos (E2). Este M^+ se evalúa en el punto de cortante nulo, no en el centro del tramo, para no subestimar el vano extremo asimétrico.
- El cortante máximo (1,427 tonf en N1) se verifica contra la resistencia del concreto de la sección de alma $b_w = 0,10$ m del aligerado; de no cumplir, se ensancha la vigueta con ladrillos de menor longitud junto a los apoyos (viguetas de doble alma).
- Todos los valores provienen del motor matricial verificado; no hay cifras estimadas a mano en la envolvente, cuyos diagramas de momentos flectores y de fuerzas cortantes se presentan en las Figuras 3.7 y 3.8.

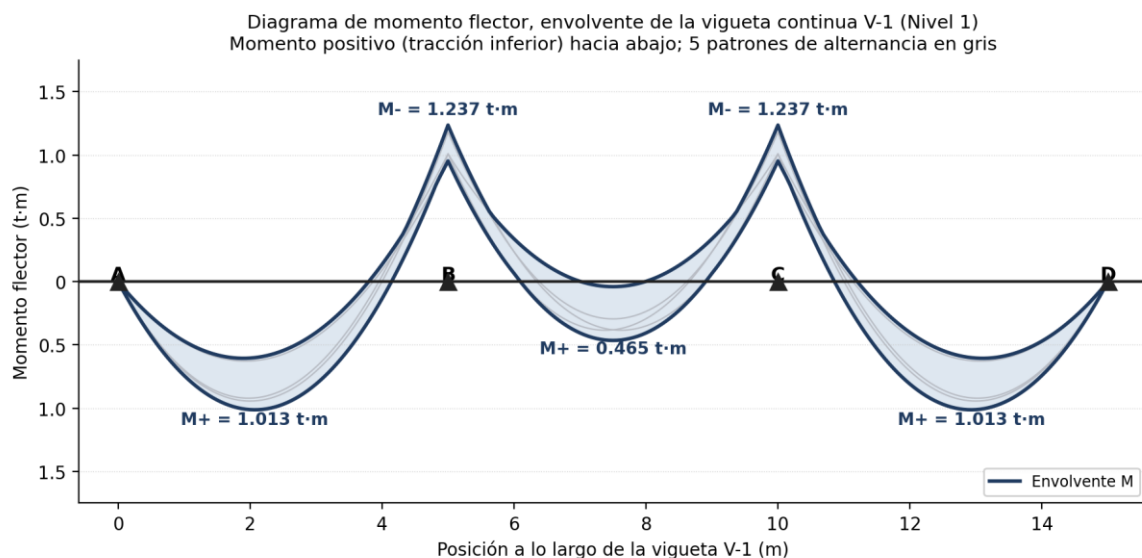


Figura 3.7. Diagrama de momentos flectores de la envolvente de diseño (viguetas V-1).

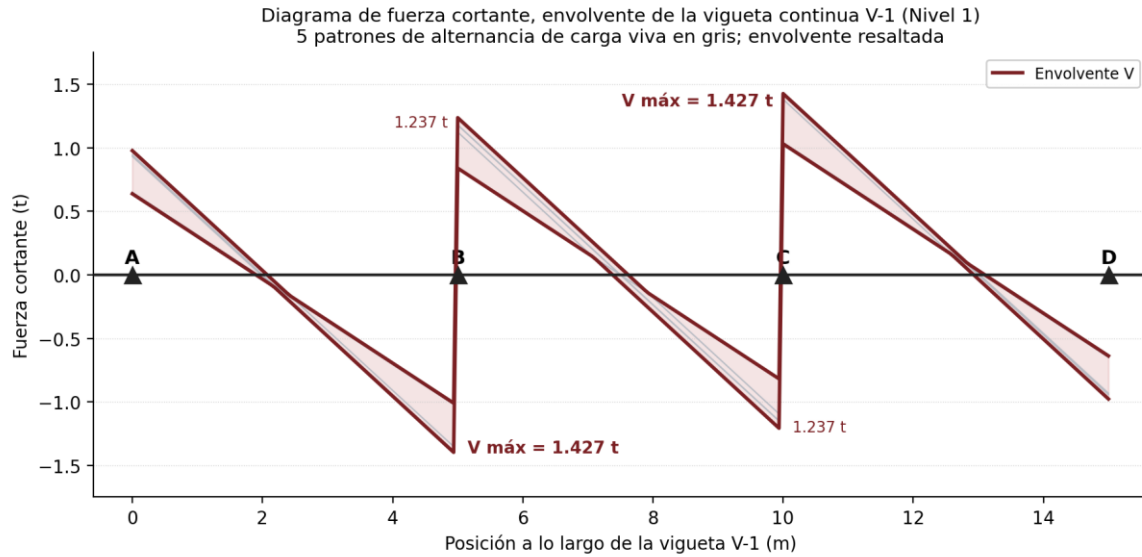


Figura 3.8. Diagrama de fuerzas cortantes de la envoltorio de diseño (viga V-1).

3.7 DISEÑO POR FLEXIÓN DE LA VIGUETA (E.060, Capítulo 10)

3.7.1 Datos de la sección y materiales

El aligerado adoptado es de $e = 0,25 \text{ m}$, con viga de sección T peruana. Los parámetros geométricos y de material provienen del metrado (numeral 3.3) y de la envoltorio de diseño (numeral 3.6), todos correspondientes al edificio en estudio (versión v9).

Parámetro	Símbolo	Valor
Ancho del nervio (alma)	b_w	$0,10 \text{ m} = 10 \text{ cm}$
Peralte total	h	$0,25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$
Peralte efectivo (recub. $\sim 3 \text{ cm}$)	d	$0,22 \text{ m} = 22 \text{ cm}$
Ancho del ala de compresión	b	$0,40 \text{ m} = 40 \text{ cm}$
Espesor de la losa superior (ala)	h_f	$0,05 \text{ m} = 5 \text{ cm}$
Resistencia del concreto	f'_c	210 kgf/cm^2
Fluencia del acero	f_y	4200 kgf/cm^2
Factor de reducción (flexión)	ϕ	0,90

Las solicitaciones últimas gobernantes son las del Nivel 1 (entrepiso vivienda, $W_u = 472 \text{ kgf/m}$), tomadas de la envoltorio 3.6.2. La combinación $1,4 CM + 1,7 CV$ (E.060, 9.2) ya está aplicada; los momentos son últimos:

- M^+ de vano extremo (A-B, C-D): $1,013 \text{ tonf}\cdot\text{m} = 101300 \text{ kgf}\cdot\text{cm}$
- M^+ de vano central (B-C): $0,465 \text{ tonf}\cdot\text{m} = 46500 \text{ kgf}\cdot\text{cm}$
- M^- de apoyos interiores (B, C): $1,237 \text{ tonf}\cdot\text{m} = 123700 \text{ kgf}\cdot\text{cm}$

El procedimiento de diseño es el del bloque rectangular equivalente de Whitney, establecido por la Norma E.060 (10.2) [2]:

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y (d - a/2)} \quad a = \frac{A_s f_y}{0,85 f'_c b_c}$$

donde b_c es el ancho de la zona en compresión (el ala $b = 0,40$ m cuando comprime arriba, el alma $b_w = 0,10$ m cuando comprime abajo). Se itera A_s y a hasta convergencia.

3.7.2 Acero positivo (A_s^+) en los vanos, sección T

En momento positivo la fibra superior comprime, de modo que trabaja el ala de ancho $b = 0,40$ m. Se verifica primero si el bloque de compresión cabe dentro del ala ($a \leq h_f$); de ser así, la sección se diseña como rectangular de ancho $b = 0,40$ m.

Vano extremo, $M^+ = 1,013$ tonf·m (gobierna el acero inferior corrido):

Iteración ($b_c = 40$ cm):

- Iter 0: $a = 2$ cm supuesto, $A_s = \frac{101300}{0,90 \times 4200 \times (22 - 1,00)} = \frac{101300}{79380} = 1,276 \text{ cm}^2$
- $a = \frac{1,276 \times 4200}{0,85 \times 210 \times 40} = \frac{5359}{7140} = 0,751 \text{ cm}$
- Iter 1: $A_s = \frac{101300}{0,90 \times 4200 \times (22 - 0,375)} = \frac{101300}{81742} = 1,239 \text{ cm}^2$; $a = 0,729 \text{ cm}$
- Iter 2 (convergado): $A_s^+ = 1,24 \text{ cm}^2$; $a = 0,73 \text{ cm}$

Como $a = 0,73 \text{ cm} < h_f = 5 \text{ cm}$, la hipótesis de comportamiento rectangular con $b = 0,40$ m es CORRECTA (la sección T trabaja como rectangular, el alma no interviene en compresión).

Vano central, $M^+ = 0,465$ tonf·m:

- $A_s = \frac{46500}{0,90 \times 4200 \times (22 - 0,17)} = \frac{46500}{82517} = 0,56 \text{ cm}^2$; $a = 0,33 \text{ cm} < h_f$

Este valor queda por debajo del acero mínimo y será gobernado por el mínimo (ver 3.7.4).

Elección de varillas (acero inferior corrido): se coloca 1 varilla de 1/2" ($A_s = 1,29 \text{ cm}^2$) corrida a lo largo de los tres tramos.

- A_s colocado $1,29 \text{ cm}^2 \geq A_s$ requerido vano extremo $1,24 \text{ cm}^2$ (holgura 4 %). CUMPLE.
- Resistencia de comprobación: $a = \frac{1,29 \times 4200}{7140} = 0,759 \text{ cm}$; $\phi M_n = 0,90 \times 1,29 \times 4200 \times (22 - 0,38) = 105424 \text{ kgf·cm} = 1,054 \text{ tonf·m} \geq M_u = 1,013 \text{ tonf·m}$. CUMPLE.

3.7.3 Acero negativo (A_s^-) en apoyos B y C, sección rectangular

En momento negativo la fibra inferior comprime; el ala (arriba) queda en tracción y NO colabora. La sección trabaja como rectangular de ancho $b_w = 0,10$ m (solo el alma comprime abajo).

Apoyos B, C, $M^- = 1,237$ tonf·m (gobierna el bastón superior):

Iteración ($b_c = b_w = 10$ cm):

- Iter 0: $a = 2 \text{ cm}$ supuesto, $A_s = \frac{123700}{0,90 \times 4200 \times (22 - 1,00)} = \frac{123700}{79380} = 1,558 \text{ cm}^2$
- $a = \frac{1,558 \times 4200}{0,85 \times 210 \times 10} = \frac{6544}{1785} = 3,666 \text{ cm}$
- Iter 1: $A_s = \frac{123700}{0,90 \times 4200 \times (22 - 1,833)} = \frac{123700}{76231} = 1,622 \text{ cm}^2$; $a = 3,816 \text{ cm}$
- Iter 2: $A_s = \frac{123700}{0,90 \times 4200 \times (22 - 1,908)} = \frac{123700}{75948} = 1,629 \text{ cm}^2$; $a = 3,833 \text{ cm}$
- Iter 3 (convergió): $A_s = 1,63 \text{ cm}^2$; $a = 3,83 \text{ cm}$

Elección de varillas (bastón superior en apoyos): se colocan bastones de 1 varilla de 1/2" más 1 varilla de 3/8" por vigueta ($A_s = 1,29 + 0,71 = 2,00 \text{ cm}^2$).

- A_s colocado $2,00 \text{ cm}^2 \geq A_s$ requerido $1,63 \text{ cm}^2$ (holgura 23 %). CUMPLE.
- Resistencia de comprobación: $a = \frac{2,00 \times 4200}{1785} = 4,706 \text{ cm}$; $\phi M_n = 0,90 \times 2,00 \times 4200 \times (22 - 2,353) = 148532 \text{ kgf}\cdot\text{cm} = 1,485 \text{ tonf}\cdot\text{m} \geq M_u = 1,237 \text{ tonf}\cdot\text{m}$. CUMPLE.
- Alternativa equivalente: 1 varilla de 5/8" ($A_s = 1,99 \text{ cm}^2$, $\phi M_n = 1,479 \text{ tonf}\cdot\text{m}$), también válida.

3.7.4 Cuantía mínima de aligerados (E.060, 10.5)

Para las viguetas de aligerado, el acero mínimo por flexión se toma con el ancho del alma $b_w = 0,10 \text{ m}$ (E.060, 10.5.1):

$$A_{s,min} = \frac{0,7\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d = \frac{0,7\sqrt{210}}{4200} \times 10 \times 22 = \frac{0,7 \times 14,491}{4200} \times 220 = 0,002415 \times 220 = 0,53 \text{ cm}^2$$

Verificación contra el acero requerido:

Sección	A_s requerido	$A_{s,min}$	Verificación
Vano extremo (+)	$1,24 \text{ cm}^2$	$0,53 \text{ cm}^2$	$A_s \text{ req} > A_{s,min}$, OK
Vano central (+)	$0,56 \text{ cm}^2$	$0,53 \text{ cm}^2$	$A_s \text{ req} > A_{s,min}$ (justo), OK
Apoyos B, C (-)	$1,63 \text{ cm}^2$	$0,53 \text{ cm}^2$	$A_s \text{ req} > A_{s,min}$, OK

Todas las secciones superan el mínimo. El acero inferior corrido de 1/2" ($1,29 \text{ cm}^2$) también supera holgadamente $A_{s,min}$.

Acero por temperatura y retracción en la losa superior (E.060, 9.7 / 7.10): para la losa de 5 cm sobre las viguetas se coloca la malla por cambios volumétricos con cuantía $\rho = 0,0018$ ($f_y = 4200$):

$$A_{s,temp} = 0,0018 b h_f = 0,0018 \times 100 \times 5 = 0,90 \text{ cm}^2 \text{ por metro de ancho}$$

Se coloca varilla de 1/4" ($0,32 \text{ cm}^2$) cada 0,25 m: $A_s = \frac{0,32}{0,25} = 1,28 \text{ cm}^2/\text{m} \geq 0,90 \text{ cm}^2/\text{m}$. El espaciamiento 0,25 m respeta el máximo de $5h_f = 25 \text{ cm}$ (E.060, 9.7.2). CUMPLE. Se dispone perpendicular a las viguetas (temperatura) y como refuerzo de repartición.

3.7.5 Cuantía máxima y verificación de sección sub-reforzada (E.060, 10.3.4)

La cuantía balanceada y la máxima ($0,75 \rho_b$) para $f'_c = 210$, $f_y = 4200$ ($\beta_1 = 0,85$):

$$\rho_b = 0,85 \beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{6000}{6000 + f_y} = 0,85 \times 0,85 \times \frac{210}{4200} \times \frac{6000}{10200} = 0,7225 \times 0,05 \times 0,5882 = 0,02125$$

$$\rho_{max} = 0,75 \rho_b = 0,01594$$

Se verifica sobre la sección crítica de momento negativo (la más exigida, alma $b_w = 0,10$ m):

$$\rho = \frac{A_s}{b_w d} = \frac{1,63}{10 \times 22} = 0,00741 < \rho_{max} = 0,01594$$

O de forma equivalente, $A_{s,max} = \rho_{max} b_w d = 0,01594 \times 10 \times 22 = 3,51 \text{ cm}^2$, y el acero colocado ($2,00 \text{ cm}^2$) queda muy por debajo. La sección es SUB-REFORZADA: el acero fluye antes del aplastamiento del concreto, con falla dúctil (deformación unitaria del acero por encima de 0,005, sección controlada por tracción). Para el acero positivo, con el ancho del ala $b = 0,40$ m, la holgura es aún mayor ($A_{s,max} = 14,0 \text{ cm}^2$).

3.7.6 Tabla resumen del diseño por flexión (Nivel 1, gobernante)

Sección	M_u (tonf·m)	b_c (cm)	A_s requerido (cm^2)	$A_{s,min}$ (cm^2)	Varillas colocadas	A_s colocado (cm^2)	ρ	ϕM_n (tonf·m)	Verificación
Vano extremo A-B, C-D (+)	1,013	40 (ala)	1,24	0,53	1 varilla 1/2" corrida	1,29	0,001 47 (bxd)	1,054	CUMPLE
Vano central B-C (+)	0,465	40 (ala)	0,56 (min gobierna)	0,53	1 varilla 1/2" corrida	1,29	—	1,054	CUMPLE
Apoyos B, C (-)	1,237	10 (alm a)	1,63	0,53	bastón 1/2" + bastón 3/8"	2,00	0,007 41	1,485	CUMPLE
Losa superior (temperatura)	—	—	0,90 cm^2/r	—	1/4" @ 0,25 m	1,28 cm^2/r	0,001 8	—	CUMPLE

Conclusión del diseño por flexión. El armado de la viga del entrepiso (Nivel 1) queda: acero inferior corrido 1 varilla de 1/2" en los tres tramos, y bastones superiores de 1 varilla de 1/2" más 1 varilla de 3/8" en los apoyos interiores B y C. Todas las secciones superan el acero mínimo de aligerados y quedan holgadamente sub-reforzadas (falla dúctil garantizada). Este armado del Nivel 1 cubre también la azotea (Nivel 2), cuyas demandas son 33 % menores (numeral 3.6.4); la azotea puede reducirse al mínimo normativo por economía.

3.8 VERIFICACIÓN POR CORTANTE DE LA VIGUETA (E.060, Capítulo 11)

3.8.1 Criterio normativo para aligerados

En las losas aligeradas la resistencia al cortante la aporta únicamente el concreto de la vigueta; no se colocan estribos, pues el alma es demasiado angosta ($b_w = 0,10$ m) para alojarlos. La Norma E.060, en su artículo 11.8 (losas nervadas), permite para las viguetas de losas nervadas un incremento del 10 % en la resistencia del concreto respecto de la de una viga común, en reconocimiento de la acción conjunta de las viguetas adyacentes y de la losa superior [2]. La resistencia de diseño al cortante es entonces:

$$\phi V_c = \phi \times 1,1 \times 0,53 \sqrt{f'_c} b_w d$$

con $\phi = 0,85$ (cortante, E.060 9.3.2.3). Si $\phi V_c \geq V_u$ la vigueta resiste sin ensanche; si no, se retira el ladrillo de techo junto a los apoyos para ensanchar el alma (viguetas de doble ancho o ensanche alternado).

3.8.2 Datos de diseño

Parámetro	Valor
Ancho del alma b_w	10 cm
Peralte efectivo d	22 cm
f'_c	210 kgf/cm ²
ϕ (cortante)	0,85
Cortante último de diseño V_u (Nivel 1)	1,427 tonf = 1427 kgf

El cortante último $V_u = 1,427$ tonf proviene de la envolvente 3.6.2 (cara interior de los apoyos B, C; patrones de tramos adyacentes E4/E5). La combinación 1,4 CM + 1,7 CV ya está aplicada.

3.8.3 Cálculo de la resistencia del concreto (verificación a mano)

$$\phi V_c = 0,85 \times 1,1 \times 0,53 \sqrt{210} \times 10 \times 22$$

Paso a paso (unidades kgf, cm):

- $\sqrt{210} = 14,491$
- $0,53 \times 14,491 = 7,680$ kgf/cm² (esfuerzo cortante nominal del concreto)
- $V_c = 7,680 \times 10 \times 22 = 1689,6$ kgf (viga común, sin incremento)
- V_c con incremento de aligerado: $1,1 \times 1689,6 = 1858,6$ kgf
- $\phi V_c = 0,85 \times 1858,6 = 1579,8$ kgf

$$\phi V_c = 1,580 \text{ tonf}$$

3.8.4 Comparación y conclusión

$$V_u = 1,427 \text{ tonf} \quad \text{vs} \quad \phi V_c = 1,580 \text{ tonf}$$

$$\phi V_c = 1,580 \text{ tonf} \geq V_u = 1,427 \text{ tonf} \Rightarrow \text{CUMPLE}$$

La vigueta resiste el cortante SIN necesidad de ensanche ni de estribos. El margen es:

$$\phi V_c / V_u = 1,580 / 1,427 = 1,107 \Rightarrow \text{holgura del } 10,7 \%$$

Verificación	Valor
V_u (Nivel 1)	1,427 tonf
ϕV_c (aligerado, alma 0,10 m)	1,580 tonf
Relación $\phi V_c / V_u$	1,11
Requiere ensanche	NO
Requiere estribos	NO

Conclusión por cortante. La sección de alma $b_w = 0,10$ m del aligerado $e = 0,25$ m es suficiente para resistir el cortante último de 1,427 tonf con una holgura del 10,7 %. No se requiere ensanchar la vigueta ni retirar ladrillos junto a los apoyos. El Nivel 2 (azotea, $V_u = 0,966$ tonf) queda cubierto con margen mucho mayor ($\phi V_c / V_u = 1,64$). El diseño por cortante del aligerado queda verificado y cerrado.

Nota de verificación. El chequeo se realiza en la cara del apoyo con el V_u de envolvente; la sección crítica a distancia d del apoyo daría un cortante aún menor, de modo que la verificación en la cara es conservadora y del lado de la seguridad.

3.9 VERIFICACIÓN DE DEFLEXIÓN DE LA VIGUETA (E.060, Art. 9.6)

3.9.1 Alcance y procedencia de los resultados

Esta verificación cierra el análisis de la vigueta con el control de la deflexión en condiciones de servicio. Los valores NO se estiman a mano: se obtienen resolviendo la vigueta (viga continua de 3 tramos de 5,0 m) por el método matricial de rigidez directa (numeral 3.5), validado contra OpenSeesPy con error 0,0000 %, y aplicando la formulación E.060 Art. 9.6 [2]. Los resultados, junto con el barrido de peralte, se presentan a continuación.

Datos (v9): aligerado $e = 0,25$ m, luz $L = 5,0$ m, sección T ($b_w = 0,10$, $h = 0,25$, $h_f = 0,05$, $b_{ala} = 0,40$), $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$. Cargas de servicio del Nivel 1 (sin amplificar): $CM = 240 \text{ kgf/m}$, $CV = 80 \text{ kgf/m}$ (numeral 3.3) [3].

3.9.2 Control por peralte mínimo (E.060, Tabla 9.1)

La Tabla 9.1 de la E.060 fija los peraltes mínimos que EXIMEN de calcular la deflexión (siempre que el elemento no soporte elementos susceptibles de dañarse) [2]. Para aligerados en una dirección:

Condición de apoyo	Peralte mínimo h_{min}	Valor para $L = 5,0$ m	$e = 0,25$ adoptado
Un extremo continuo (vanos extremos A-B, C-D)	$L/18,5$	0,270 m	$0,25 < 0,27$, NO alcanza
Ambos extremos continuos (vano central B-C)	$L/21$	0,238 m	$0,25 > 0,238$, CUMPLE

Lectura honesta del control por peralte. El vano central satisface el peralte mínimo ($0,25 \text{ m} > L/21 = 0,238 \text{ m}$), de modo que ahí la deflexión quedaría eximida de cálculo. Sin embargo, los vanos extremos (un extremo continuo) requieren $h_{min} = L/18,5 = 0,270 \text{ m}$, valor que el peralte adoptado de $0,25 \text{ m}$ NO alcanza. Por lo tanto, la Tabla 9.1 NO exime automáticamente de la verificación: la Norma OBLIGA a calcular explícitamente la deflexión de servicio y comprobar que no excede los límites de la Tabla 9.2. Ese cálculo es el que se presenta a continuación y es el que decide el cumplimiento. (Esto es consistente con el numeral 3.3.4, que ya identifica el vano extremo con $h_{min} = L/18,5 = 0,270 \text{ m}$ y anticipa la necesidad de este cálculo explícito de deflexión.)

Adicionalmente, el barrido de peralte confirma por qué se descartó el $e = 0,20 \text{ m}$: a $e = 0,20$ la deflexión relevante es $22,7 \text{ mm}$, muy por encima del límite de $10,4 \text{ mm}$ (218 % de uso, NO CUMPLE), mientras que a $e = 0,25$ baja a $9,5 \text{ mm}$ (91 %, CUMPLE). El $e = 0,25$ es el mínimo espesor que satisface la deflexión para esta luz, criterio de predimensionado por deflexión coherente con la Norma E.060 [2] y con la literatura de análisis estructural [5].

3.9.3 Deflexión de servicio calculada (E.060, Art. 9.6)

El procedimiento estricto de la E.060 se aplica así:

- Momento de fisuración $M_{cr} = \frac{f_r I_g}{y_t}$, con $f_r = 2\sqrt{f'_c}$ (módulo de rotura, E.060 9.6.2.3).
- La vigueta FISURA en servicio ($M_{a,vano} = 0,600 \text{ tonf}\cdot\text{m} > M_{cr} = 0,405 \text{ tonf}\cdot\text{m}$), por lo que se emplea el momento de inercia EFECTIVO de Branson [2]: $I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] I_{cr}$, con $I_{cr} = 0,35 I_g$ (referencia para sección fisurada sin acero consolidado). Resulta $I_e = 1,249 \times 10^{-4} \text{ m}^4$.
- Deflexión diferida (largo plazo, E.060 9.6.2.5): $\lambda = \frac{\xi}{1+50\rho'} = \frac{2,0}{1+0} = 2,00$ ($\xi = 2,0$ para 5 años o más, $\rho' = 0$, caso más desfavorable), aplicada sobre la flecha inmediata de la carga sostenida ($D + 0,25L$).
- Límite gobernante (E.060, Tabla 9.2): como la vigueta soporta tabiquería (elementos no estructurales susceptibles de dañarse), se aplica $L/480$ sobre la porción de flecha que ocurre DESPUÉS de instalar la tabiquería, es decir, diferida más viva. Este es el límite más exigente de la Tabla 9.2 y el que se adopta del lado de la seguridad.

Resultados de la verificación (vigueta de losa aligerada N1, $3 \times 5,0 \text{ m}$):

Magnitud	Valor
Momento de fisuración M_{cr}	0,405 tonf·m

Magnitud	Valor
Momento de servicio de vano M_a	0,600 tonf·m (fisura: Sí)
Inercia efectiva I_e	$1,249 \times 10^{-4} \text{ m}^4$
Flecha inmediata por carga muerta D	3,804 mm
Flecha inmediata por carga viva L	1,268 mm
Flecha inmediata total $D + L$	5,072 mm
Factor diferido λ	2,00
Flecha diferida (largo plazo)	8,242 mm
Flecha gobernante post-tabiquería (diferida + viva)	9,509 mm
Flecha total informativa (inmediata + diferida)	13,313 mm
Límite aplicado (Tabla 9.2)	$L/480 = 10,417 \text{ mm}$
Uso del límite	91,3 %
Verificación	CUMPLE

3.9.4 Comparación contra límites y conclusión

La verificación gobernante compara la flecha que ocurre después de colocar la tabiquería (diferida + viva = 9,509 mm) contra el límite más estricto de la Tabla 9.2 para elementos ligados a tabiques susceptibles de dañarse:

$$\text{flecha post-tabiquería} = 9,509 \text{ mm} \leq L/480 = \frac{5000}{480} = 10,417 \text{ mm}$$

⇒ CUMPLE (91,3 % del límite)

A título informativo, otros límites de la Tabla 9.2:

- $L/360$ (pisos que soportan elementos no susceptibles de dañarse): $\frac{5000}{360} = 13,889$ mm. La flecha post-tabiquería (9,509 mm) también cumple.
- $L/240$ (otros elementos, flecha total): $\frac{5000}{240} = 20,833$ mm. La flecha total informativa (13,313 mm) cumple.

Conclusión por deflexión. La vigueta del aligerado $e = 0,25$ m CUMPLE la verificación de deflexión de servicio de la E.060: aunque el peralte no alcanza el mínimo de la Tabla 9.1 para los vanos extremos (lo que obliga al cálculo), la deflexión post-tabiquería calculada (9,509 mm) queda por debajo del límite más exigente $L/480 = 10,417$ mm, con 91,3 % de uso y un margen del 8,7 %. Esto justifica cuantitativamente la elección del peralte $e = 0,25$ m frente al $e = 0,20$ m (que fallaba con 218 % de uso). El cálculo emplea el motor matricial validado y la formulación estricta de inercia efectiva de Branson, sin cifras estimadas a mano.

Lo esencial de este capítulo

- El metrado E.020 de la vigueta tipo (ancho tributario $b = 0,40$ m, aligerado $e = 0,25$ m) arroja cargas últimas de $W_u = 472$ kgf/m en el entrepiso y $W_u = 320$ kgf/m en la azotea; el Nivel 1 gobierna el diseño.

- La alternancia de carga viva no es un formalismo: los patrones de tramos adyacentes (E4, E5) elevan el momento negativo de apoyo de 1,180 a 1,237 tonf·m (un 4,8 % más que la carga plena) y el patrón de tramos alternos (E2) eleva el momento positivo de vano extremo a 1,013 tonf·m.
- La envolvente de diseño de la viga V-1 (Nivel 1) queda definida por $M^- = 1,237$ tonf·m, $M^+ = 1,013$ tonf·m y $V = 1,427$ tonf, resuelta por el método directo de rigidez y validada contra OpenSeesPy con error 0,0000 %.
- El diseño por flexión se satisface con acero inferior corrido de 1 varilla de 1/2" (1,29 cm²) y bastones superiores de 1/2" más 3/8" (2,00 cm²) en los apoyos B y C, con secciones sub-reforzadas de falla dúctil.
- El cortante se resiste sin estribos ni ensanches: $\phi V_c = 1,580$ tonf $\geq V_u = 1,427$ tonf, con holgura del 10,7 %.
- El espesor $e = 0,25$ m no queda eximido del cálculo de deflexión en los vanos extremos ($L/18,5 = 0,270$ m) y la verificación explícita lo valida: flecha post-tabiquería de 9,509 mm frente al límite $L/480 = 10,417$ mm (91,3 % de uso); un aligerado de $e = 0,20$ m habría fallado con 22,7 mm.



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

Capítulo 3. Ejercicios de losas aligeradas bajo cargas de gravedad (vigüeta continua, alternancia de carga y diseño E.060)

Los ejercicios de este capítulo se construyen como variantes del análisis desarrollado en el texto: la losa aligerada unidireccional de la vivienda de dos pisos, con las vigüetas armadas en la dirección X e idealizadas como vigas continuas de tres tramos de 5,0 m sobre apoyos simples. La sección resistente de cada vigüeta es una T de aligerado $e = 0,25$ m (alma $b_w = 0,10$ m, losa superior $h_f = 0,05$ m, ala colaborante igual al ancho tributario $b = 0,40$ m), con concreto de $f'_c = 210$ kgf/cm² (módulo $E = 15000\sqrt{f'_c} \times 10 = 2\,173\,706,5$ tonf/m²). El metrado E.020 del Nivel 1 (entrepiso vivienda) arroja carga muerta $CM = 240$ kgf/m y carga viva $CV = 80$ kgf/m, de donde la carga última de diseño es $W_u = 1,4\,CM + 1,7\,CV = 472$ kgf/m. Con estos datos el texto obtuvo, para la vigüeta V-1 crítica, una envolvente de diseño $M^- = 1,237$ tonf·m, $M^+ = 1,013$ tonf·m y $V = 1,427$ tonf, verificada contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,0000 por ciento.

Cada ejercicio modifica un dato del metrado, de la geometría o de la condición de carga y pide rehacer el cálculo. El solucionario que sigue a los enunciados desarrolla cada paso y contrasta el resultado con el motor matricial propio del libro, de modo que todas las respuestas están verificadas numéricamente y no calculadas a mano. La convención de notación es la del estándar del libro: CM carga muerta, CV carga viva, W_u carga última, M^- momento negativo de apoyo, M^+ momento positivo de vano (evaluado en el punto de cortante nulo), V fuerza cortante.

Ejemplo desvanecido: de la carga última al momento de diseño

Los cuatro ejercicios que siguen te piden resolver la vigüeta por tu cuenta, y ahí está el salto que a muchos les cuesta: en el texto viste el cálculo terminado, pero verlo hecho no es lo mismo que saber hacerlo. Este ejemplo es el puente. Vamos a recorrer el mismo problema tres veces, y en cada pasada te voy soltando la mano un poco más: primero lo resuelvo yo entero, después completas tú los pasos que importan, y al final te doy solo la respuesta para que verifiques la tuya. Es la forma honesta de aprender un método: no adivinando, sino reconstruyéndolo.

El problema es el del texto: la vigüeta V-1, continua de tres tramos de 5,0 m sobre apoyos simples, sección T de aligerado $e = 0,25$ m ($EI = 493,61$ tonf·m²), con la carga última del Nivel 1 $W_u = 0,472$ tonf/m.

Nivel 1. Resuelto completo

Paso 1. De la carga al empotramiento perfecto. El método directo de rigidez arranca fijando ficticiamente cada tramo y preguntándose qué momento y qué cortante haría falta para mantenerlo empotrado bajo su carga. Para una barra con carga uniforme, esos valores son de memoria:

$$M_{emp} = \frac{W_u L^2}{12} = \frac{0,472 \times 5,0^2}{12} = 0,983 \text{ tonf·m}, \quad V_{emp} = \frac{W_u L}{2} = \frac{0,472 \times 5,0}{2} = 1,180 \text{ tonf}$$

Acá muchos se confunden y meten $wL^2/8$, que es el momento de una viga simplemente apoyada; ese no es. El $wL^2/12$ es el de empotramiento perfecto, el ladrillo con el que se arma el método matricial.

Paso 2. Ensamblar la rigidez y resolver. Cada tramo aporta a la diagonal de la matriz de rigidez su término rotacional $4EI/L = 4 \times 493,61/5,0 = 394,89 \text{ tonf}\cdot\text{m/rad}$, y los tramos que comparten un apoyo se acoplan con $2EI/L = 197,45$. Los apoyos exteriores están articulados (momento nulo, giro libre) y los interiores solo restringen el desplazamiento vertical. Resolviendo $KU = F$, el motor entrega el giro del apoyo interior $\theta_B = 0,000996 \text{ rad}$ (pequeño, como corresponde a una vigueta rígida y poco cargada).

Paso 3. Del giro a las fuerzas internas. Con los giros ya conocidos se recuperan los momentos y cortantes de cada tramo. En la cara del apoyo interior B, con los tres tramos cargados, el momento negativo resulta:

$$M_B^- = 1,180 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad M_{vano}^+ = 0,944 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad V_{m\acute{a}x} = 1,416 \text{ tonf}$$

Un buen chequeo de sentido físico: para una viga continua de tres tramos iguales bajo carga uniforme, el momento del apoyo interior ronda $0,10 W_u L^2 = 0,10 \times 0,472 \times 5,0^2 = 1,180 \text{ tonf}\cdot\text{m}$. Coincide con el motor al milésimo.

Paso 4. El puente a la envolvente de diseño. Ese 1,180 es el caso ingenuo, con la carga viva plantada en los tres tramos a la vez. Pero la E.060 obliga a alternarla, y ahí está la trampa que se desarrolla en el Ejercicio 3.4: cargar solo los dos tramos adyacentes al apoyo lo castiga más. La envolvente de diseño sube entonces a $M_B^- = M_C^- = 1,237 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ y $M^+ = 1,013 \text{ tonf}\cdot\text{m}$, con $V_{m\acute{a}x} = 1,427 \text{ tonf}$. Ese es el número con el que se dimensiona el acero. Retén la diferencia: el método te da las fuerzas de un estado de carga; el diseño exige la envolvente de todos.

Nivel 2. Completa tú los pasos clave

Misma vigueta, mismos datos. Ahora te toca reconstruir el arranque y el cierre, que son los dos pasos donde de verdad se juega el resultado. Toma $W_u = 0,472 \text{ tonf/m}$ y $L = 5,0 \text{ m}$:

- Momento de empotramiento perfecto de cada tramo: $M_{emp} = \frac{W_u L^2}{12} = [\quad] \text{ tonf}\cdot\text{m}$.
- Estimación del momento del apoyo interior por la regla de la viga continua de tres tramos: $M_B^- \approx 0,10 W_u L^2 = [\quad] \text{ tonf}\cdot\text{m}$.

Si tus dos casillas no coinciden con las respuestas al pie, revisa antes de seguir: casi siempre el desliz está en elevar la luz al cuadrado o en confundir el coeficiente $1/12$ con $1/8$.

Respuestas: $M_{emp} = 0,983 \text{ tonf}\cdot\text{m}$; $M_B^- \approx 1,180 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ (caso de carga plena, antes de la envolvente por alternancia).

Nivel 3. Casi solo: verifica tu resultado

Ahora sin andamiaje. Resuelve la misma vigueta pero con tramos de $6,0 \text{ m}$ en vez de $5,0 \text{ m}$, un vano más largo, conservando $W_u = 0,472 \text{ tonf/m}$. Ensambla, resuelve y saca las fuerzas internas por tu cuenta. Cuando termines, tus números deben caer sobre estos:

$$M_B^- = 1,699 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad M_{\text{vano}}^+ = 1,359 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad V = 1,133 \text{ y } 1,699 \text{ tonf}$$

Si te dieron, no fue suerte: interiorizaste el método. Y de paso notarás que alargar la luz de 5,0 a 6,0 m sube el momento del apoyo un 44 por ciento ($1,180 \rightarrow 1,699$), justo lo que predice la razón de luces al cuadrado ($6,0^2/5,0^2 = 1,44$). Esa es la señal de que entendiste por qué, no solo cuánto.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 3.1 (nivel drill). El texto metra una losa aligerada de $e = 0,25 \text{ m}$ para uso vivienda ($W_u = 472 \text{ kgf/m}$). Considera ahora una losa aligerada de $e = 0,30 \text{ m}$ (peso propio normativo 420 kgf/m^2 , Tabla 3.3 de la E.020) para uso OFICINA (sobrecarga 250 kgf/m^2), con piso terminado 100 kgf/m^2 y tabiquería repartida 150 kgf/m^2 . Realiza el metrado completo por vigueta (ancho tributario $b = 0,40 \text{ m}$): obtén la carga muerta CM , la carga viva CV , la carga de servicio W_s y la carga última $W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$. Compara W_u con la del texto y cuantifica el incremento.

Ejercicio 3.2 (nivel aplicado). Resuelve de punta a punta una variante de la vigueta continua del texto: la misma tipología (tres tramos, apoyos simples, aligerado $e = 0,25 \text{ m}$, sección T) pero con luz de tramo de $4,5 \text{ m}$ en lugar de $5,0 \text{ m}$, conservando la carga última del Nivel 1 ($W_u = 472 \text{ kgf/m}$). Ensambla el modelo, resuelve por el método directo de rigidez, obtén el momento negativo del apoyo interior, el momento positivo de vano y el cortante máximo, y traza el DMF y el DFC. Cuantifica en qué porcentaje la luz más corta reduce el momento de apoyo respecto de la vigueta de $5,0 \text{ m}$ del texto y contrástalo con la razón de luces al cuadrado.

Ejercicio 3.3 (nivel criterio). Un proyectista propone resolver un aligerado de tres tramos continuos de $5,5 \text{ m}$ de luz (más exigente que los $5,0 \text{ m}$ del texto) con un peralte de $e = 0,20 \text{ m}$, argumentando que “resiste de sobra” por flexión. Antes de aceptarlo, VERIFICA la deflexión de servicio según la E.060 (Tabla 9.1 y Art. 9.6): calcula la flecha post-tabiquería (diferida más viva, con inercia efectiva de Branson y factor diferido $\lambda = 2,0$) y compárala con el límite $L/480$. Descubre si $e = 0,20 \text{ m}$ cumple; si no, barre los peraltes $0,20$, $0,25$ y $0,30 \text{ m}$ y halla el mínimo espesor que satisface la deflexión. Explica la lección: no basta que la sección resista, debe controlar la deflexión.

Ejercicio 3.4 (nivel reto). La vigueta V-1 del texto (3 tramos de $5,0 \text{ m}$, Nivel 1) se diseña considerando la ALTERNANCIA de carga viva que exige la E.060. Reproduce el análisis completo: resuelve los cinco patrones de damero (todos los tramos cargados; tramos alternos; solo el central; tramos adyacentes A-B; tramos adyacentes B-C), construye la envolvente de momentos y cortantes, y reporta el máximo momento negativo de apoyo, el máximo momento positivo de vano y el cortante máximo. Compara la envolvente contra el caso ingenuo de todos los tramos cargados para mostrar cuánto sube la demanda por la alternancia, y cruza el resultado con la envolvente de diseño del texto.

Solucionario

Cada solución sigue la misma secuencia: enunciado, datos, planteamiento (metrado o método matricial), resultado verificado con el motor de cálculo (se resume la verificación numérica) e interpretación con revisión de sentido físico.

Solución 3.1. Metrado de la losa aligerada variante ($e = 0,30$ m, uso oficina)

Datos. Aligerado $e = 0,30$ m, peso propio normativo 420 kgf/m^2 (Tabla 3.3 de la E.020, mayor que los 350 kgf/m^2 del $e = 0,25$); piso terminado 100 kgf/m^2 ; tabiquería repartida 150 kgf/m^2 ; sobrecarga de oficina 250 kgf/m^2 (E.020, mayor que los 200 kgf/m^2 de vivienda). Ancho tributario $b = 0,40$ m.

Ejercicio 3.1: metrado de la losa aligerada $e = 0,30$ m (uso oficina) $\rightarrow W_u = 0,545 \text{ tonf/m}$

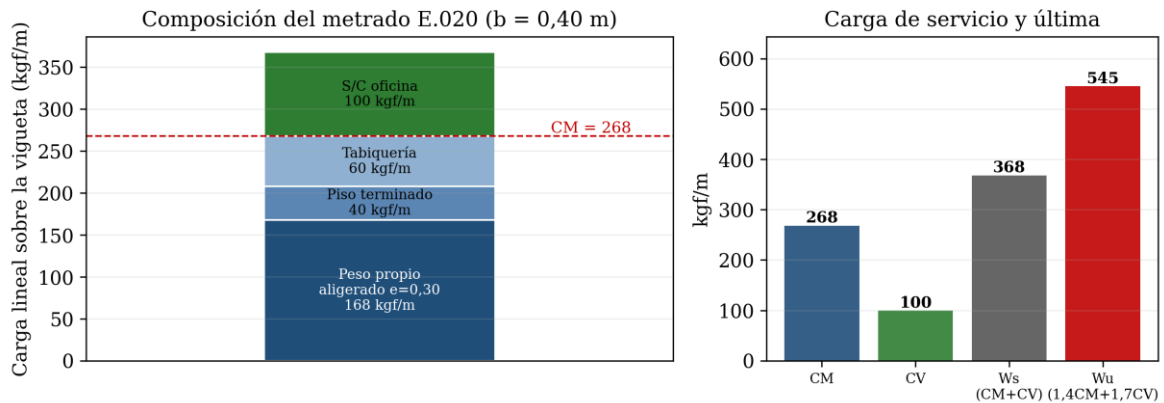


Figura E3.1. Composición del metrado E.020 de la losa aligerada variante del Ejercicio 3.1 ($e = 0,30$ m, uso oficina). A la izquierda, la barra apilada de las cargas lineales sobre la viga; a la derecha, la carga muerta, la viva, la de servicio y la última.

Paso 1. Carga muerta (numeral 3.3). Los pesos por unidad de área se convierten en carga lineal multiplicando por el ancho tributario $b = 0,40$ m:

$$CM = (420 + 100 + 150) \times 0,40 = 670 \times 0,40 = 268 \text{ kgf/m}$$

Paso 2. Carga viva. La sobrecarga de oficina se lleva a lineal del mismo modo:

$$CV = 250 \times 0,40 = 100 \text{ kgf/m}$$

Paso 3. Cargas de servicio y última (combinación E.060, 9.2).

$$W_s = CM + CV = 268 + 100 = 368 \text{ kgf/m}$$

$$W_u = 1,4 CM + 1,7 CV = 1,4(268) + 1,7(100) = 375,2 + 170,0 = 545,2 \text{ kgf/m}$$

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio el metrado y las fuerzas internas que la carga última produce sobre la viga continua.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Carga última W_u	0,5452 tonf/m	+15,5 % vs texto ($e = 0,25$)
M^- apoyo interior B	1,363 tonf·m	coincide con $0,10 W_u L^2$

Magnitud	Valor del motor	Contraste
M^+ vano	1,090 tonf·m	sentido físico $M^- > M^+$
$V_{m\acute{a}x}$	1,636 tonf	coherente con la reacción de apoyo

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El cambio de uso y de espesor eleva la carga última de 472 a 545,2 kgf/m, un 15,5 por ciento más que la losa del texto. El aumento proviene de dos frentes: el peralte mayor engrosa el peso propio (420 frente a 350 kgf/m²) y el uso oficina sube la sobrecarga (250 frente a 200 kgf/m²). La verificación con el motor confirma el sentido físico: al aplicar W_u sobre la vigueta continua, el momento negativo de apoyo (1,363 tonf·m) resulta mayor que el positivo de vano (1,090 tonf·m), como corresponde a una viga continua de varios tramos, y coincide con la estimación clásica $M^- \approx 0,10 wL^2$ para tramos interiores iguales.

Solución 3.2. Vigueta continua variante resuelta de punta a punta (luz 4,5 m)

Datos. Vigueta continua de tres tramos de 4,5 m (en vez de 5,0 m), apoyos simples en los ejes A-B-C-D, sección T de aligerado $e = 0,25$ m ($I_g = 2,27083 \times 10^{-4}$ m⁴, $EI = 493,61$ tonf·m²), carga última del Nivel 1 $W_u = 0,472$ tonf/m en los tres tramos.

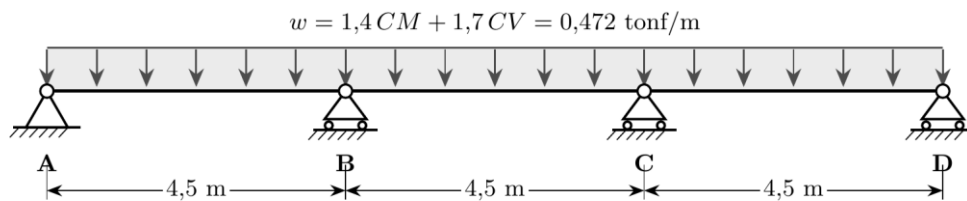


Figura E3.2a. Idealización de la vigueta continua variante del Ejercicio 3.2: tres tramos de 4,5 m sobre apoyos simples (articulación fija en A, rodillos en B, C y D), con la carga última uniforme $W_u = 0,472$ tonf/m.

Paso 1. Modelo y grados de libertad (numeral 3.5). La vigueta se idealiza como viga continua de cuatro nudos; el apoyo A fija además el desplazamiento horizontal (elimina el modo rígido axial) y los apoyos B, C y D restringen solo el vertical. Cada carga de tramo entra como fuerzas de empotramiento perfecto ($M_{emp} = wL^2/12$, $V_{emp} = wL/2$) que alimentan el vector de cargas nodales.

Paso 2. Solución y fuerzas internas (numerales 3.5 y 3.6). Resuelto $KU = F$ y hecha la retro-sustitución, el tramo extremo entrega momento nulo en el apoyo exterior A y momento negativo en el apoyo interior B; los cortantes reparten la reacción de cada apoyo.

Magnitud	Apoyo ext. A	Apoyo int. B
M (tonf·m)	0,000	-0,956
V (tonf)	0,850	1,274

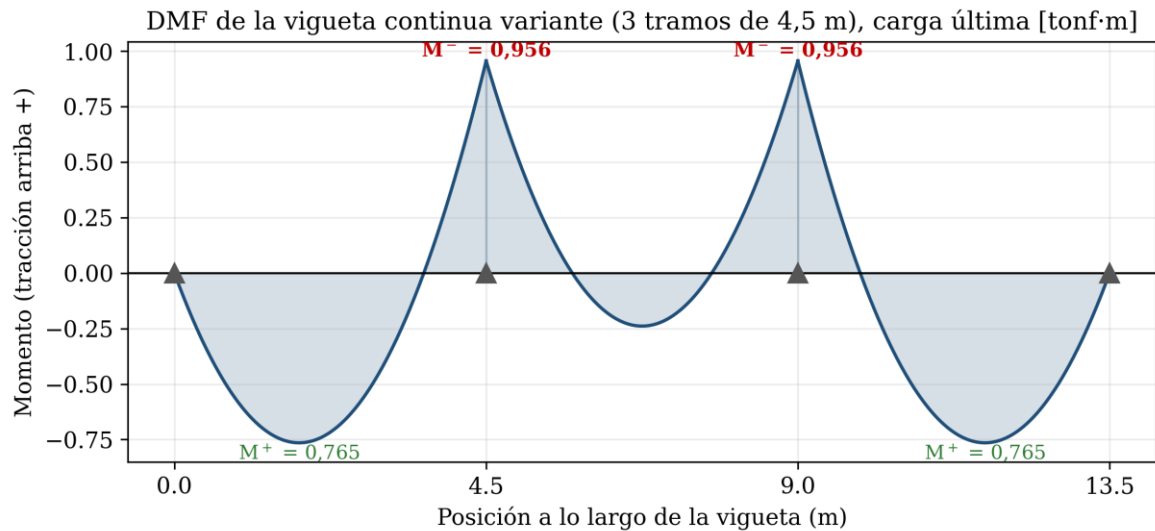


Figura E3.2b. DMF de la vigueta continua variante (3 tramos de 4,5 m), carga última. Los apoyos interiores concentran el momento negativo ($M^- = 0,956$ tonf·m) y los vanos el positivo ($M^+ = 0,765$ tonf·m en el vano extremo).

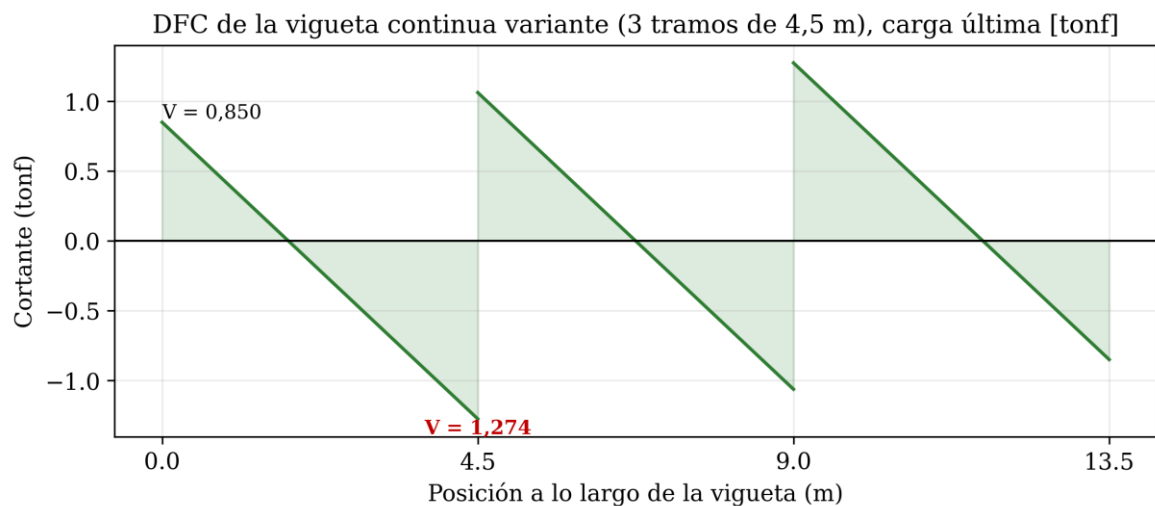


Figura E3.2c. DFC de la vigueta continua variante (3 tramos de 4,5 m), carga última. El cortante máximo, $V = 1,274$ tonf, aparece en la cara del apoyo interior.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio las fuerzas internas de la vigueta continua variante de luz 4,5 m.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
M^- apoyo interior B	0,9558 tonf·m	reducción del 19,00 % vs luz 5,0 m
M^+ vano extremo	0,7646 tonf·m	coincide con $(4,5/5,0)^2 = 0,8100$
$V_{máx}$ (cara apoyo interior)	1,2744 tonf	menor que 1,4160 tonf de la luz 5,0 m

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. La luz más corta rigidiza la vigueta y baja el momento negativo del apoyo interior de 1,180 tonf·m (vigueta de 5,0 m con carga plena) a 0,956 tonf·m, una reducción del 19,00 por ciento que coincide exactamente con la razón de luces al cuadrado ($4,5^2/5,0^2 = 0,810$, es decir -19,0 por ciento), consistente con que el momento de

gravidad de una viga continua escala con wL^2 . El momento negativo del apoyo interior (0,956) sigue siendo mayor que el positivo del vano extremo (0,765), como debe ocurrir en toda viga continua, y el cortante también disminuye (1,274 frente a 1,416 tonf). Nota: esta corrida usa la carga plena en los tres tramos; la envolvente de diseño requiere además la alternancia de carga viva del Ejercicio 3.4.

Solución 3.3. El chequeo de deflexión: descubrir el sub-peralte (E.060 Tabla 9.1 y Art. 9.6)

Datos. Aligerado continuo de tres tramos de 5,5 m, sección T, cargas de servicio del Nivel 1 (entrepiso con tabiquería). El peso propio del aligerado sube con el peralte según la Tabla de la E.020 ($e = 0,20 \rightarrow 300 \text{ kgf/m}^2$; $e = 0,25 \rightarrow 350$; $e = 0,30 \rightarrow 420$), de modo que la carga muerta se recompone en cada tanteo. Límite gobernante $L/480$ (elemento ligado a tabiquería susceptible de dañarse, Tabla 9.2), inercia efectiva de Branson con $I_{cr} \approx 0,35 I_g$ y factor diferido $\lambda = 2,0$.

Paso 1. Control por peralte mínimo (E.060 Tabla 9.1). Para $L = 5,5 \text{ m}$, los peraltes mínimos que eximirían de calcular la deflexión son $L/18,5 = 0,297 \text{ m}$ (vano con un extremo continuo) y $L/21 = 0,262 \text{ m}$ (vano central). El aligerado propuesto de $e = 0,20 \text{ m}$ no alcanza ninguno de los dos, de modo que la Norma OBLIGA a calcular la deflexión de servicio.

Paso 2. Deflexión de servicio calculada. El script aplica la formulación estricta del Art. 9.6 (momento de fisuración, inercia efectiva de Branson, flecha inmediata por carga muerta y por carga viva, flecha diferida sobre la carga sostenida $D + 0,25L$) y compara la flecha post-tabiquería (diferida más viva) contra $L/480 = 11,46 \text{ mm}$.

Peralte e (m)	$I_g \text{ (m}^4\text{)}$	$I_e \text{ (m}^4\text{)}$	Flecha post-tabiquería (mm)	% de $L/480$	¿Cumple?
0,20	1,180 $\times 10^{-4}$	4,552 $\times 10^{-5}$	35,65	311 %	NO
0,25	2,271 $\times 10^{-4}$	1,051 $\times 10^{-4}$	16,54	144 %	NO
0,30	3,844 $\times 10^{-4}$	2,342 $\times 10^{-4}$	8,12	71 %	Sí

Ejercicio 3.3: deflexión de la vigueta aligerada (luz 5,5 m)
 $e = 0,20$ y $e = 0,25$ NO cumplen; el mínimo que cumple es $e = 0,30$ m

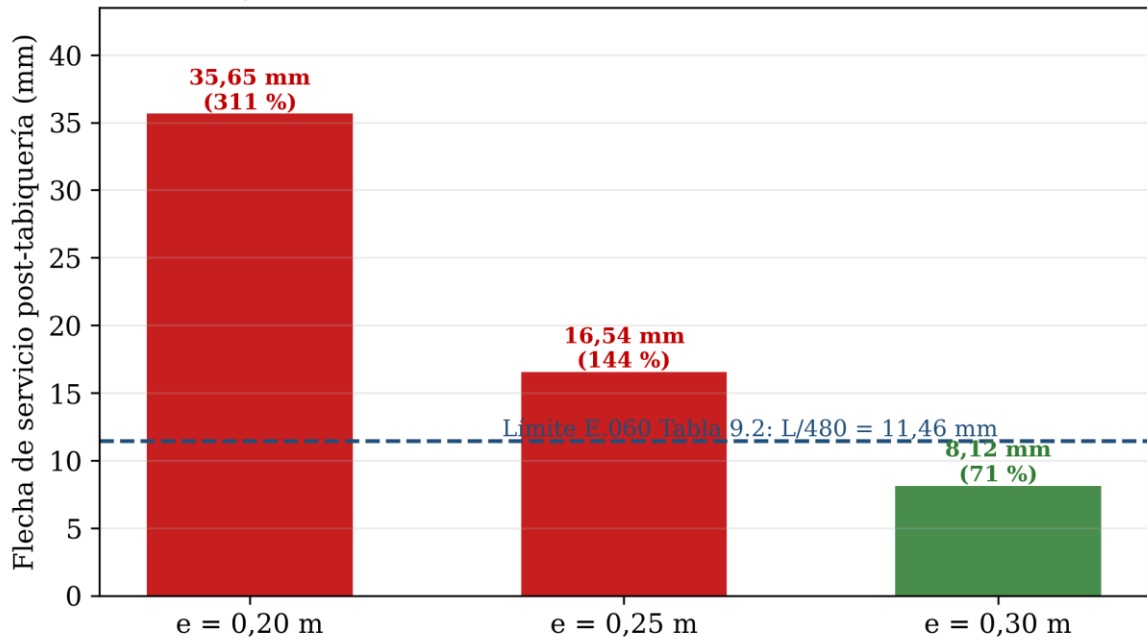


Figura E3.3. Deflexión de servicio post-tabiquería de la vigueta aligerada del Ejercicio 3.3 (luz 5,5 m) para tres peraltes, frente al límite $L/480 = 11,46$ mm. Los peraltes $e = 0,20$ m y $e = 0,25$ m superan el límite (NO cumplen); el mínimo que cumple es $e = 0,30$ m.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la deflexión de servicio de los tres peraltes frente al límite normativo $L/480 = 11,46$ mm (E.060, Tabla 9.1 y Art. 9.6).

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Flecha post-tabiquería, $e = 0,20$ m	35,65 mm	311 % de $L/480$: NO cumple
Flecha post-tabiquería, $e = 0,25$ m	16,54 mm	144 % de $L/480$: NO cumple
Flecha post-tabiquería, $e = 0,30$ m	8,12 mm	71 % de $L/480$: cumple (mínimo)

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El aligerado de $e = 0,20$ m propuesto está claramente sub-peraltado: su flecha post-tabiquería alcanza 35,65 mm, más del triple del límite $L/480 = 11,46$ mm (311 por ciento de uso). El argumento de que “resiste por flexión” es irrelevante para este estado límite: la deflexión de servicio es un requisito independiente de la resistencia. Al aumentar el peralte, la flecha cae con fuerza (la inercia crece aproximadamente con el cubo del peralte), pero incluso $e = 0,25$ m sigue fallando (16,54 mm, 144 por ciento) para esta luz de 5,5 m. Solo $e = 0,30$ m cumple (8,12 mm, 71 por ciento de uso), y es además el único que satisface el peralte mínimo de la Tabla 9.1. La lección de método es directa: para luces grandes en aligerados unidireccionales, la deflexión, no la flexión, suele gobernar el predimensionado del espesor. (Compárese con el texto, donde para la luz menor de 5,0 m el peralte $e = 0,25$ m sí cumplía con 91,3 por ciento de uso; medio metro más de luz cambia por completo la exigencia.)

Solución 3.4. Envolvente por alternancia de carga viva de la vigueta V-1

Datos. Vigueta V-1 del texto: tres tramos de 5,0 m, sección T de aligerado $e = 0,25$ m, cargas del Nivel 1 ($CM = 240$ kgf/m, $CV = 80$ kgf/m). La carga muerta actúa siempre en los tres tramos; la carga viva se alterna según cinco patrones de damero, y cada estado se combina en última ($W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$ en los tramos cargados con viva).

Paso 1. Los cinco patrones de alternancia (E.060, 9.2). Los patrones capturan los efectos máximos: los tramos alternos cargados maximizan el momento positivo de vano, y los tramos adyacentes cargados maximizan el momento negativo del apoyo que comparten.

Estado	Patrón de CV	M_B^-	M_C^-	M^+ vano ext.	M^+ vano central	$V_{m\acute{a}x}$
E1 (todos)	[1,1,1]	1,180	1,180	0,944	0,295	1,416
E2 (alternos)	[1,0,1]	1,010	1,010	1,013	0,040	1,382
E3 (central)	[0,1,0]	1,010	1,010	0,606	0,465	1,180
E4 (adyac. A-B)	[1,1,0]	1,237	0,953	0,922	0,383	1,427
E5 (adyac. B-C)	[0,1,1]	0,953	1,237	0,922	0,383	1,427

(Momentos en tonf·m, cortantes en tonf.)

Paso 2. Envolvente de diseño. Tomando el máximo punto a punto sobre los cinco estados se obtiene la envolvente: el momento negativo de apoyo lo gobierna el patrón de tramos adyacentes (E4 para el apoyo B, E5 para el C), el momento positivo de vano extremo lo gobierna el patrón de tramos alternos (E2) y el cortante máximo aparece con los tramos adyacentes cargados.

Ejercicio 3.4: envolvente DMF por alternancia de carga viva (vigueta V-1, 3 tramos de 5,0 m) [tonf·m]

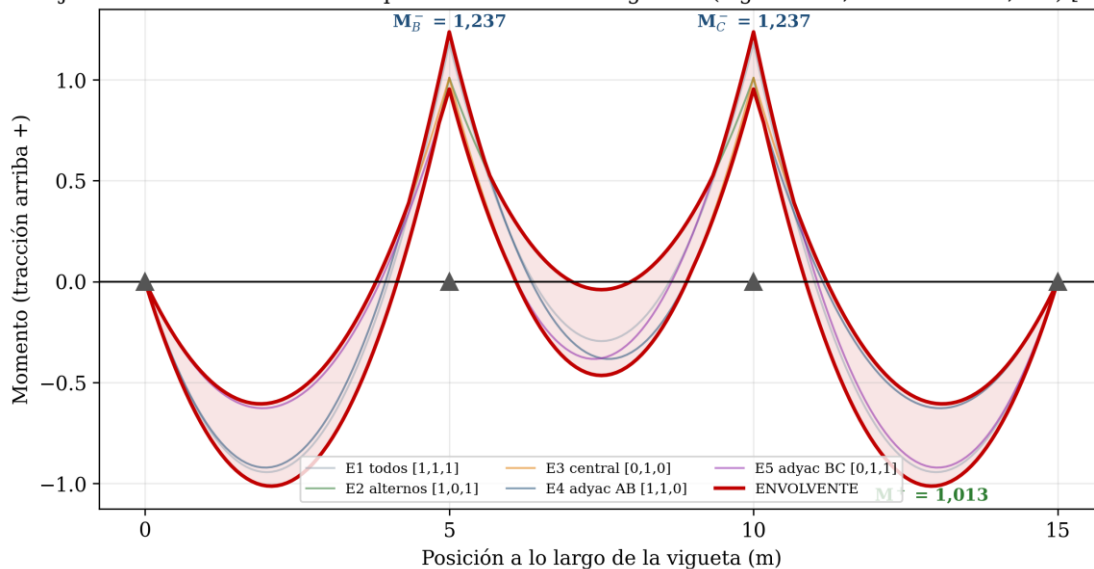


Figura E3.4a. Envolvente del DMF de la vigueta V-1 por alternancia de carga viva (Ejercicio 3.4). Cada curva delgada es un patrón de damero; la envolvente roja recoge los máximos: $M_B^- = M_C^- = 1,237$ tonf·m en los apoyos interiores y $M^+ = 1,013$ tonf·m en el vano extremo.

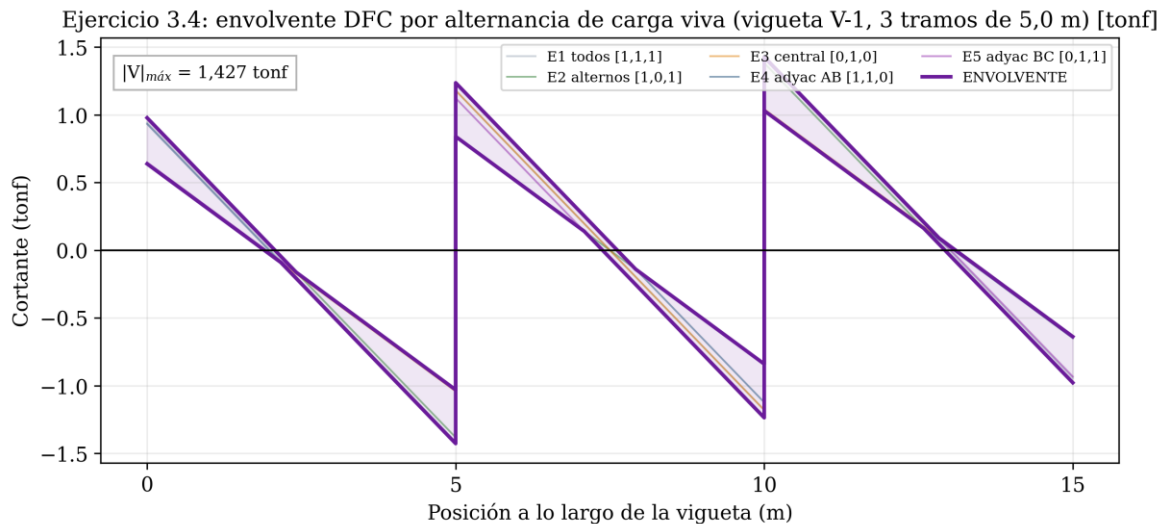


Figura E3.4b. Envolvente del DFC de la vigüeta V-1 por alternancia de carga viva (Ejercicio 3.4). El cortante máximo de la envolvente es $|V|_{máx} = 1,427 \text{ tonf}$, en la cara del apoyo interior.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la envolvente por alternancia de carga viva sobre los cinco patrones de damero.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
M^- apoyo interior (B, C)	1,2367 tonf·m	reproduce la envolvente del texto (1,237); +4,8 % vs caso pleno E1
M^+ vano extremo	1,0132 tonf·m	reproduce la envolvente del texto (1,013); +7,3 % vs caso pleno E1
$V_{máx}$	1,4273 tonf	reproduce la envolvente del texto (1,427)

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. La alternancia de carga viva no es un formalismo: cargar solo los tramos adyacentes A-B eleva el momento negativo del apoyo B de 1,180 tonf·m (caso ingenuo de todos los tramos cargados) a 1,237 tonf·m, un 4,8 por ciento más, porque el tramo descargado ya no “alivia” con su curvatura opuesta el giro del apoyo. De igual modo, cargar los tramos alternos (E2) sube el momento positivo del vano extremo de 0,944 a 1,013 tonf·m, un 7,3 por ciento más. Si se dimensionara con el solo caso de carga plena se subestimarían tanto el acero negativo de los apoyos como el positivo de los vanos. La envolvente obtenida ($M^- = 1,237$, $M^+ = 1,013$, $V = 1,427$) reproduce exactamente la envolvente de diseño del texto para la vigüeta V-1, lo que confirma a la vez el método de alternancia y la corrida del motor. El sentido físico se satisface: el momento negativo de apoyo domina sobre el positivo de vano, coherente con una viga continua de tres tramos.

CAPÍTULO 4. PÓRTICOS BAJO CARGAS DE GRAVEDAD

Objetivos de aprendizaje

El capítulo anterior resolvió una viga continua horizontal; aquí das el salto a la estructura completa, el pórtico plano, donde columnas y vigas de distinta orientación trabajan en conjunto. Ese salto tiene un precio y una recompensa: el precio es una pieza nueva, la transformación de coordenadas; la recompensa es que, una vez dominada, puedes ensamblar y resolver cualquier pórtico plano. Al terminar deberías ser capaz de:

- **Metrar** las cargas de gravedad de las vigas de ambos pórticos según la E.020, separando peso propio, piso terminado, tabiquería y sobrecarga, y entender por qué el pórtico del eje B queda cargado y el del eje 2 casi descargado.
- **Idealizar** los dos marcos planos representativos (el S-X del eje 2 y el S-Y del eje B) como pórticos de dos niveles con base empotrada.
- **Construir** la matriz de transformación de coordenadas T y recorrer el ciclo completo del método directo de rigidez: rigidez local, transformación a globales, ensamble por incidencia y cargas nodales equivalentes.
- **Resolver** el sistema $KU = F$ y recuperar por retro-sustitución las fuerzas internas de cada elemento, trazando el diagrama de momento flector (DMF) y el de fuerza cortante (DFC) por carga muerta y por carga viva.
- **Aplicar** la alternancia de carga viva (los patrones de damero) para **construir** la envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$, comprobando que el apoyo central del eje B en el Nivel 1 llega a $M^- = 22,239 \text{ t}\cdot\text{m}$.

Los ejercicios del final de capítulo repiten estos verbos sobre variantes del mismo pórtico; si los resuelves sin mirar el desarrollo, habrás hecho tuyo el método matricial.

En este capítulo el lector dará el salto metodológico del elemento a la estructura: de la viga continua horizontal del capítulo anterior al pórtico plano completo, con columnas verticales y vigas horizontales trabajando en conjunto. Aprenderá a construir la matriz de transformación de coordenadas T , la pieza que permite ensamblar elementos de cualquier orientación en una única matriz de rigidez global, y a recorrer el ciclo completo del método directo de rigidez: rigidez local, transformación, ensamble, cargas nodales equivalentes, resolución del sistema $KU = F$ y retro-sustitución para obtener los diagramas de momento flector y de fuerza cortante.

Los prerequisites son los del capítulo 3: el lector debe dominar la matriz de rigidez del elemento viga de seis grados de libertad, las fuerzas de empotramiento perfecto y la lógica de la alternancia de carga viva, pues aquí se reutilizan sin volver a deducirse. También conviene tener presente el reparto de cargas de la losa unidireccional, porque explica el contraste central del capítulo: un pórtico cargado y otro casi descargado.

El mapa del capítulo es el siguiente: el numeral 4.1 metra las cargas de las vigas de ambos pórticos; el 4.2 idealiza los dos marcos planos; el 4.3 despliega el método matricial paso a paso, incluida la matriz de transformación T ; los numerales 4.4 y 4.5 presentan los diagramas de los pórticos S-X (eje 2) y S-Y (eje B) por carga muerta y por carga viva; y el 4.6 desarrolla la alternancia de carga viva y construye la envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$.

El presente capítulo aborda el análisis de los pórticos de la edificación sometidos a las cargas de gravedad, es decir, la carga muerta y la carga viva que actúan de manera permanente y variable sobre la estructura. El objetivo es determinar, por el método matricial de rigidez de referencia, la respuesta interna de los pórticos representativos de la edificación, obteniendo para cada uno los diagramas de momento flector (DMF) y de fuerza cortante (DFC). A diferencia del análisis de losas del Capítulo 3, que se resolvía como una viga continua horizontal, aquí el sistema está conformado por columnas verticales y vigas horizontales, de modo que el planteamiento matricial exige incorporar la matriz de transformación de coordenadas locales a globales para cada elemento, además del ensamble de la matriz de rigidez global y la resolución del sistema de equilibrio.

El análisis se realiza por separado para cada estado de carga: la carga muerta y la carga viva se procesan de forma independiente, obteniendo un juego de diagramas para cada una. Esta separación no es meramente formal: es la base para construir posteriormente la envolvente de diseño mediante la combinación última $U = 1,4 D + 1,7 L$ de la Norma E.060 [2], que se desarrolla en el Capítulo 6. Además, sobre la carga viva se consideran patrones de alternancia, comúnmente conocidos como daderos de carga, con el fin de capturar los máximos efectos que se producen cuando solo algunos tramos de las vigas continuas se encuentran cargados, situación que resulta más desfavorable que la carga viva plena para determinadas secciones.

En cuanto al alcance, este capítulo analiza un pórtico representativo en cada dirección principal de la edificación. Se seleccionan dos pórticos interiores, por ser los más solicitados: el pórtico del eje 2 en la dirección S-X y el pórtico del eje B en la dirección S-Y. Ambos son pórticos de dos niveles con base empotrada en la cimentación. La elección de pórticos interiores obedece a que reciben la mayor área tributaria de losa y, por lo tanto, gobiernan la magnitud de las solicitaciones de gravedad frente a los pórticos de borde.

El metrado de las cargas de gravedad de las vigas se efectúa conforme a la Norma Técnica E.020 (Cargas) del Reglamento Nacional de Edificaciones [3], distinguiendo los pesos propios de los elementos, el piso terminado, la tabiquería repartida en los pisos habitables y las sobrecargas de servicio según el uso de la edificación. El procedimiento de análisis, por su parte, es el método matricial de rigidez expuesto por el docente, cuyo despliegue elemento por elemento se presenta en los numerales siguientes.

4.1 Metrado de cargas de las vigas

4.1.1 Reparto de la losa hacia las vigas

Antes de metrar las vigas es necesario precisar cómo la losa transfiere su carga hacia ellas, pues de ello depende cuáles vigas resultan cargadas y cuáles no. El sistema de techo del edificio es una losa aligerada unidireccional cuyas viguetas están orientadas en la dirección X. Al ser unidireccional, la losa descarga su peso únicamente sobre los apoyos perpendiculares a las viguetas, es decir, sobre las vigas dispuestas en la dirección Y (ejes A, B, C y D). Cada una de estas vigas recibe la carga de las franjas de losa situadas a uno y otro lado de su eje, con un ancho tributario igual a media luz de vigueta hacia cada costado.

En cambio, las vigas orientadas en la dirección X (ejes 1, 2 y 3) son paralelas a las viguetas y, por consiguiente, no reciben la carga del aligerado: las viguetas apoyan sobre las vigas perpendiculares y no sobre estas. Estas vigas paralelas soportan esencialmente su peso propio. Conviene declararlo con claridad y honestidad técnica, pues es la consecuencia correcta de tener una losa unidireccional. Este hecho no significa que el pórtico del eje 2 carezca de importancia, ya que sus columnas sí reciben carga axial proveniente de los pórticos transversales y participa de manera decisiva en la respuesta lateral de la estructura; simplemente, sus vigas de gravedad están levemente cargadas por comparación con las del eje B. Por transparencia, el metrado de ambos pórticos se presenta a continuación, dejando constancia de esta diferencia.

4.1.2 Datos de secciones y cargas unitarias (Norma E.020)

Las secciones de las vigas y los valores unitarios de carga se toman del predimensionamiento del edificio (modelo v9) y de la Norma Técnica E.020 [3]. El peso propio de cada viga se obtiene multiplicando el área de su sección por el peso específico del concreto armado, $2,4 \text{ t/m}^3$, como se resume en la Tabla 4.1.

Tabla 4.1. Secciones de viga y peso propio.

Dirección	Ejes	Luz de tramo (m)	Sección $b \times h$ (m)	Peso propio (t/m)
Vigas X (paralelas a viguetas)	1, 2, 3	5,0	$0,30 \times 0,50$	$0,30 \times 0,50 \times 2,4 = 0,360$
Vigas Y (perpendiculares a viguetas)	A, B, C, D	6,0	$0,30 \times 0,60$	$0,30 \times 0,60 \times 2,4 = 0,432$

Tabla 4.2. Cargas de losa por unidad de área (Norma E.020).

Concepto	Nivel 1 (entrepiso, vivienda)	Nivel 2 (azotea)	Unidad
Carga muerta de losa (CM)	0,60	0,45	t/m^2
Sobrecarga de servicio (S/C)	0,20	0,10	t/m^2

Nota. Adaptada de [3].

La Tabla 4.2 reúne las cargas de losa por unidad de área empleadas en el metrado. La carga muerta del Nivel 1 ($0,60 \text{ t/m}^2$) integra el peso propio del aligerado de $0,35 \text{ t/m}^2$, el piso terminado de $0,10 \text{ t/m}^2$ y la tabiquería repartida de $0,15 \text{ t/m}^2$, propia de un piso habitable con muros divisorios. La carga muerta del Nivel 2 ($0,45 \text{ t/m}^2$) excluye la tabiquería, por tratarse de la azotea. Las sobrecargas corresponden al uso vivienda en el entrepiso ($0,20 \text{ t/m}^2$) y a la azotea plana ($0,10 \text{ t/m}^2$), según la tabla de sobrecargas de la Norma E.020 [3].

4.1.3 Metrado del pórtico S-Y (eje B)

El pórtico del eje B es un pórtico interior orientado en la dirección Y. Sus vigas son perpendiculares a las viguetas y, por tanto, reciben la carga completa de la losa aligerada. El ancho tributario de la viga interior del eje B abarca media luz de vigueta hacia el eje A y

media luz hacia el eje C, es decir, 2,5 m a cada lado, para un ancho tributario total de $2,5 + 2,5 = 5,0$ m.

La carga muerta lineal sobre la viga se obtiene sumando la carga de losa multiplicada por el ancho tributario y el peso propio de la viga. La carga viva lineal resulta de la sobrecarga por el ancho tributario. La carga de servicio es la suma de ambas, y la carga última se obtiene con la combinación $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ de la Norma E.060 [2].

Tabla 4.3. Metrado del pórtico S-Y (eje B), ancho tributario = 5,0 m.

Concepto	Nivel 1 (entrepiso)	Nivel 2 (azotea)
Carga de losa (CM) x trib	$0,60 \times 5,0 = 3,000$	$0,45 \times 5,0 = 2,250$
Peso propio de viga ($0,30 \times 0,60$)	0,432	0,432
Carga Muerta (CM)	3,432	2,682
Sobrecarga (S/C) x trib	$0,20 \times 5,0 = 1,000$	$0,10 \times 5,0 = 0,500$
Carga Viva (CV)	1,000	0,500
Carga de servicio ($W_s = CM + CV$)	4,432	3,182
Carga última ($W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$)	6,505	4,605

Verificación de las cargas últimas:

- Nivel 1: $W_u = 1,4 (3,432) + 1,7 (1,000) = 4,805 + 1,700 = 6,505$ t/m
- Nivel 2: $W_u = 1,4 (2,682) + 1,7 (0,500) = 3,755 + 0,850 = 4,605$ t/m

Estas son las cargas distribuidas que actúan sobre las vigas del pórtico del eje B en cada nivel y que se emplean como fuerzas de empotramiento en el análisis matricial de los numerales siguientes.

4.1.4 Metrado del pórtico S-X (eje 2)

El pórtico del eje 2 está orientado en la dirección X, de modo que sus vigas son paralelas a las viguetas de la losa aligerada. Por la condición unidireccional del aligerado explicada en el numeral 4.1.1, estas vigas no reciben la carga de la losa: las viguetas descargan sobre las vigas transversales de los ejes A, B, C y D, y no sobre las del eje 2. En consecuencia, la única carga muerta sobre estas vigas es su propio peso, y no soportan carga viva de losa. El metrado resultante se presenta en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4. Metrado del pórtico S-X (eje 2), vigas paralelas a las viguetas.

Concepto	Nivel 1 (entrepiso)	Nivel 2 (azotea)
Carga de losa (CM) x trib	0 (viga paralela a viguetas)	0 (viga paralela a viguetas)
Peso propio de viga ($0,30 \times 0,50$)	0,360	0,360
Carga Muerta (CM)	0,360	0,360
Carga Viva (CV)	0	0
Carga de servicio ($W_s = CM + CV$)	0,360	0,360
Carga última ($W_u = 1,4 CM + 1,7 CV$)	0,504	0,504

La ausencia de carga de losa se justifica en que las viguetas corren en la misma dirección que estas vigas y por ello no apoyan sobre ellas, sino sobre las vigas perpendiculares del pórtico S-Y. La verificación de la carga última es directa: $W_u = 1,4(0,360) + 1,7(0) = 0,504 \text{ t/m}$ en ambos niveles. Aunque las vigas del eje 2 están levemente cargadas por gravedad, el pórtico se analiza igualmente por completitud y porque sus columnas participan en el equilibrio del conjunto y en la respuesta lateral de la edificación.

4.2 Modelamiento e idealización de los pórticos

Definidas las cargas de gravedad de las vigas en el numeral 4.1, corresponde precisar el modelo estructural sobre el cual se aplicará el método matricial. Cada pórtico representativo se idealiza como un marco plano en dos dimensiones, conformado por un conjunto de nudos conectados por elementos o barras rectas de eje recto. Los nudos representan los puntos de encuentro entre columnas y vigas, así como los apoyos en la cimentación, mientras que los elementos representan los tramos de columna y de viga comprendidos entre dos nudos consecutivos. A cada nudo libre se le asignan tres grados de libertad, correspondientes a los dos desplazamientos en el plano, el horizontal u y el vertical v , y al giro θ alrededor del eje perpendicular al plano del pórtico. Los nudos de la base se consideran empotrados en la cimentación, de modo que sus tres grados de libertad se encuentran restringidos y no admiten desplazamiento ni giro. Esta condición de empotramiento perfecto es coherente con la rigidez de los elementos de cimentación frente a la de las columnas y con las cargas de gravedad que aquí se analizan.

Sobre esta idealización, la geometría de cada pórtico, las secciones de sus elementos y las cargas de servicio metradas conforme a la Norma Técnica E.020 [3] quedan asociadas a una numeración inequívoca de nudos y elementos, que es la que emplea el ensamble matricial del numeral 4.3.

El pórtico S-X del eje 2, representado en la Figura 4.1, se compone de cuatro columnas alineadas en los ejes A, B, C y D, de sección $0,40 \times 0,40 \text{ m}$, y de vigas VP-X de sección $0,30 \times 0,50 \text{ m}$ que salvan tres vanos de $5,0 \text{ m}$ cada uno. El pórtico se desarrolla en dos niveles, con las vigas a las cotas $+3,00$ y $+6,00$ y una altura de entrepiso $h = 3,0 \text{ m}$ en ambos niveles. La idealización resultante cuenta con 12 nudos, distribuidos en cuatro nudos de base empotrada, cuatro nudos en el Nivel 1 y cuatro nudos en el Nivel 2, y con 14 elementos, correspondientes a 8 columnas y 6 vigas. Conforme al metrado del numeral 4.1, este pórtico soporta una carga de gravedad ligera, pues sus vigas son paralelas a las viguetas de la losa aligerada y reciben únicamente su peso propio.

El pórtico S-Y del eje B, representado en la Figura 4.2, se compone de tres columnas alineadas en los ejes 1, 2 y 3, de sección $0,40 \times 0,40 \text{ m}$, y de vigas VP-Y de sección $0,30 \times 0,60 \text{ m}$ que salvan dos vanos de $6,0 \text{ m}$ cada uno. Al igual que el anterior, se desarrolla en dos niveles a las cotas $+3,00$ y $+6,00$ con altura de entrepiso $h = 3,0 \text{ m}$. Su idealización cuenta con 9 nudos, distribuidos en tres nudos de base empotrada, tres nudos en el Nivel 1 y tres nudos en el Nivel 2, y con 10 elementos, correspondientes a 6 columnas y 4 vigas. Este es el pórtico cargado del análisis, pues sus vigas son perpendiculares a las viguetas y reciben la carga completa de la losa aligerada, según se estableció en el numeral 4.1.

IDEALIZACIÓN - PÓRTICO S-X (EJE 2)

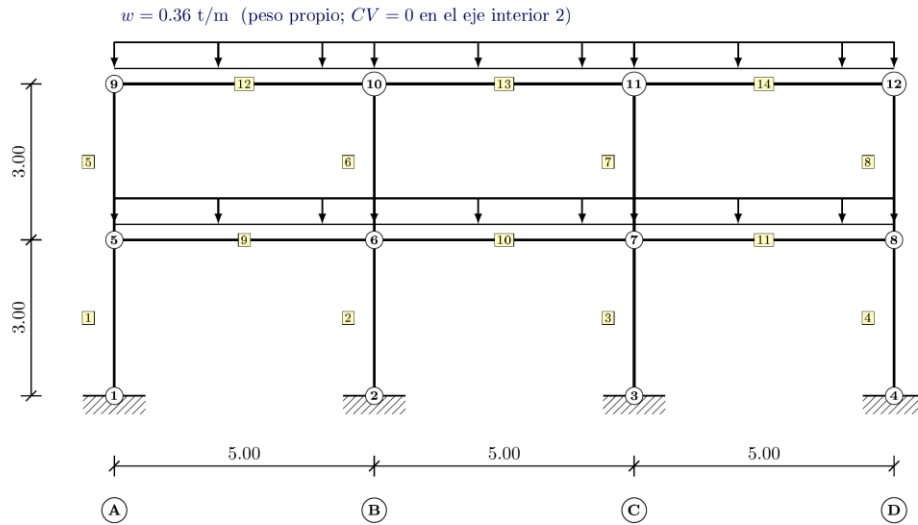


Figura 4.1. Idealización del pórtico S-X (eje 2). Marco plano de dos niveles con 4 columnas (ejes A, B, C, D) $0.40 \times 0.40 \text{ m}$ y vigas VP-X $0.30 \times 0.50 \text{ m}$ en tres vanos de 5.0 m . Se indican los 12 nudos y los 14 elementos, con base empotrada en la cimentación.

IDEALIZACIÓN - PÓRTICO S-Y (EJE B)

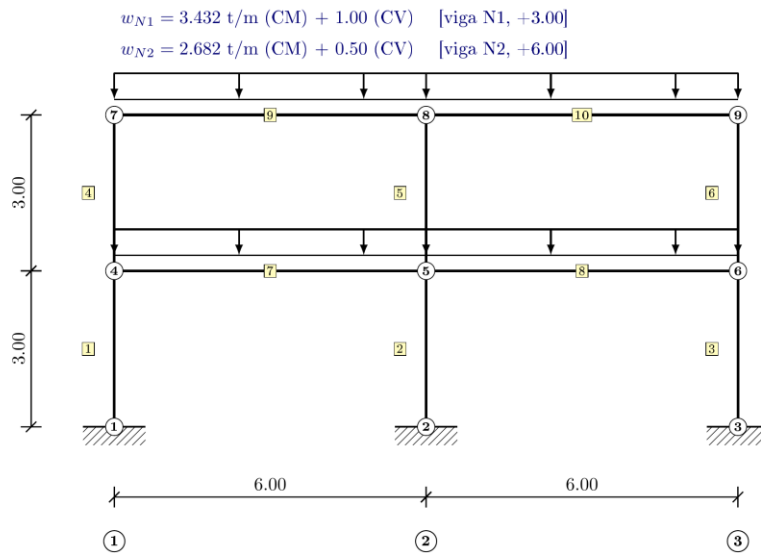


Figura 4.2. Idealización del pórtico S-Y (eje B). Marco plano de dos niveles con 3 columnas (ejes 1, 2, 3) $0.40 \times 0.40 \text{ m}$ y vigas VP-Y $0.30 \times 0.60 \text{ m}$ en dos vanos de 6.0 m . Se indican los 9 nudos y los 10 elementos, con base empotrada en la cimentación.

Sobre estas dos idealizaciones, y en particular sobre la numeración de nudos y elementos fijada en las Figuras 4.1 y 4.2, se aplica el método matricial de rigidez que se desarrolla elemento por elemento en el numeral 4.3.

4.3 MÉTODO MATRICIAL DE RIGIDEZ PARA PÓRTICOS PLANOS

La ruta del método en 6 pasos. Idealizado el pórtico como barras rígidamente unidas en sus nudos, con tres grados de libertad por nudo libre y base empotrada, el método matricial de rigidez del docente recorre este camino, que la vigueta del capítulo anterior no necesitaba entero:

1. Formar la matriz de rigidez de cada barra en coordenadas locales, de seis grados de libertad, con sus cinco coeficientes de EA, EI y longitud.
2. Rotar cada barra al sistema global con la matriz de transformación; las columnas verticales la exigen, las vigas horizontales quedan igual.
3. Ensamblar la rigidez global sumando por conectividad y suprimir los grados de libertad restringidos de la base.
4. Convertir la carga distribuida de las vigas en cargas nodales equivalentes vía las fuerzas de empotramiento perfecto; el vector es el negativo de su suma.
5. Resolver el sistema de rigidez para los desplazamientos y giros de los nudos libres.
6. Retro-sustituir barra por barra, rotando y sumando el empotramiento, para trazar el diagrama de momento flector y el de fuerza cortante.

El desarrollo siguiente ejecuta estos seis pasos sobre los pórticos de los ejes 2 y B.

4.3.1 Idealización y grados de libertad

Cada pórtico se idealiza como un ensamble plano de barras rectas conectadas rígidamente en los nudos. A diferencia de la vigueta del Capítulo 3, que era una viga continua horizontal, el pórtico combina columnas verticales y vigas horizontales, por lo que cada nudo posee tres grados de libertad en coordenadas globales: el desplazamiento horizontal u , el desplazamiento vertical v y el giro θ . Los nudos de la base se consideran empotrados en la cimentación, de modo que sus tres grados de libertad quedan restringidos.

Para el pórtico representativo del eje B (dirección S-Y), de tres columnas en los ejes 1, 2 y 3, dos vanos de 6,0 m y dos niveles, el modelo consta de nueve nudos: tres en la base (cota 0,0 m), tres en el Nivel 1 (cota +3,0 m) y tres en el Nivel 2 o azotea (cota +6,0 m). Los tres nudos de base aportan nueve grados de libertad restringidos y los seis nudos libres aportan dieciocho grados de libertad activos, de manera que el sistema de equilibrio a resolver es de orden dieciocho. El pórtico del eje 2 (dirección S-X), de cuatro columnas y tres vanos de 5,0 m, se plantea de forma análoga.

El procedimiento sigue el método matricial de rigidez [6] expuesto por el docente y sistematizado en su hoja de cálculo de referencia. Los seis pasos ya anticipados se desarrollan a continuación, uno por numeral, desde la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales (numeral 4.3.2) hasta la retro-sustitución que entrega las fuerzas internas de cada barra (numeral 4.3.7).

4.3.2 Matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales

Cada barra se modela como un elemento viga-columna de Euler-Bernoulli con seis grados de libertad locales, en el mismo orden empleado en el Capítulo 3, $[u_i, v_i, \theta_i, u_j, v_j, \theta_j]$. El comportamiento axial (u) queda desacoplado del comportamiento de flexión (v, θ). La matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales, $\mathbf{k}_L$, tiene la forma [6]:

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix}$$

Los cinco coeficientes que la definen son la rigidez axial $\frac{EA}{L}$, la rigidez transversal $\frac{12EI}{L^3}$, el acople flexión-cortante $\frac{6EI}{L^2}$ y las rigideces rotacionales $\frac{4EI}{L}$ (diagonal, propia del nudo) y $\frac{2EI}{L}$ (acople entre los dos nudos del mismo elemento). Esta es la misma matriz de elemento desplegada en el numeral 3.5.2.1 y verificada allí término a término contra la hoja del docente; se conserva idéntica la nomenclatura de grados de libertad para mantener la consistencia entre capítulos.

Los datos del material son comunes a todas las barras: módulo de elasticidad $E = 15000\sqrt{f'_c}$ con $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$, es decir $E = 2\,173\,706,5 \text{ tonf/m}^2$. Las tres secciones del pórtico producen los siguientes coeficientes.

Columna $0,40 \times 0,40 \text{ m}$ (altura de entrepiso $L = 3,0 \text{ m}$). Área $A = 0,16 \text{ m}^2$, inercia $I = \frac{0,40^4}{12} = 0,00213333 \text{ m}^4$, rigidez a flexión $EI = 4\,637,24 \text{ tonf}\cdot\text{m}^2$.

- $\frac{EA}{L} = \frac{2\,173\,706,5 \times 0,16}{3,0} = 115\,931,01 \text{ tonf/m}$
- $\frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 4\,637,24}{3,0^3} = 2\,061,00 \text{ tonf/m}$
- $\frac{6EI}{L^2} = \frac{6 \times 4\,637,24}{3,0^2} = 3\,091,49 \text{ tonf}$
- $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 4\,637,24}{3,0} = 6\,182,99 \text{ tonf}\cdot\text{m/rad}$
- $\frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 4\,637,24}{3,0} = 3\,091,49 \text{ tonf}\cdot\text{m/rad}$

Reemplazando estos valores, la matriz de rigidez local de una columna $\mathbf{k}_L$ (col) (6×6 , unidades tonf y m) queda:

$$\begin{bmatrix} 115931,01 & 0,00 & 0,00 & -115931,01 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 2061,00 & 3091,49 & 0,00 & -2061,00 & 3091,49 \\ 0,00 & 3091,49 & 6182,99 & 0,00 & -3091,49 & 3091,49 \\ -115931,01 & 0,00 & 0,00 & 115931,01 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -2061,00 & -3091,49 & 0,00 & 2061,00 & -3091,49 \\ 0,00 & 3091,49 & 3091,49 & 0,00 & -3091,49 & 6182,99 \end{bmatrix}$$

En la columna, por ser $L = 3,0$ m, coincide numéricamente $\frac{6EI}{L^2} = \frac{2EI}{L} = 3\,091,49$; es una particularidad geométrica de esta altura y no un error de simetría: la matriz sigue siendo simétrica y semidefinida positiva, con el bloque axial (filas y columnas u_i, u_j) desacoplado de la flexión.

Viga VP-Y $0,30 \times 0,60$ m (luz $L = 6,0$ m). Área $A = 0,18$ m², inercia $I = \frac{0,30 \times 0,60^3}{12} = 0,0054$ m⁴, $EI = 11\,738,02$ tonf·m².

- $\frac{EA}{L} = \frac{2\,173\,706,5 \times 0,18}{6,0} = 65\,211,20$ tonf/m
- $\frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 11\,738,02}{6,0^3} = 652,11$ tonf/m
- $\frac{6EI}{L^2} = \frac{6 \times 11\,738,02}{6,0^2} = 1\,956,34$ tonf
- $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 11\,738,02}{6,0} = 7\,825,35$ tonf·m/rad
- $\frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 11\,738,02}{6,0} = 3\,912,67$ tonf·m/rad

Viga VP-X $0,30 \times 0,50$ m (luz $L = 5,0$ m). Área $A = 0,15$ m², inercia $I = \frac{0,30 \times 0,50^3}{12} = 0,0031250$ m⁴, $EI = 6\,792,83$ tonf·m².

- $\frac{EA}{L} = \frac{2\,173\,706,5 \times 0,15}{5,0} = 65\,211,20$ tonf/m
- $\frac{12EI}{L^3} = \frac{12 \times 6\,792,83}{5,0^3} = 652,11$ tonf/m
- $\frac{6EI}{L^2} = \frac{6 \times 6\,792,83}{5,0^2} = 1\,630,28$ tonf
- $\frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 6\,792,83}{5,0} = 5\,434,26$ tonf·m/rad
- $\frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 6\,792,83}{5,0} = 2\,717,13$ tonf·m/rad

Cada viga se ensambla con su k_L (viga) construida con estos coeficientes, en la misma plantilla 6x6 mostrada arriba. A modo de ejemplo, sustituyendo los coeficientes de la viga VP-Y ($0,30 \times 0,60$ m, $L = 6,0$ m), su matriz de rigidez local (unidades tonf y m) resulta:

$$\begin{bmatrix} 65211,20 & 0,00 & 0,00 & -65211,20 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 652,11 & 1956,34 & 0,00 & -652,11 & 1956,34 \\ 0,00 & 1956,34 & 7825,35 & 0,00 & -1956,34 & 3912,67 \\ -65211,20 & 0,00 & 0,00 & 65211,20 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -652,11 & -1956,34 & 0,00 & 652,11 & -1956,34 \\ 0,00 & 1956,34 & 3912,67 & 0,00 & -1956,34 & 7825,35 \end{bmatrix}$$

4.3.3 Matriz de transformación de coordenadas T

Este es el paso que distingue el análisis de pórticos del análisis de la viga del Capítulo 3. Allí todos los elementos eran horizontales, las coordenadas locales coincidían con las globales y la matriz de transformación era la identidad. En el pórtico coexisten columnas verticales y vigas horizontales, de modo que las fuerzas y desplazamientos locales de cada barra deben rotarse al sistema global común antes de ensamblar. La relación entre la matriz de rigidez local k_L y la matriz de rigidez del elemento en coordenadas globales k_G es [6]:

$$k_G = T^T k_L T$$

donde T es la matriz de transformación (rotación) de 6×6 , organizada en dos bloques de nudo. Con $c = \cos(\alpha)$ y $s = \sin(\alpha)$, siendo α el ángulo que forma el eje local x de la barra (de nudo i a nudo j) con el eje global X, la matriz vale:

$$T = \begin{bmatrix} \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\alpha) & \sin(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\sin(\alpha) & \cos(\alpha) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

El grado de libertad de giro (θ) no rota, pues el giro es invariante ante la rotación de ejes en el plano; por eso las filas y columnas de θ_i y θ_j conservan el uno en la diagonal. Solo se rotan las componentes de traslación (u , v) de cada nudo, mediante el bloque 2×2 de rotación.

Ejemplo numérico para una COLUMNA del eje B (ángulo 90 grados). Una columna se orienta de abajo hacia arriba, de manera que su eje local x apunta en la dirección del eje global Y; el ángulo es $\alpha = 90$ grados, con $c = \cos(90) = 0$ y $s = \sin(90) = 1$. La matriz de transformación de la columna resulta:

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Al aplicar $k_G = T^T k_L T$ con esta T, la rigidez axial local $\frac{EA}{L}$ pasa a actuar sobre el grado de libertad vertical global (v), como corresponde a una columna que resiste la carga de gravedad por compresión axial, mientras que la rigidez transversal $\frac{12EI}{L^3}$ pasa a gobernar el desplazamiento horizontal global (u), que es la rigidez lateral de la columna frente a la deriva. La transformación, en la práctica, intercambia los roles de u y v respecto de la barra horizontal.

Ejemplo numérico para una VIGA del eje B (ángulo 0 grados). Una viga es horizontal, su eje local x coincide con el eje global X, el ángulo es $\alpha = 0$ grados, con $c = \cos(0) = 1$ y $s = \sin(0) = 0$. La matriz de transformación se reduce a la identidad:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Para las vigas se cumple entonces $\mathbf{k}_G = \mathbf{k}_L$, exactamente como en el Capítulo 3. La necesidad de la matriz de transformación aparece únicamente por la presencia de las columnas.

4.3.4 Ensamble de la matriz de rigidez global

Una vez que cada barra dispone de su matriz de rigidez en coordenadas globales $\mathbf{k}_G$, la matriz de rigidez global de la estructura $\mathbf{K}$ se construye por superposición directa: la contribución de cada elemento se suma en las posiciones que corresponden a los grados de libertad globales de sus nudos. Cada nudo libre aporta tres grados de libertad (u, v, θ) numerados de forma correlativa; el mapeo de los seis grados de libertad locales de una barra (los tres del nudo i y los tres del nudo j) a los grados de libertad globales de la estructura se realiza mediante la tabla de conectividad de cada elemento.

Formalmente, siendo $\mathbf{B}_e$ el operador de incidencia que localiza los seis grados de libertad de la barra e dentro de los grados de libertad de la estructura, el ensamble es la suma de todas las contribuciones:

$$\mathbf{K} = \sum_e \mathbf{B}_e^T \mathbf{k}_{G,e} \mathbf{B}_e$$

Como los nudos de la base están empotrados, sus tres grados de libertad (u, v, θ) se eliminan del sistema al aplicar las condiciones de contorno: se suprimen las filas y columnas asociadas a esos grados de libertad restringidos. En el pórtico del eje B se eliminan los nueve grados de libertad de los tres nudos de base y queda el sistema reducido de dieciocho grados de libertad activos de los seis nudos libres. Sobre esa matriz reducida $\mathbf{K}_{ff}$ se plantea el equilibrio.

4.3.5 Fuerzas de empotramiento perfecto y cargas nodales equivalentes

Las cargas de gravedad no actúan en los nudos, sino distribuidas sobre las vigas; por ello se convierten en cargas nodales equivalentes a través de las fuerzas de empotramiento perfecto de cada viga cargada. Para una viga sometida a una carga uniforme w , los momentos y reacciones de empotramiento perfecto son [2]:

$$M_{emp} = \frac{wL^2}{12} \quad V_{emp} = \frac{wL}{2}$$

En la convención del motor, coherente con la del Capítulo 3, el vector local de empotramiento perfecto de una viga es:

$$\begin{bmatrix} 0 \\ \frac{Lw}{2} \\ \frac{L^2w}{12} \\ 0 \\ \frac{Lw}{2} \\ -\frac{L^2w}{12} \end{bmatrix}$$

El vector de cargas nodales equivalentes que alimenta el sistema global es el negativo de la suma de las fuerzas de empotramiento de todas las barras: $\mathbf{F} = -\sum \mathbf{f}_e$.

Ejemplo: viga del Nivel 1 del eje B (carga muerta). Con la carga muerta de servicio $w = 3,432$ tonf/m (numeral 4.1.3, Tabla 4.3) y la luz $L = 6,0$ m:

- Momento de empotramiento: $M_{emp} = \frac{wL^2}{12} = \frac{3,432 \times 6,0^2}{12} = 3,432 \times 3,0 = 10,296$ tonf·m
- Reacción de empotramiento: $V_{emp} = \frac{wL}{2} = \frac{3,432 \times 6,0}{2} = 10,296$ tonf
- Vector local de empotramiento (tonf y tonf·m):

$$\begin{bmatrix} 0,000 \\ 10,296 \\ 10,296 \\ 0,000 \\ 10,296 \\ -10,296 \end{bmatrix}$$

Para esta luz de 6,0 m coincide numéricamente $M_{emp} = V_{emp} = 10,296$, porque $\frac{L^2}{12} = \frac{L}{2} = 3,0$ cuando $L = 6,0$ m. Estos momentos de empotramiento, cambiados de signo, se acumulan en los grados de libertad de giro de los nudos que la viga conecta y constituyen la parte no nula del vector de cargas $\mathbf{F}$. Las columnas, sin carga de gravedad distribuida, no aportan fuerzas de empotramiento.

4.3.6 Resolución del sistema $\mathbf{K} \mathbf{U} = \mathbf{F}$

Con la matriz de rigidez global reducida $\mathbf{K}_{ff}$ y el vector de cargas nodales equivalentes $\mathbf{F}$ ya ensamblados, el equilibrio de la estructura se expresa en el sistema lineal:

$$\mathbf{K}_{ff} \mathbf{U} = \mathbf{F}$$

cuya solución $\mathbf{U} = \mathbf{K}_{ff}^{-1} \mathbf{F}$ entrega el vector de desplazamientos y giros de todos los nudos libres, es decir, los desplazamientos horizontales u , los desplazamientos verticales v y los giros θ de los seis nudos libres del pórtico. En un análisis de gravedad sobre un pórtico simétrico y simétricamente cargado, los desplazamientos horizontales resultan prácticamente nulos y la respuesta queda dominada por los descensos verticales de las vigas y los giros de los nudos.

4.3.7 Retro-sustitución: fuerzas internas, DMF y DFC

Conocidos los desplazamientos globales U , las fuerzas internas de cada barra se recuperan por retro-sustitución. Para el elemento e se extrae de U el vector de desplazamientos globales de sus dos nudos, $u_{G,e}$, se lo rota a coordenadas locales con la matriz de transformación y se le suman las fuerzas de empotramiento perfecto:

$$f_e = k_{L,e} (T_e u_{G,e}) + f_{emp,e}$$

El vector resultante f_e contiene, en coordenadas locales de la barra, la fuerza axial, la fuerza cortante y el momento flector en cada extremo. Con estos valores de extremo, y añadiendo la parábola de la carga uniforme en el tramo, se trazan el diagrama de momento flector (DMF) y el diagrama de fuerza cortante (DFC) de cada pórtico. El momento positivo de vano se evalúa en el punto de cortante nulo, igual que en el numeral 3.5.5, y no en el centro geométrico del tramo.

Este procedimiento se aplicó por separado a la carga muerta y a la carga viva, produciendo un juego independiente de diagramas para cada estado; el detalle de la carga muerta se presenta en el numeral 4.4 y el de la carga viva, con sus patrones de alternancia o daderos, en el numeral 4.5. La totalidad de los resultados numéricos se generó con el método directo de rigidez (con 6 grados de libertad por barra), cuyo ensamble, resolución y retro-sustitución fueron validados de forma independiente contra OpenSeesPy, obteniendo una diferencia de 0,0000 por ciento en momentos y cortantes en todas las secciones de control. Esta doble vía garantiza la corrección del método desplegado en este numeral.

4.4 PÓRTICO S-X (EJE 2): DIAGRAMAS POR CARGA MUERTA Y CARGA VIVA

4.4.1 Condición de carga del pórtico

El pórtico del eje 2 está orientado en la dirección X y sus vigas corren paralelas a las viguetas del aligerado. Como se estableció en el numeral 4.1.4, por la condición unidireccional de la losa las viguetas apoyan sobre las vigas transversales de los ejes A, B, C y D, y no sobre las vigas de este eje. En consecuencia, la única sollicitación de gravedad sobre las vigas del eje 2 es su peso propio, que conduce a una carga muerta distribuida $W_s = 0,360$ t/m de servicio y $W_u = 0,504$ t/m última (idéntica en ambos niveles, pues el peso propio de la sección $0,30 \times 0,50$ m no cambia con el nivel). La carga viva sobre estas vigas es nula, situación que se discute en el numeral 4.4.3.

Los diagramas que siguen se generaron con el motor matricial propio de rigidez directa y se validaron contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,0000 por ciento en momentos y cortantes, del mismo modo que se detalló en el numeral 4.3.7.

4.4.2 Diagramas por carga muerta (CM)

Las Figuras 4.3 y 4.4 presentan, respectivamente, el diagrama de momento flector (DMF, ver Figura 4.3) y el diagrama de fuerza cortante (DFC, ver Figura 4.4) del pórtico S-X bajo carga muerta.

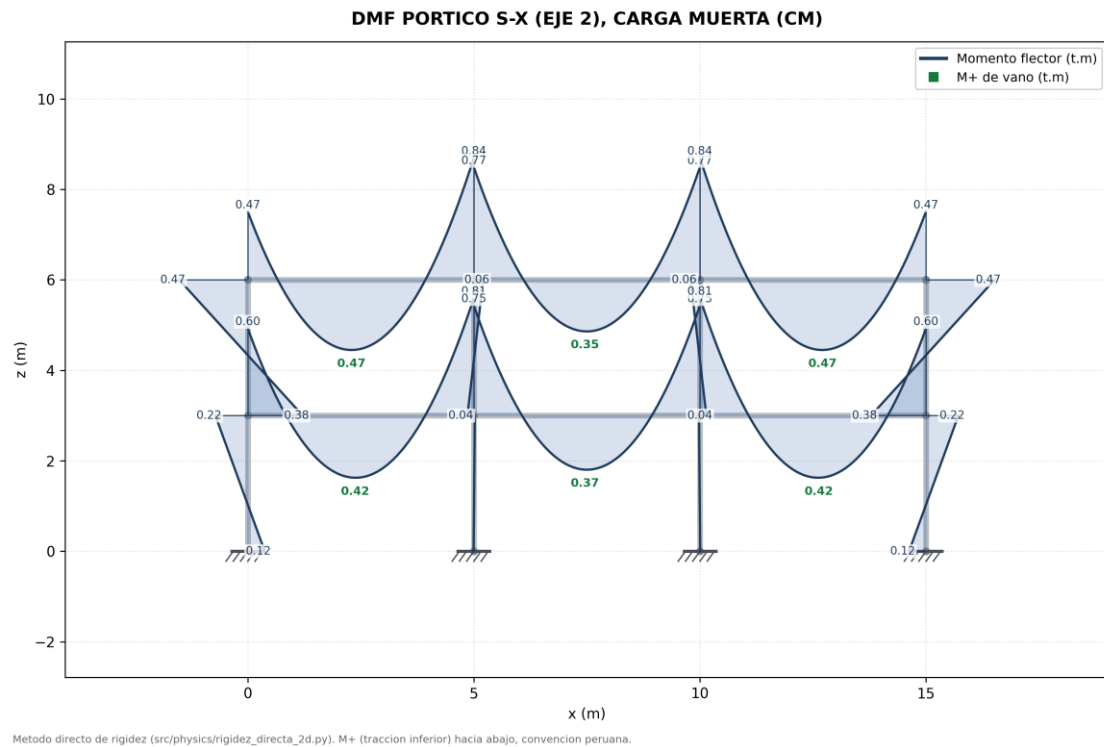


Figura 4.3. DMF del pórtico S-X (eje 2) por carga muerta.

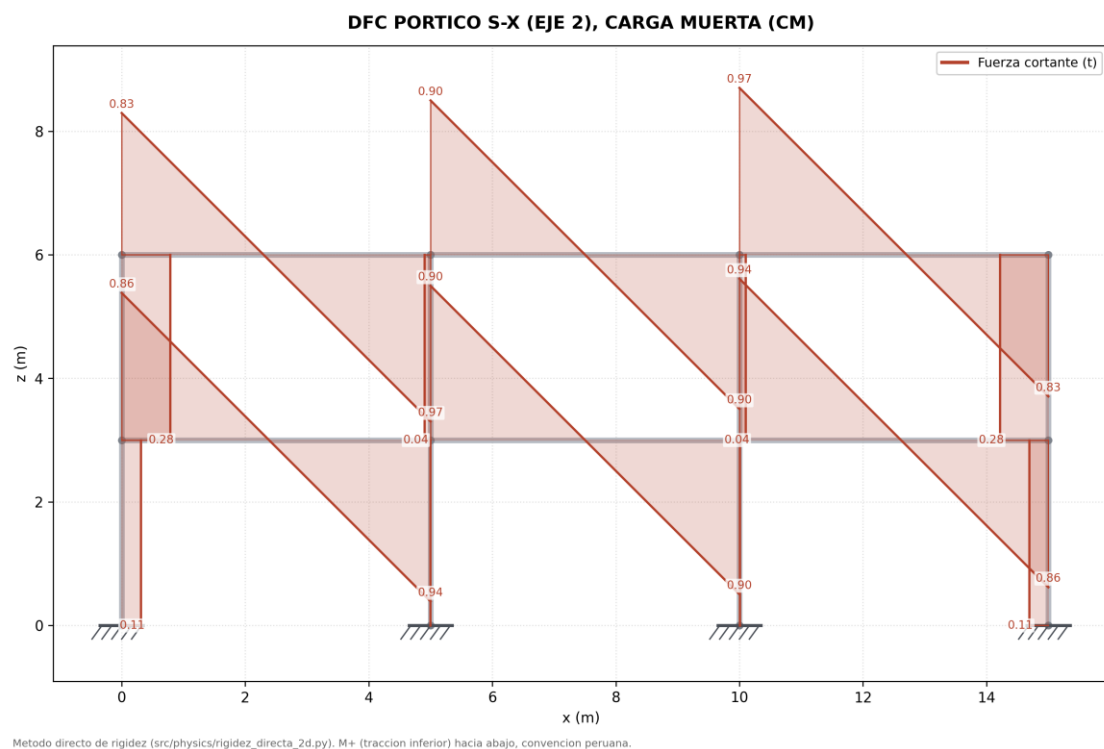


Figura 4.4. DFC del pórtico S-X (eje 2) por carga muerta.

Los momentos son de magnitud reducida, coherente con una viga que solo carga su peso propio. El momento negativo de apoyo máximo es de 0,836 tonf·m, ubicado en los apoyos interiores (nudos B y C) de la viga del Nivel 2 (azotea); el momento positivo de vano máximo es de 0,473 tonf·m, en los tramos extremos de ese mismo nivel. El cortante máximo alcanza 0,973 t en las caras de apoyo. Estos valores son un orden de magnitud inferiores

a los del pórtico cargado del eje B (numeral 4.5), lo que confirma cuantitativamente que la losa no descarga en la dirección X y que el eje 2 es un pórtico levemente solicitado por gravedad. El detalle por tramo y nivel se presenta en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Momentos y cortantes por carga muerta del pórtico S-X (eje 2), por tramo y nivel.

Nivel	Tramo	M^- apoyo izq (tonf·m)	M^- apoyo der (tonf·m)	M^+ vano (tonf·m)	V apoyo izq (t)	V apoyo der (t)
N1 (entrepiso)	A-B	0,598	0,805	0,423	0,859	0,941
N1 (entrepiso)	B-C	0,754	0,754	0,371	0,900	0,900
N1 (entrepiso)	C-D	0,805	0,598	0,423	0,941	0,859
N2 (azotea)	A-B	0,469	0,836	0,473	0,827	0,973
N2 (azotea)	B-C	0,772	0,772	0,353	0,900	0,900
N2 (azotea)	C-D	0,836	0,469	0,473	0,973	0,827

Los momentos de apoyo se listan en magnitud; corresponden a momento negativo (tracción en la fibra superior), y el momento de vano a momento positivo (tracción en la fibra inferior), evaluado en el punto de cortante nulo según el numeral 4.3.7. La leve asimetría entre el Nivel 1 y el Nivel 2 proviene únicamente de la distinta restricción rotacional de los nudos: en la azotea la viga concurre con una sola columna inferior en cada nudo, mientras que en el entrepiso concurre con columnas por arriba y por abajo, lo que redistribuye el momento hacia el apoyo en el nivel de techo.

4.4.3 Diagramas por carga viva (CV): estado nulo

El caso de carga viva del pórtico S-X se analizó de forma explícita, con el mismo modelo matricial de rigidez directa empleado para la carga muerta, y resultó idénticamente nulo en todas las barras. La sobrecarga de servicio de la Norma E.020 [3] actúa sobre el área de la losa y se transmite a la estructura por medio de las viguetas; como las viguetas del aligerado unidireccional corren paralelas a las vigas del eje 2, ninguna fracción de la sobrecarga llega a dichas vigas. En consecuencia, el análisis por carga viva arroja $M_{u,CV} = 0$ y $V_{u,CV} = 0$ en todas las barras del pórtico, en coherencia con el metrado del numeral 4.1.4, donde la carga viva de estas vigas se determinó igual a cero.

La Tabla 4.6 reúne los momentos y cortantes por carga viva del pórtico S-X, todos nulos.

Tabla 4.6. Momentos y cortantes por carga viva del pórtico S-X (eje 2): estado nulo, por tramo y nivel.

Nivel	Tramo	M^- apoyo izq (tonf·m)	M^- apoyo der (tonf·m)	M^+ vano (tonf·m)	V apoyo izq (t)	V apoyo der (t)
N1 (entrepiso)	A-B	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N1 (entrepiso)	B-C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Nivel	Tramo	M^- apoyo izq (tonf·m)	M^- apoyo der (tonf·m)	M^+ vano (tonf·m)	V apoyo izq (t)	V apoyo der (t)
N1 (entrepiso)	C-D	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N2 (azotea)	A-B	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N2 (azotea)	B-C	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
N2 (azotea)	C-D	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000

Las Figuras 4.5 y 4.6 presentan el DMF (ver Figura 4.5) y el DFC (ver Figura 4.6) por carga viva del pórtico S-X. Ambos son diagramas nulos, sin ordenada en ninguna sección, que dejan constancia gráfica de que el estado de carga viva fue analizado y resultó nulo, y no de que se haya omitido.

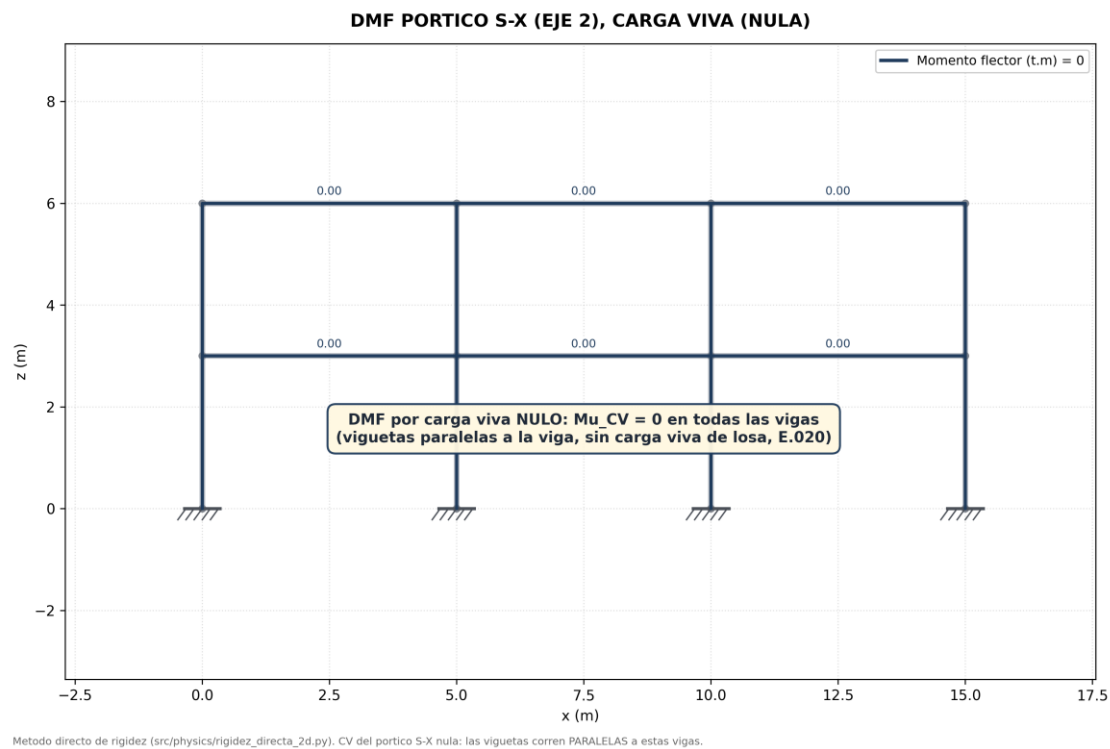


Figura 4.5. DMF del pórtico S-X (eje 2) por carga viva (estado nulo).

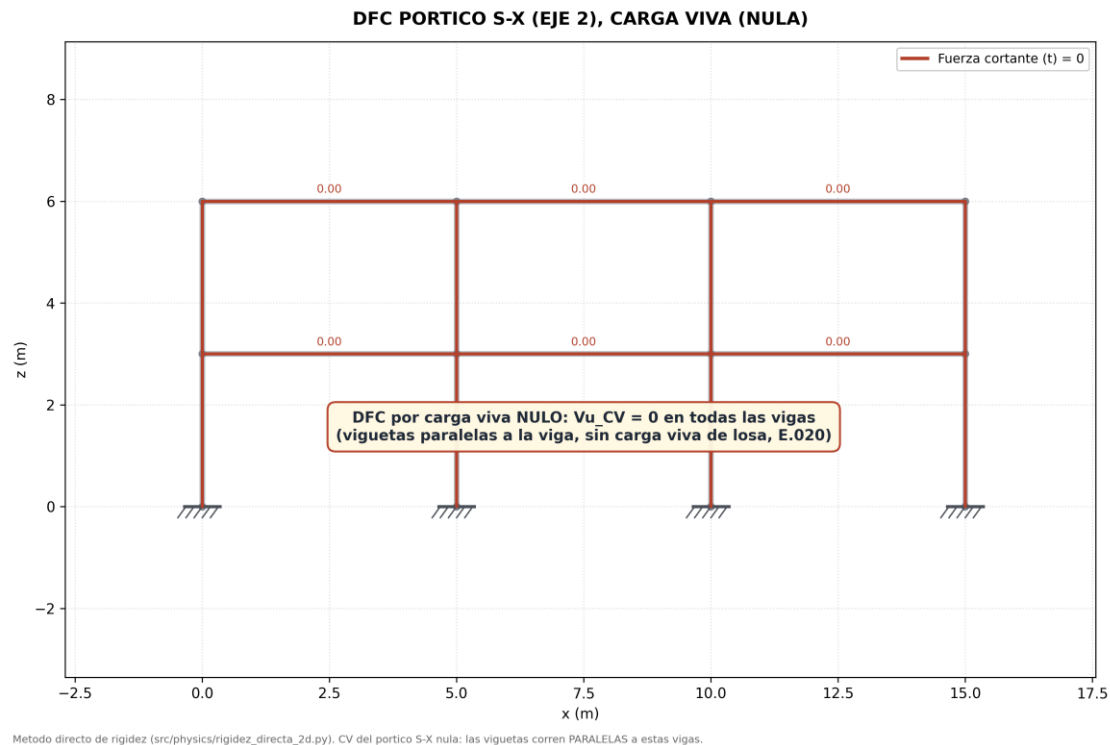


Figura 4.6. DFC del pórtico S-X (eje 2) por carga viva (estado nulo).

Por lo anterior, no corresponde análisis de alternancia (dameros) para este pórtico, como se reitera en el numeral 4.6, y la combinación última $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ [2] se reduce aquí a $U = 1,4 CM$, pues el término de carga viva se anula.

4.4.4 Participación de las columnas

La condición de vigas levemente cargadas no debe interpretarse como falta de importancia del pórtico del eje 2. Sus columnas sí reciben carga axial proveniente de los pórticos transversales de los ejes A, B, C y D, que descargan la losa en la dirección Y, y participan de manera decisiva en la respuesta lateral de la edificación. Ese aporte axial y el efecto de las fuerzas de sismo sobre este pórtico se cuantifican en el capítulo 5 (análisis sísmico) y se consolidan en la envolvente de diseño del capítulo 6, donde las solicitaciones de las columnas del eje 2 resultan gobernadas por la acción lateral y no por la gravedad aquí descrita.

4.5 PÓRTICO S-Y (EJE B): DIAGRAMAS POR CARGA MUERTA Y CARGA VIVA

El pórtico del eje B es el pórtico cargado de la estructura. Sus vigas, perpendiculares a las viguetas, reciben la carga completa del aligerado con un ancho tributario de 5,0 m, según el metrado del numeral 4.1.3. La viga es continua de dos tramos de 6,0 m sobre tres columnas (ejes 1, 2 y 3), y el análisis se realiza por separado para la carga muerta y para la carga viva, produciendo un juego independiente de diagramas para cada estado. Todos los resultados provienen del motor matricial de rigidez directa, validado contra OpenSeesPy con diferencia de 0,0000 por ciento (numeral 4.3.7).

4.5.1 Diagramas por carga muerta (CM)

Las Figuras 4.7 y 4.8 muestran el DMF (ver Figura 4.7) y el DFC (ver Figura 4.8) del pórtico S-Y bajo carga muerta, con la carga de servicio $w = 3,432 \text{ t/m}$ en el Nivel 1 y $w = 2,682 \text{ t/m}$ en el Nivel 2 (Tabla 4.3).

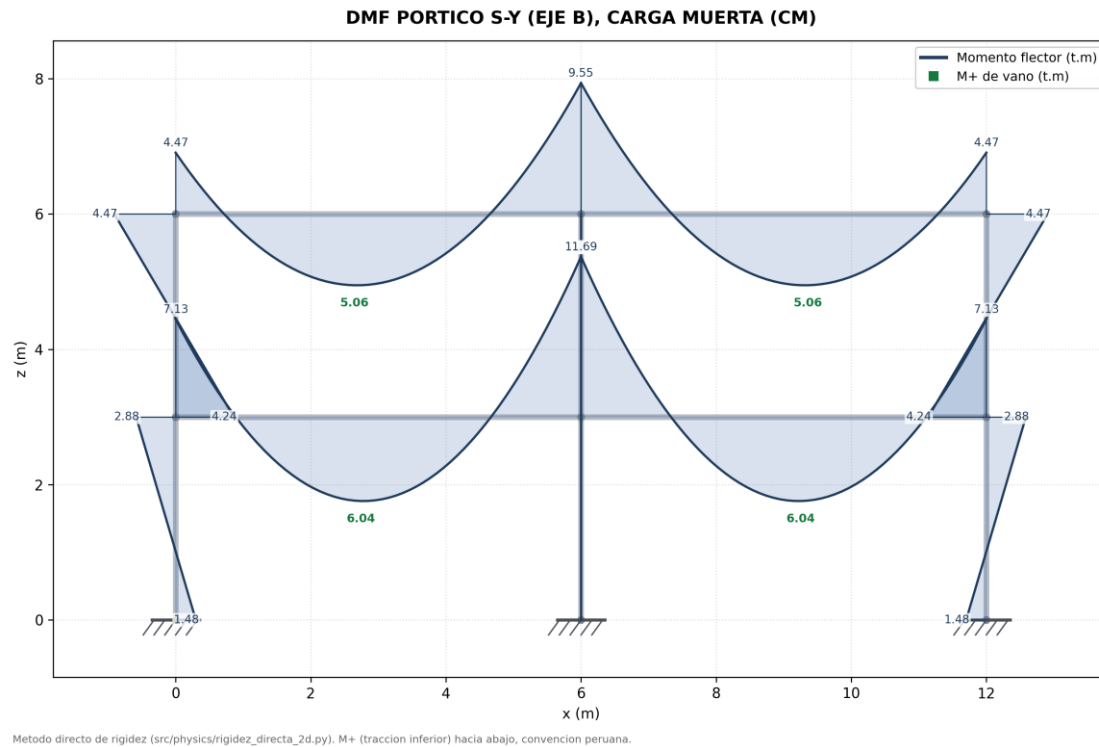


Figura 4.7. DMF del pórtico S-Y (eje B) por carga muerta.

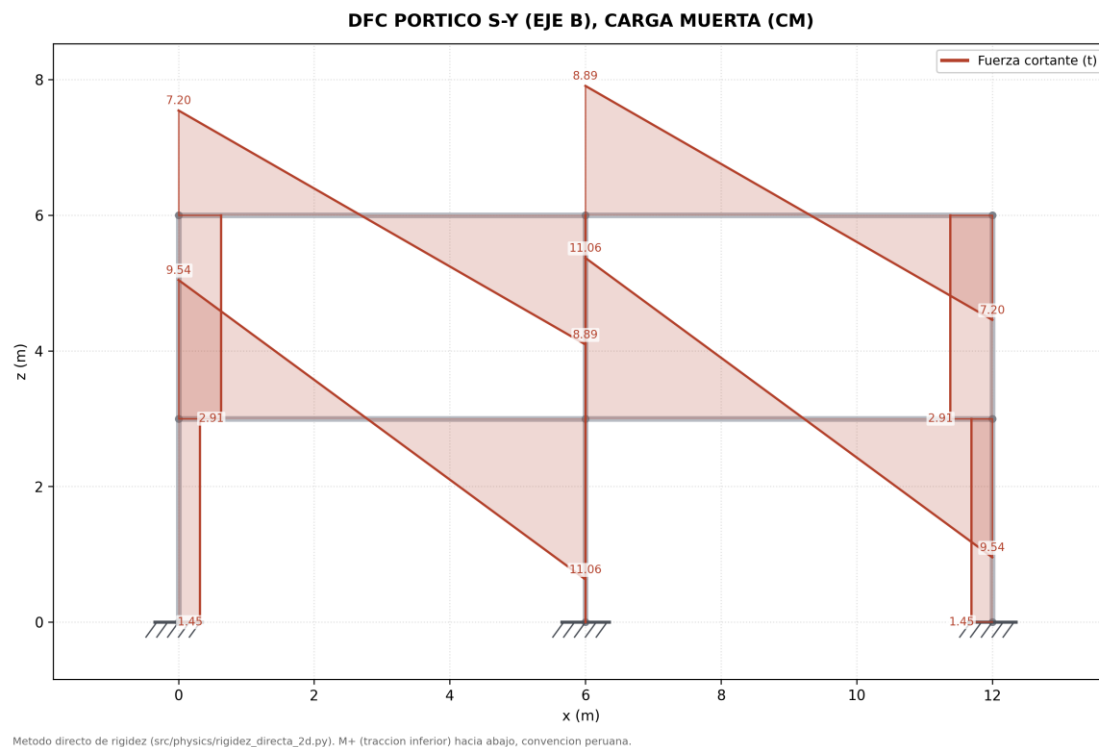


Figura 4.8. DFC del pórtico S-Y (eje B) por carga muerta.

El momento negativo máximo se presenta en el nudo central (intersección con la columna del eje 2) del Nivel 1, con un valor de 11,686 tonf·m. El momento positivo de vano del Nivel 1 alcanza 6,038 tonf·m, y el del Nivel 2, 5,059 tonf·m. En los nudos exteriores el momento negativo es de 7,126 tonf·m en el Nivel 1 y de 4,473 tonf·m en el Nivel 2. El cortante máximo, en la cara del nudo central, es de 11,056 t en el Nivel 1 y de 8,892 t en el Nivel 2. La Tabla 4.7 detalla estos valores por tramo y nivel.

Tabla 4.7. Momentos y cortantes por carga muerta del pórtico S-Y (eje B), por tramo y nivel.

Nivel	Tramo	M^- apoyo ext (tonf·m)	M^- apoyo central (tonf·m)	M^+ vano (tonf·m)	V apoyo ext (t)	V apoyo central (t)
N1 (entrepiso)	1-2	7,126	11,686	6,038	9,536	11,056
N1 (entrepiso)	2-3	7,126	11,686	6,038	9,536	11,056
N2 (azotea)	1-2	4,473	9,548	5,059	7,200	8,892
N2 (azotea)	2-3	4,473	9,548	5,059	7,200	8,892

Los momentos de apoyo se listan en magnitud (momento negativo, fibra superior traccionada) y el momento de vano en momento positivo (fibra inferior traccionada), evaluado en el punto de cortante nulo. El nudo central gobierna el momento negativo del pórtico, como corresponde a una viga continua de dos tramos iguales, donde el apoyo interior concentra la mayor demanda de flexión. El Nivel 1 controla el diseño por gravedad, con solicitaciones mayores que el Nivel 2 en la proporción aproximada de las cargas últimas de ambos niveles.

4.5.2 Diagramas por carga viva (CV)

Las Figuras 4.9 y 4.10 muestran el DMF (ver Figura 4.9) y el DFC (ver Figura 4.10) del pórtico S-Y bajo carga viva, con la sobrecarga de servicio de la Norma E.020 [3] repartida sobre la viga ($CV = 1,000$ t/m en el Nivel 1 y $CV = 0,500$ t/m en el Nivel 2, Tabla 4.3).

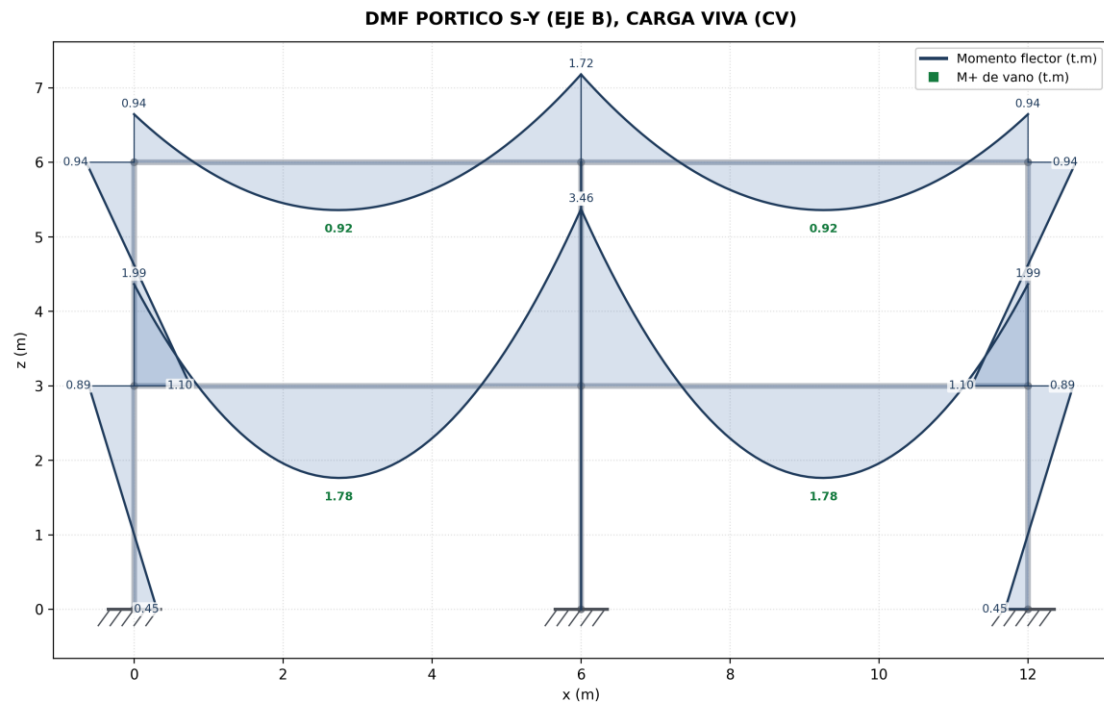


Figura 4.9. DMF del pórtico S-Y (eje B) por carga viva.

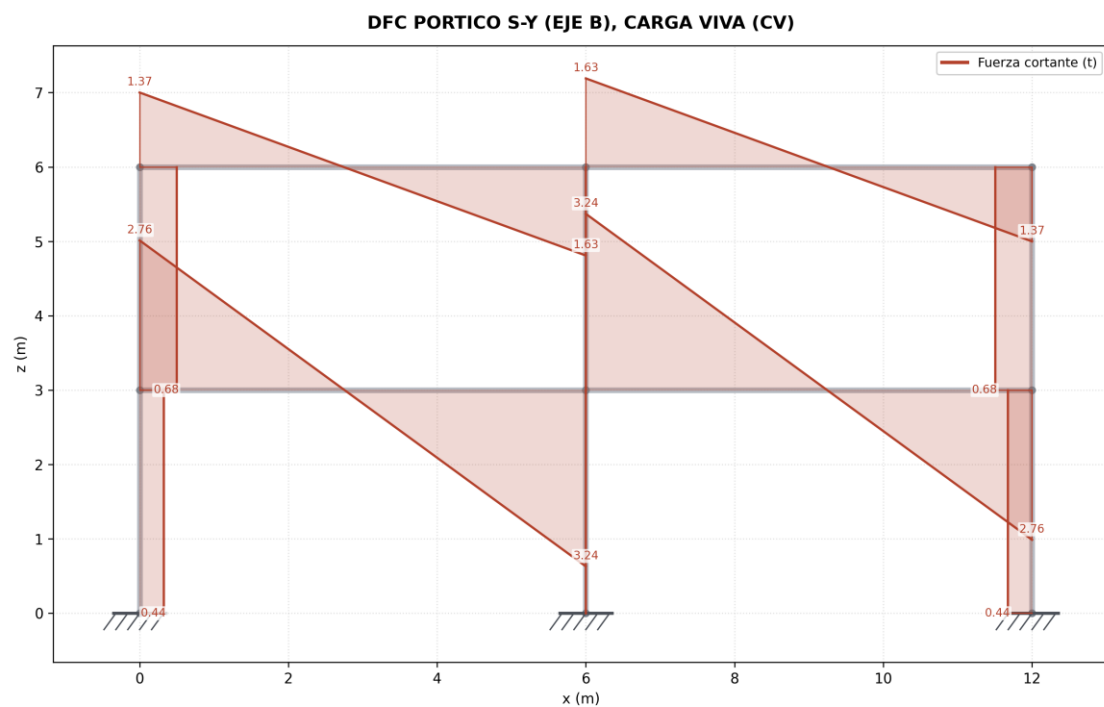


Figura 4.10. DFC del pórtico S-Y (eje B) por carga viva.

La carga viva se evaluó con los patrones de alternancia descritos en el numeral 4.6, de modo que los valores tabulados son los extremos (máximo negativo y máximo positivo) del estado de carga viva sobre la viga. En el nudo central el momento negativo por carga viva alcanza 3,458 tonf·m en el Nivel 1 y 1,718 tonf·m en el Nivel 2; en los vanos, el momento positivo por carga viva llega a 2,148 tonf·m en el Nivel 1 y 1,243 tonf·m en el Nivel 2. En el

nudo exterior el momento por carga viva es de 2,106 tonf·m en el Nivel 1. El cortante por carga viva en la cara del nudo central es de 3,245 t en el Nivel 1.

Tabla 4.8. Extremos de momento y cortante por carga viva del pórtico S-Y (eje B).

Nivel	Solicitación	Apoyo exterior (tonf·m)	Apoyo central (tonf·m)	Vano (tonf·m)	V central (t)
N1 (entrepiso)	M^- de apoyo (max negativo)	2,106	3,458	–	3,245
N1 (entrepiso)	M^+ de vano / apoyo (max positivo)	0,175	0,145	2,148	–
N2 (azotea)	M^- de apoyo (max negativo)	0,947	1,718	–	1,630
N2 (azotea)	M^+ de vano / apoyo (max positivo)	0,083	0,252	1,243	–

Los momentos por carga viva son sensiblemente menores que los de carga muerta, del orden del 30 por ciento de estos en el nudo central, como es de esperar en una vivienda donde la sobrecarga es una fracción de la carga permanente. No obstante, su contribución es determinante para el armado, pues se amplifica por el factor 1,7 en la combinación última $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ [2]. La descomposición de estos extremos en los patrones de carga que los producen, y su efecto sobre la envolvente de diseño, se desarrolla en el numeral 4.6.

4.6 ALTERNANCIA DE CARGA VIVA (DAMEROS) EN EL PÓRTICO S-Y

4.6.1 Fundamento de la alternancia

La carga viva no actúa necesariamente sobre toda la estructura a la vez. Por su naturaleza variable, la sobrecarga de uso definida por la Norma E.020 [3] puede presentarse sobre algunos tramos y no sobre otros, según la ocupación real del edificio (ambientes ocupados frente a ambientes vacíos, mobiliario que se reubica), y cada disposición produce una distribución distinta de momentos. La carga muerta, en cambio, es permanente y actúa siempre sobre todos los tramos. Para el diseño se debe considerar la disposición más desfavorable de la sobrecarga en cada sección, y no únicamente el caso de carga viva plena, tal como exige la Norma E.060 al ubicar la carga viva en la posición que produce los efectos máximos dentro de la combinación $1,4 CM + 1,7 CV$ [2]. Este procedimiento, conocido como alternancia de carga viva o patrones de damero [5], es el indicado por el método del docente; es el mismo que se aplicó a la vigueta en el numeral 3.5.6 y que gobierna la envolvente del numeral 3.6, y aquí se traslada a la viga continua del pórtico del eje B.

La viga del eje B es continua de dos tramos iguales de 6,0 m sobre tres columnas. Con dos tramos, las combinaciones relevantes de sobrecarga son tres: ambos tramos cargados, solo el tramo 1 cargado y solo el tramo 2 cargado. La razón física de evaluar estos patrones es directa: el caso de carga plena no maximiza simultáneamente todas las secciones. El máximo momento negativo del apoyo central se produce cuando ambos tramos están cargados, pues sus dos contribuciones de continuidad se suman sobre el apoyo interior;

en cambio, el máximo momento positivo de un vano se produce cuando solo ese tramo está cargado, ya que el tramo adyacente descargado retira parte de la restricción de continuidad y permite que el vano cargado flexione más. Ignorar la alternancia y diseñar solo con carga plena subestimaría el momento positivo de los vanos.

4.6.2 Patrones de carga viva evaluados

Los tres patrones de damero evaluados sobre la viga de dos tramos del pórtico S-Y se resumen en la Tabla 4.9.

Tabla 4.9. Patrones de damero de carga viva sobre la viga de dos tramos del pórtico S-Y.

Patrón	Tramo 1 (1-2)	Tramo 2 (2-3)	Sección que maximiza
P1 (carga plena)	Cargado	Cargado	Momento negativo del apoyo central
P2 (tramo 1)	Cargado	Descargado	Momento positivo del vano 1-2
P3 (tramo 2)	Descargado	Cargado	Momento positivo del vano 2-3

Para cada patrón se resolvió el pórtico con el motor matricial y, sobre el conjunto de los tres, se tomó en cada sección el valor más desfavorable, positivo y negativo. Esos extremos son los que se reportaron en la Tabla 4.8 del numeral 4.5.

4.6.3 Efecto de la alternancia sobre las solicitaciones de carga viva

Los extremos de carga viva que resultan de la envolvente de los tres patrones, tomados de la viga del Nivel 1 (elemento de tramo 1, nudo central), son los siguientes:

- Momento negativo máximo en el apoyo central: 3,458 tonf·m, producido por el patrón P1 (ambos tramos cargados).
- Momento positivo máximo en el vano: 2,148 tonf·m, producido por el patrón de tramo único (P2 para el vano 1-2, P3 para el vano 2-3).

El contraste ilustra el sentido de la alternancia. Si se hubiese cargado un solo tramo, el momento negativo del apoyo central no habría alcanzado 3,458 tonf·m; y si se hubiese usado solo la carga plena, el momento positivo del vano habría quedado por debajo de 2,148 tonf·m. La envolvente recoge, sección por sección, el mayor de todos los patrones, de modo que ninguna disposición de la sobrecarga real supere la solicitud de diseño. En el Nivel 2 el mismo procedimiento arroja un momento negativo de apoyo central de 1,718 tonf·m y un momento positivo de vano de 1,243 tonf·m.

4.6.4 Envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$

Los máximos de carga viva no constituyen todavía la solicitud de diseño: se combinan con la carga muerta mediante la combinación de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ de la Norma E.060 [2]. Aplicando esta combinación sección por sección, con la carga muerta del numeral 4.5.1 y los extremos de carga viva del numeral 4.5.2, se obtiene la envolvente de gravedad de la viga del pórtico del eje B.

En el apoyo central del Nivel 1, la combinación suma el momento negativo de carga muerta y el momento negativo máximo de carga viva del patrón P1:

$$U = 1,4 (11,686) + 1,7 (3,458) = 16,360 + 5,879 = 22,239 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

En el vano del Nivel 1, la combinación suma el momento positivo de carga muerta y el momento positivo máximo de vano del patrón de tramo único:

$$U = 1,4 (6,038) + 1,7 (2,148) = 8,454 + 3,652 = 12,106 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

Procediendo de igual modo en las demás secciones y en el Nivel 2 se completa la Tabla 4.10.

Tabla 4.10. Envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ de la viga del pórtico S-Y (eje B), por sección y nivel.

Nivel	Sección	M carga muerta (tonf·m)	M carga viva (tonf·m)	M último U de gravedad (tonf·m)
N1 (entrepiso)	Apoyo central (M^-)	11,686	3,458	22,239
N1 (entrepiso)	Apoyo exterior (M^-)	7,126	2,106	13,556
N1 (entrepiso)	Vano (M^+)	6,038	2,148	12,106
N2 (azotea)	Apoyo central (M^-)	9,548	1,718	16,287
N2 (azotea)	Apoyo exterior (M^-)	4,473	0,947	7,872
N2 (azotea)	Vano (M^+)	5,059	1,243	9,194

El apoyo central del Nivel 1 gobierna con 22,239 tonf·m y define el acero superior de la viga; el vano del Nivel 1, con 12,106 tonf·m, define el acero inferior. El momento de vano se evalúa en el punto de cortante nulo de cada patrón, que se desplaza según la disposición de la carga viva, por lo que este valor no es la simple superposición de los centros geométricos de los estados de carga.

4.6.5 Nota sobre la envolvente de diseño definitiva (capítulo 6)

La envolvente aquí construida corresponde únicamente a la gravedad, con la carga viva evaluada por alternancia (patrones de damero, numeral 4.6.2). Conviene anticipar una diferencia de encuadre con el capítulo 6: allí la envolvente de diseño definitiva adopta como estado base la carga viva plena en todos los tramos (numeral 6.1), no la alternancia. Ambos tratamientos coinciden en el momento negativo del apoyo central (22,239 tonf·m, que el patrón P1 y la carga plena maximizan por igual), pero la carga plena entrega un momento gravitatorio ligeramente menor en el apoyo exterior (13,357 frente a 13,556 tonf·m) y en el vano (11,474 frente a 12,106 tonf·m); esa diferencia no altera el diseño, pues ambas secciones quedan gobernadas por el sismo. La envolvente de diseño definitiva de las vigas del eje B agrega además las combinaciones con sismo de la Norma E.060, $1,25 (CM + CV) \pm CS$ y $0,9 CM \pm CS$ [2], y se desarrolla en el capítulo 6 de esta obra. Para este edificio de dos pisos el sismo apenas incrementa el momento negativo del apoyo central de la viga, que pasa de 22,239 tonf·m por gravedad a un valor solo levemente mayor al incluir la acción lateral, lo que confirma que la gravedad prácticamente gobierna el diseño a flexión

de las vigas del pórtico del eje B. El desarrollo de las combinaciones sísmicas no corresponde a este capítulo, restringido al análisis de gravedad, y se remite al capítulo 6.

4.6.6 Pórtico S-X: no aplica alternancia

En el pórtico del eje 2 (dirección S-X) la carga viva es nula, pues sus vigas son paralelas a las viguetas y no reciben la sobrecarga del aligerado (numeral 4.4.3). Al no existir carga viva, no hay patrones de damero que evaluar y no corresponde análisis de alternancia. La única sollicitación de gravedad de sus vigas es la carga muerta de peso propio del numeral 4.4, y su envolvente de diseño queda gobernada por la acción sísmica del capítulo 5, no por la gravedad.

Lo esencial de este capítulo

- La novedad metodológica frente al capítulo 3 es la matriz de transformación de coordenadas: $\mathbf{k}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_L \mathbf{T}$. En las vigas horizontales $\mathbf{T}$ es la identidad; en las columnas ($\alpha = 90$ grados) intercambia los roles de u y v , llevando la rigidez axial al grado de libertad vertical.
- El carácter unidireccional de la losa define el reparto de cargas: el pórtico S-Y (eje B) recibe la carga completa del aligerado ($W_u = 6,505$ t/m en el Nivel 1 y 4,605 t/m en la azotea), mientras que las vigas del pórtico S-X (eje 2) solo cargan su peso propio ($W_u = 0,504$ t/m), con carga viva nula.
- En el pórtico del eje B la carga muerta produce el momento negativo máximo de 11,686 tonf·m en el nudo central del Nivel 1; la carga viva, evaluada con los tres patrones de damero, aporta hasta 3,458 tonf·m en esa misma sección.
- La alternancia responde a una regla física: la carga plena (P1) maximiza el momento negativo del apoyo central, y el tramo único cargado (P2, P3) maximiza el momento positivo del vano (2,148 tonf·m por carga viva en el Nivel 1).
- La envolvente de gravedad $U = 1,4 CM + 1,7 CV$ queda gobernada por el apoyo central del Nivel 1 con 22,239 tonf·m (acero superior) y por el vano con 12,106 tonf·m (acero inferior).
- Todos los resultados provienen del motor matricial de rigidez directa, validado contra OpenSeesPy con diferencia de 0,0000 por ciento en todas las secciones de control.

Capítulo 4. Ejercicios de pórticos de gravedad (método matricial de rigidez con matriz de transformación)

Los ejercicios de este capítulo se construyen como variantes del análisis desarrollado en el texto: los pórticos de gravedad de la vivienda de dos pisos de concreto armado, resueltos por el método directo de rigidez con seis grados de libertad por barra y matriz de transformación T . El edificio de referencia tiene planta rectangular $15,0 \times 12,0$ m, altura de entrepiso $3,0$ m ($h_n = 6,0$ m), concreto de $f'_c = 210$ kgf/cm² (módulo $E = 15000\sqrt{f'_c} = 2\,173\,706,5$ tonf/m²), columnas $0,40 \times 0,40$ m, viga del eje B (dirección S-Y) $0,30 \times 0,60$ m de luz $6,0$ m y viga del eje 2 (dirección S-X) $0,30 \times 0,50$ m de luz $5,0$ m. El pórtico del eje B es el cargado (recibe la losa con ancho tributario $5,0$ m); para su carga muerta de servicio ($w = 3,432$ t/m en el Nivel 1) el análisis del texto obtuvo un momento negativo máximo en el nudo central de $11,686$ tonf·m, verificado contra OpenSeesPy con una diferencia de $0,0000$ por ciento.

Cada ejercicio modifica un dato del método o de la geometría y pide rehacer el cálculo. El solucionario que sigue a los enunciados desarrolla cada paso y contrasta el resultado con el motor matricial propio del libro, de modo que todas las respuestas están verificadas numéricamente y no calculadas a mano. La convención de notación es la del estándar del libro: matrices y vectores en negrita (k_L local, k_G global, T de transformación, K global de la estructura, U desplazamientos, F cargas nodales), M^- momento negativo de apoyo, M^+ momento positivo de vano (evaluado en el punto de cortante nulo).

Ejemplo desvanecido: del pórtico al momento de diseño por el método matricial

En el capítulo anterior la vigueta era una sola línea de tramos colineales, y por eso nunca hizo falta girar nada: todas las barras compartían el mismo eje. El pórtico rompe esa comodidad. Acá las columnas suben en vertical y las vigas cruzan en horizontal, se encuentran a 90° en cada nudo, y no se pueden sumar sus rigideces hasta llevarlas a un sistema de ejes común. Esa es la novedad del método matricial de este capítulo, la matriz de transformación T , y es justo donde muchos se enredan. Recorramos el pórtico del texto tres veces, soltándote la mano en cada pasada: primero lo resuelvo entero, después completas los pasos que deciden el resultado, y al final solo te doy la respuesta para que verifiques la tuya.

El problema es el del texto: el pórtico del eje B (dirección S-Y), tres columnas $0,40 \times 0,40$ m, dos vanos de $6,0$ m, dos niveles de $3,0$ m, base empotrada, con la viga $0,30 \times 0,60$ m ($EI = 11\,738,02$ tonf·m²) cargada por la carga muerta de servicio del Nivel 1, $w = 3,432$ t/m.

Nivel 1. Resuelto completo

Paso 1. De la carga al empotramiento perfecto. Igual que con la vigueta, el método fija ficticiamente cada viga y pregunta qué momento y qué cortante la mantendrían empotrada bajo su carga. Para la viga del Nivel 1, con carga uniforme:

$$M_{emp} = \frac{wL^2}{12} = \frac{3,432 \times 6,0^2}{12} = 10,296 \text{ tonf·m}, \quad V_{emp} = \frac{wL}{2} = \frac{3,432 \times 6,0}{2} = 10,296 \text{ tonf}$$

De nuevo el $wL^2/12$, no el $wL^2/8$ de la viga simplemente apoyada. Estas fuerzas de empotramiento, cambiadas de signo, arman el vector de cargas nodales $\mathbf{F}$.

Paso 2. La barra 6×6 y la transformación $\mathbf{T}$ (la novedad del capítulo). Cada barra aporta su matriz de rigidez local $\mathbf{k}_L$ (6×6), construida con cinco coeficientes que salen solo de la sección y la longitud. Para la viga del eje B:

$$\frac{EA}{L} = 65\,211,19 \quad \frac{12EI}{L^3} = 652,11 \quad \frac{6EI}{L^2} = 1\,956,34 \quad \frac{4EI}{L} = 7\,825,34 \quad \frac{2EI}{L} = 3\,912,67$$

Pero esa $\mathbf{k}_L$ está escrita en el eje de la barra, no en los ejes X - Y del pórtico. Antes de ensamblar hay que rotarla con $\mathbf{k}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_L \mathbf{T}$. Para la viga horizontal ($\alpha = 0^\circ$) la $\mathbf{T}$ es la identidad y no cambia nada; para la columna vertical ($\alpha = 90^\circ$, $c = 0$, $s = 1$) la $\mathbf{T}$ intercambia los grados de libertad de traslación $u \leftrightarrow v$:

$$\mathbf{T}_{col} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Acá está el error típico: olvidar la $\mathbf{T}$ y ensamblar la columna con su $\mathbf{k}_L$ tal cual, como si su rigidez axial (vertical en la realidad) empujara en el eje horizontal del pórtico. Sin transformar, la matriz global queda mal armada y el resultado no cierra. La $\mathbf{T}$ es la que pone a cada barra a hablar el mismo idioma de ejes.

Paso 3. Ensamblar y resolver. Con las nueve barras ya rotadas se ensambla la matriz global. El pórtico tiene nueve nudos (27 grados de libertad); las tres bases empotradas eliminan nueve, y queda un sistema $\mathbf{K}\mathbf{U} = \mathbf{F}$ de 18×18 . El motor lo resuelve y entrega el descenso del nudo central del Nivel 1, $v = -0,3441$ mm, con giro y desplazamiento horizontal nulos en ese nudo por la simetría del pórtico y de la carga. La retro-sustitución ($\mathbf{f}_{local} = \mathbf{k}_L \mathbf{T} \mathbf{u} + \mathbf{f}_{emp}$) devuelve las fuerzas internas de la viga:

$$M_{central}^- = 11,686 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad M_{vano}^+ = 6,038 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad V_{m\acute{a}x} = 11,056 \text{ tonf}$$

Un chequeo de sentido físico: el momento negativo del nudo central (11,686) supera al positivo del vano (6,038), como debe ocurrir en una viga continua de dos tramos.

Paso 4. El puente a la envolvente de diseño. Ese 11,686 es solo la carga muerta. Falta la carga viva, que la E.060 obliga a alternar por tramos (patrones de damero, el mismo mecanismo que se desarrolla para la vigueta en el Capítulo 3), y que en el apoyo central aporta un momento de 3,458 tonf·m. La combinación de gravedad los une:

$$U = 1,4 CM + 1,7 CV = 1,4 (11,686) + 1,7 (3,458) = 16,360 + 5,879 = 22,239 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

Ese 22,239 es el número con el que se dimensiona el acero superior de la viga, verificado contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,0000 por ciento. Retén la diferencia: el método matricial te da las fuerzas de un estado de carga; el diseño exige combinarlas en última.

Nivel 2. Completa tú los pasos clave

Mismo pórtico, mismos datos. Reconstruye el arranque y el cierre, que son los dos pasos donde se juega el resultado. Toma $w = 3,432 \text{ t/m}$, $L = 6,0 \text{ m}$, y del análisis $CM = 11,686$ y $CV = 3,458 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ en el apoyo central:

- Momento de empotramiento perfecto de la viga: $M_{emp} = \frac{wL^2}{12} = [\text{ }] \text{ tonf}\cdot\text{m}$.
- Envolvente de gravedad del apoyo central: $U = 1,4 CM + 1,7 CV = [\text{ }] \text{ tonf}\cdot\text{m}$.

Si tus casillas no coinciden con las respuestas al pie, revisa antes de seguir: el desliz suele estar en meter $wL^2/8$ en vez de $wL^2/12$, o en olvidar el factor 1,7 de la carga viva y sumar $CM + CV$ en servicio en lugar de amplificar.

Respuestas: $M_{emp} = 10,296 \text{ tonf}\cdot\text{m}$; $U = 22,239 \text{ tonf}\cdot\text{m}$.

Nivel 3. Casi solo: verifica tu resultado

Ahora sin andamiaje. Resuelve el mismo pórtico pero con vanos de 4,5 m en vez de 6,0 m, columnas más juntas, conservando la carga muerta del metrado ($w = 3,432 \text{ t/m}$ en el Nivel 1 y $w = 2,682 \text{ t/m}$ en el Nivel 2). Ensambla las barras rotadas, resuelve $KU = F$ y saca las fuerzas internas de la viga del Nivel 1 por carga muerta. Cuando termines, tus números deben caer sobre estos:

$$M_{central}^- = 6,528 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad M_{vano}^+ = 3,526 \text{ tonf}\cdot\text{m}, \quad V_{m\acute{a}x} = 8,330 \text{ tonf}$$

Si te dieron, no fue suerte: interiorizaste el método. Y notarás que acortar el vano de 6,0 a 4,5 m baja el momento del apoyo un 44,1 por ciento ($11,686 \rightarrow 6,528$), justo lo que predice la razón de luces al cuadrado ($4,5^2/6,0^2 = 0,5625$). Esa es la señal de que entendiste por qué, no solo cuánto. (Recuerda que este 6,528 es la carga muerta; la envolvente de diseño le suma todavía la carga viva alternada en última.)

Ejercicios propuestos

Ejercicio 4.1 (nivel drill). La columna del pórtico del eje B es vertical ($\alpha = 90^\circ$) y su matriz de transformación intercambia los grados de libertad u y v . Considera ahora esa misma columna ($0,40 \times 0,40 \text{ m}$, $L = 3,0 \text{ m}$) pero INCLINADA a $\alpha = 60^\circ$ respecto de la horizontal. Arma a mano: (a) los cinco coeficientes y la matriz de rigidez local k_L (6×6); (b) la matriz de transformación T con $c = \cos 60^\circ$ y $s = \sin 60^\circ$; y (c) la matriz de rigidez global $k_G = T^T k_L T$. Interpreta cómo, al inclinar la barra, la rigidez axial y la de flexión se reparten entre los ejes globales X e Y , y verifica k_G contra el ensamble del motor.

Ejercicio 4.2 (nivel aplicado). Resuelve de punta a punta una variante del pórtico del eje B: la misma tipología (tres columnas, dos vanos, dos niveles, base empotrada) pero con luz de vano de 5,0 m en lugar de 6,0 m (columnas más juntas), conservando la carga muerta de servicio del metrado ($w = 3,432 \text{ t/m}$ en el Nivel 1 y $w = 2,682 \text{ t/m}$ en el Nivel 2). Ensambla la matriz de rigidez global, resuelve $KU = F$, obtén los desplazamientos del nudo central y traza el DMF y el DFC por carga muerta. Reporta el momento negativo del apoyo central, el momento positivo de vano y el cortante máximo, y cuantifica en qué porcentaje la luz más corta reduce el momento de apoyo respecto del pórtico de 6,0 m del texto.

Ejercicio 4.3 (nivel criterio). Una solución de una fuente didáctica en redes resuelve por el método de rigidez directa la armadura plana de la figura (tres barras solo axiales, dos cargas de 25 kN) y publica los desplazamientos de sus tres grados de libertad libres: $V_3 = -0,0703$ mm, $U_4 = +0,0536$ mm y $V_4 = -0,0702$ mm. Antes de aceptarlos, VERIFÍCALOS: reconstruye la matriz de rigidez reducida K_r de esos tres grados de libertad y comprueba si esos desplazamientos satisfacen el equilibrio $K_r u = F$ (residuo nulo). Si no lo satisfacen, calcula la solución correcta y explica qué lección de método deja el caso.

Ejercicio 4.4 (nivel reto, generalización). En el edificio del texto todas las columnas son verticales ($\alpha = 90^\circ$) y las vigas horizontales ($\alpha = 0^\circ$), de modo que la matriz de transformación T solo intercambia $u \leftrightarrow v$ o es la identidad. Considera ahora un pórtico TRAPEZOIDAL de una sola crujía con COLUMNAS INCLINADAS: nudos de base empotrados en (0; 0) y (7; 0), nudos superiores en (1,0; 3,5) y (6,0; 3,5), viga horizontal de 5,0 m con carga de gravedad $w = 5,0$ t/m; columnas $0,40 \times 0,40$ m y viga $0,30 \times 0,50$ m. Para cada columna, con $\alpha \neq 0^\circ, 90^\circ$, la matriz T deja de ser trivial. Resuelve el modelo completo y obtén: (a) los ángulos reales de las columnas; (b) los desplazamientos de los nudos superiores; (c) las reacciones en los apoyos, prestando atención al empuje horizontal que las columnas inclinadas generan bajo carga vertical (un pórtico de columnas verticales no lo produce); y (d) el DMF de la viga.

Solucionario

Cada solución sigue la misma secuencia: enunciado, datos, planteamiento del método matricial (matriz local, transformación, ensamble, solución y retro-sustitución), resultado verificado con el motor de cálculo (se resume la verificación numérica) e interpretación del resultado.

Solución 4.1. Matriz de rigidez y transformación de una columna inclinada

Datos. Columna $0,40 \times 0,40$ m: área $A = 0,16$ m², inercia $I = \frac{0,40^4}{12} = 0,00213333$ m⁴; $L = 3,0$ m; $E = 2\,173\,706,5$ tonf/m², de modo que $EI = 4\,637,24$ tonf·m². Ángulo $\alpha = 60^\circ$, con $c = \cos 60^\circ = 0,5$ y $s = \sin 60^\circ = 0,8660254$.

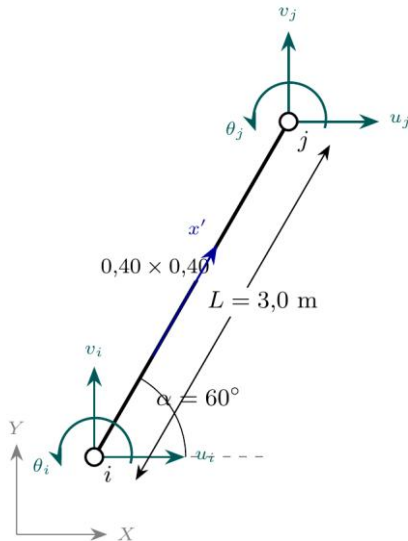


Figura E4.1. Idealización de la columna inclinada del Ejercicio 4.1: barra $0,40 \times 0,40$ m, $L = 3,0$ m, ángulo $\alpha = 60^\circ$ respecto de la horizontal, con el eje local x' a lo largo de la barra y los tres grados de libertad (u , v , θ) de cada nudo.

Paso 1. Coeficientes y matriz local k_L (numeral 4.3.2). Los cinco coeficientes son idénticos a los de la columna vertical del texto (la matriz LOCAL no depende del ángulo, solo de la sección y la longitud):

$$\frac{EA}{L} = 115\,931,01 \quad \frac{12EI}{L^3} = 2\,061,00 \quad \frac{6EI}{L^2} = 3\,091,49 \quad \frac{4EI}{L} = 6\,182,99 \quad \frac{2EI}{L} = 3\,091,49$$

Paso 2. Matriz de transformación T (numeral 4.3.3). Con $c = 0,5$ y $s = 0,8660254$, los bloques de traslación 2×2 dejan de ser el intercambio puro del caso vertical:

$$T = \begin{bmatrix} 0,5 & 0,866 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -0,866 & 0,5 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0,5 & 0,866 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,866 & 0,5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Paso 3. Matriz global $k_G = T^T k_L T$. El producto reparte la rigidez axial (115 931) y la transversal (2 061) entre los ejes globales X e Y según c^2 , s^2 y cs :

$$k_G(\text{filas } u_i, v_i, \theta_i) = \begin{bmatrix} 30\,528,50 & 49\,307,16 & -2\,677,31 & \dots \\ 49\,307,16 & 87\,463,51 & 1\,545,75 & \dots \\ -2\,677,31 & 1\,545,75 & 6\,182,99 & \dots \end{bmatrix}$$

Interpretación. En la columna VERTICAL del texto ($\alpha = 90^\circ$) la rigidez axial EA/L cargaba enteramente el grado de libertad vertical v y la rigidez transversal $12EI/L^3$ el horizontal u . Al inclinar la barra 60° , ambas se mezclan: la rigidez en X del nudo baja a 30 528,50 tonf/m y la rigidez en Y sube a 87 463,51 tonf/m, y aparece el término de acople 49 307,16 fuera de la diagonal, ausente en la barra vertical. Esta es precisamente la función de T : llevar la rigidez de la barra, definida en su eje local, al sistema global común donde se ensambla.

Verificación. Los autores validaron la matriz de rigidez global armada a mano ($T^T k_L T$) contra el ensamble del motor matricial propio.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
$k_G[0,0]$ (rigidez en X del nudo)	30 528,50 tonf/m	coincide con el ensamble a mano
$k_G[1,1]$ (rigidez en Y del nudo)	87 463,51 tonf/m	coincide con el ensamble a mano
Diferencia máxima elemento a elemento	1,455 $\times 10^{-11}$ tonf/m	nula a precisión de máquina; $\mathbf{k}_G$ simétrica

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

La matriz global armada a mano coincide con la que ensambla el motor hasta el error de máquina ($1,5 \times 10^{-11}$), y resulta simétrica, como debe ser toda matriz de rigidez.

Solución 4.2. Pórtico variante resuelto de punta a punta

Datos. Pórtico del eje B con luz de vano 5,0 m (en vez de 6,0 m): tres columnas $0,40 \times 0,40$ m en $x = 0, 5$ y 10 m; dos niveles a cota $+3,0$ y $+6,0$ m; base empotrada; vigas $0,30 \times 0,60$ m con carga muerta de servicio $w = 3,432$ t/m (Nivel 1) y $w = 2,682$ t/m (Nivel 2).

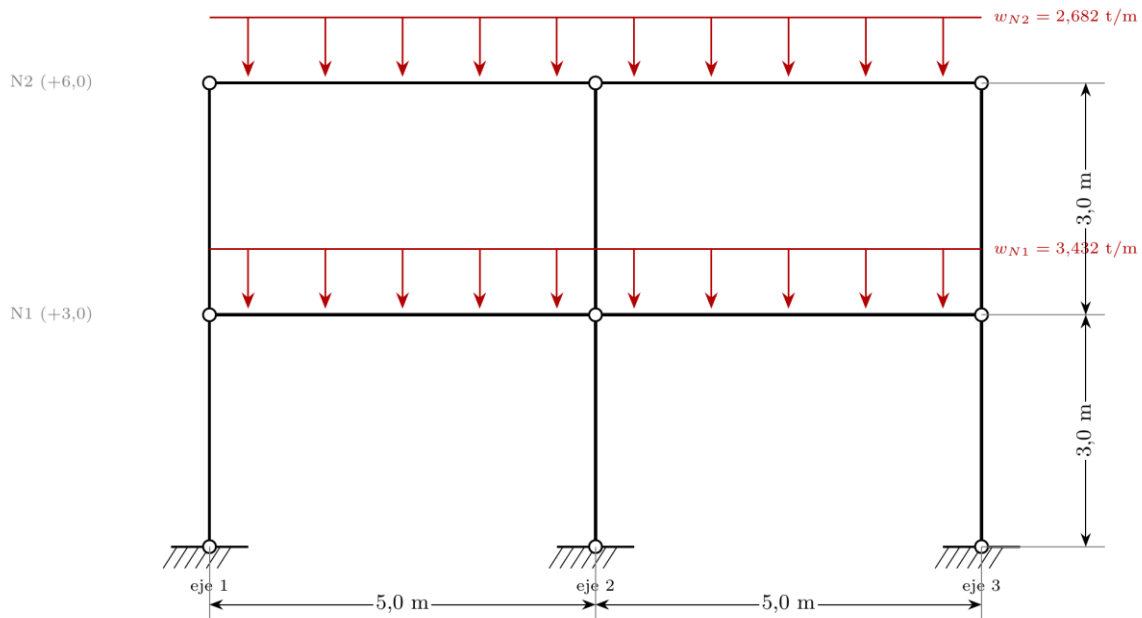


Figura E4.2a. Idealización del pórtico variante del Ejercicio 4.2: tres columnas (ejes 1, 2, 3), dos vanos de 5,0 m, dos niveles, base empotrada, con la carga muerta distribuida de cada nivel.

Paso 1. Grados de libertad y ensamble (numerales 4.3.1 y 4.3.4). El pórtico tiene nueve nudos (27 grados de libertad); los tres nudos de base empotrados eliminan nueve grados de libertad, y quedan 18 activos. Sobre la matriz reducida $\mathbf{K}_{ff}$ (18×18) se plantea el equilibrio.

Paso 2. Cargas nodales equivalentes (numeral 4.3.5). Las cargas de las vigas se convierten en fuerzas de empotramiento perfecto $M_{emp} = wL^2/12$ y $V_{emp} = wL/2$; con $L = 5,0$ m y $w = 3,432$ t/m: $M_{emp} = 3,432 \times 25/12 = 7,150$ tonf·m. El vector $\mathbf{F} = -\sum \mathbf{f}_{emp}$ alimenta el sistema.

Paso 3. Solución y retro-sustitución (numerales 4.3.6 y 4.3.7). Resuelto $\mathbf{K}_{ff} \mathbf{U} = \mathbf{F}$, el descenso vertical del nudo central del Nivel 1 es $v = -0,2875$ mm y los desplazamientos

horizontales son prácticamente nulos (pórtico simétrico y simétricamente cargado). La retro-sustitución da los momentos y cortantes de cada viga.

Nivel	Tramo	M^- apoyo ext (tonf·m)	M^- apoyo central (tonf·m)	M^+ vano (tonf·m)	V apoyo ext (tonf)	V apoyo central (tonf)
N1 (entrepiso)	1-2	4,766	8,106	4,289	7,912	9,248
N1 (entrepiso)	2-3	4,766	8,106	4,289	7,912	9,248
N2 (azotea)	1-2	2,988	6,544	3,615	5,994	7,416
N2 (azotea)	2-3	2,988	6,544	3,615	5,994	7,416

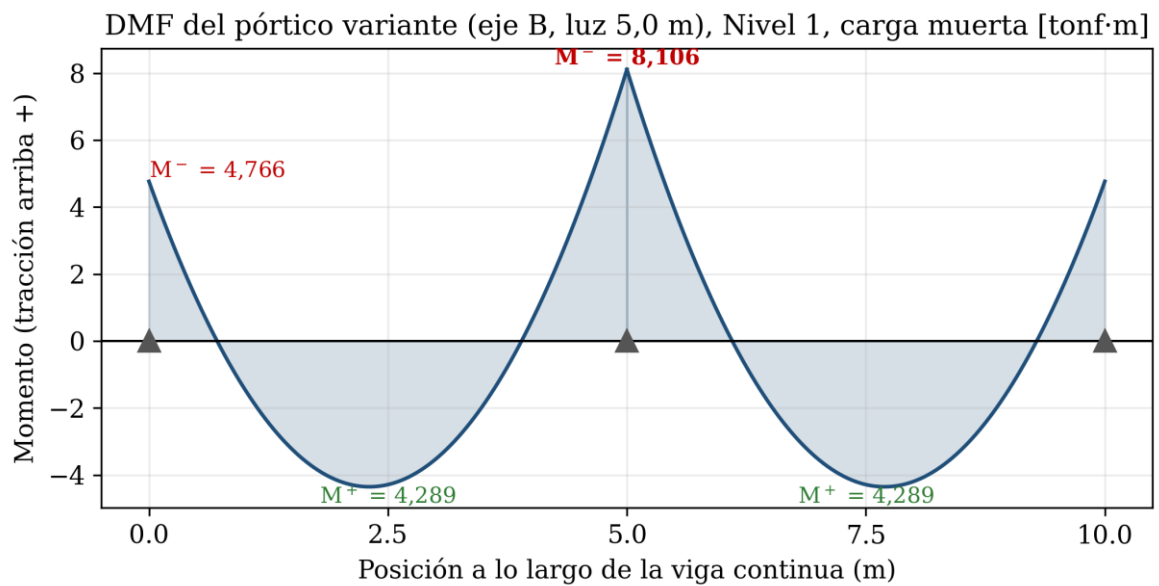


Figura E4.2b. DMF del pórtico variante (eje B, luz 5,0 m), viga continua del Nivel 1, carga muerta. El nudo central concentra el momento negativo ($M^- = 8,106$ tonf·m); los vanos, el positivo ($M^+ = 4,289$ tonf·m).

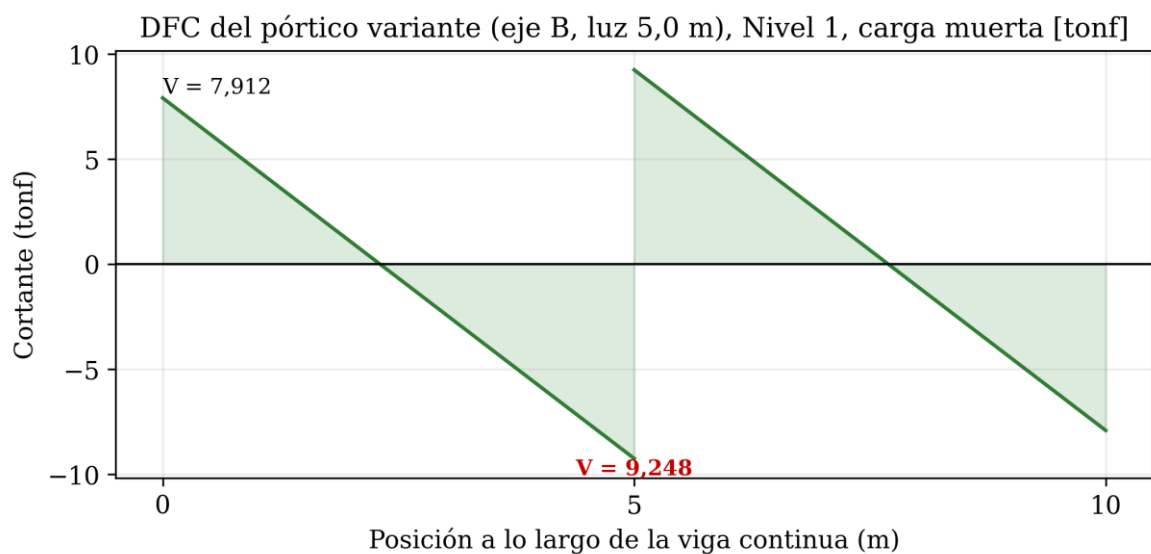


Figura E4.2c. DFC del pórtico variante (eje B, luz 5,0 m), viga continua del Nivel 1, carga muerta. El cortante máximo, $V = 9,248$ tonf, aparece en la cara del nudo central.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio los desplazamientos y las fuerzas internas del pórtico variante de luz 5,0 m (sistema 18×18).

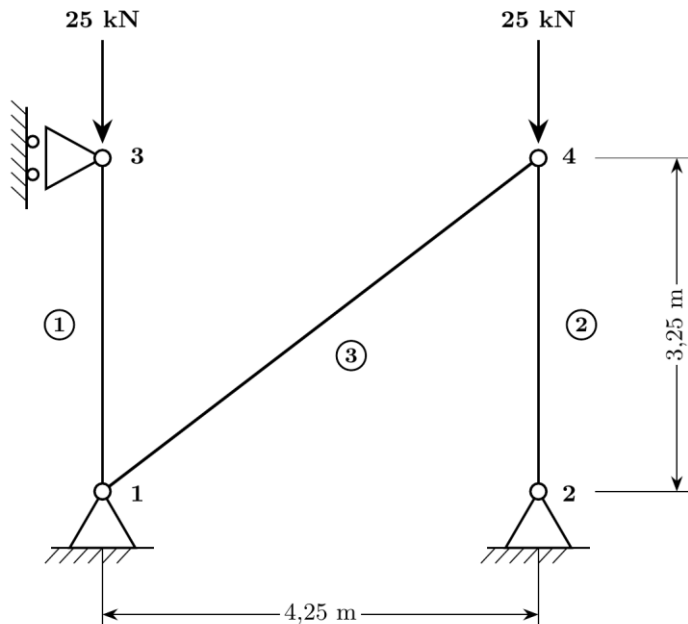
Magnitud	Valor del motor	Contraste
Descenso nudo central N1	-0,2875 mm	coherente con pórtico simétrico
M^- apoyo central (N1)	8,106 tonf·m	reducción del 30,63 % vs luz 6,0 m (11,686)
M^+ vano (N1)	4,289 tonf·m	cercano a la razón $5^2/6^2 = 0,694$
V apoyo central (N1)	9,248 tonf	sentido físico $M^- > M^+$

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. La luz más corta rigidiza la viga y baja el momento negativo del apoyo central de 11,686 tonf·m (pórtico de 6,0 m del texto) a 8,106 tonf·m, una reducción del 30,63 por ciento. La reducción es cercana a la razón de luces al cuadrado ($5^2/6^2 = 0,694$, es decir -30,6 por ciento), consistente con que en una viga continua el momento de gravedad escala aproximadamente con wL^2 . El nudo central sigue gobernando la flexión, como en toda viga continua de dos tramos iguales.

Solución 4.3. Verificar una solución publicada: la trampa del residuo no nulo

Datos. Armadura plana de tres barras solo axiales (Figura E4.3a): nudos 1 = (0; 0) y 2 = (4,25; 0) articulados fijos, nudo 3 = (0; 3,25) con rodillo (restringe el horizontal) y nudo 4 = (4,25; 3,25) libre; barra 1 (columna izquierda 1-3), barra 2 (columna derecha 2-4) y barra 3 (diagonal 1-4); material $EA = 2 \times 10^9$ N; cargas verticales de 25 kN hacia abajo en los nudos 3 y 4. Los tres grados de libertad libres son V_3 , U_4 y V_4 . La fuente publica $V_3 = -0,0703$ mm, $U_4 = +0,0536$ mm, $V_4 = -0,0702$ mm.



Solución publicada (mm), a verificar: $V_3 = -0,0703$ $U_4 = +0,0536$ $V_4 = -0,0702$

Figura E4.3a. Armadura de la solución publicada a verificar (Ejercicio 4.3). El estudiante debe comprobar si los desplazamientos publicados satisfacen el equilibrio $K_r \cdot u = F$ de sus tres grados de libertad libres.

Paso 1. Matriz de rigidez reducida. Ensamblando las tres barras y reteniendo solo los grados de libertad libres (V_3 , U_4 , V_4), la matriz reducida (en N/m) resulta bien condicionada ($\text{cond}(\mathbf{K}_r) = 4,52$, lejos de la singularidad):

$$\mathbf{K}_r = \begin{bmatrix} 6,1538 \times 10^8 & 0 & 0 \\ 0 & 2,3588 \times 10^8 & 1,8038 \times 10^8 \\ 0 & 1,8038 \times 10^8 & 7,5332 \times 10^8 \end{bmatrix}$$

Paso 2. El chequeo de equilibrio. El grado de libertad V_3 está DESACOPPLADO: solo lo toma la barra vertical 1 (columna izquierda), de modo que su valor no admite ambigüedad:

$$V_3 = \frac{F}{k_1} = \frac{-25\,000}{6,1538 \times 10^8} = -0,0406 \text{ mm}$$

La fuente publica $V_3 = -0,0703 \text{ mm}$, un 73 por ciento mayor en magnitud. Al sustituir los desplazamientos publicados en $\mathbf{K}_r \mathbf{u}$ y compararlos con la fuerza aplicada $\mathbf{F} = (-25\,000; 0; -25\,000) \text{ N}$, el residuo NO es nulo: alcanza 18 262 N, del orden de la propia fuerza aplicada. En cambio, la solución correcta ($V_3 = V_4 = -0,040625 \text{ mm}$, $U_4 = +0,031066 \text{ mm}$) reconstruye el sistema con residuo $\sim 5 \times 10^{-14} \text{ N}$ (nulo a precisión de máquina).

Ejercicio 4.3: verificar SIEMPRE que $\mathbf{K}_r \mathbf{u} = \mathbf{F}$ (residuo nulo)

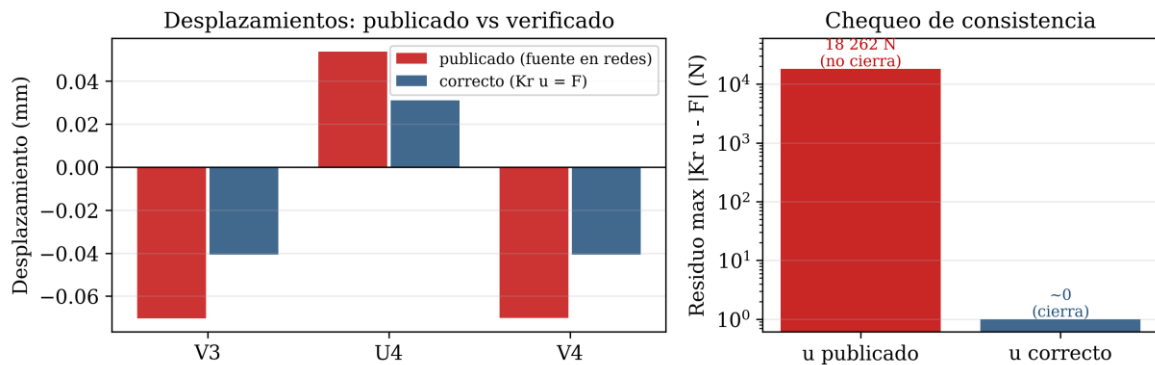


Figura E4.3b. Verificación del Ejercicio 4.3. A la izquierda, los desplazamientos publicados frente a los verificados. A la derecha, el residuo máximo $|\mathbf{K}_r \mathbf{u} - \mathbf{F}|$: la solución publicada deja 18 262 N sin equilibrar (no cierra), la verificada deja ~ 0 (cierra).

Verificación. Los autores comprobaron el equilibrio $\mathbf{K}_r \mathbf{u} = \mathbf{F}$ con el motor matricial propio, contrastando la solución publicada contra la verificada.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Desplazamientos exactos (V_3 , U_4 , V_4)	$-0,040625; +0,031066;$ $-0,040625 \text{ mm}$	residuo $\sim 5 \times 10^{-14} \text{ N}$: cierra
Residuo con la solución publicada	18 262 N	del orden de la carga aplicada: no cierra
Condición de $\mathbf{K}_r$	4,52	descarta el redondeo como causa del error

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. Los desplazamientos publicados son INCONSISTENTES: no satisfacen la propia ecuación de equilibrio $\mathbf{K}_r \mathbf{u} = \mathbf{F}$ de la que deberían derivar. Como $\mathbf{K}_r$ está bien condicionada, el error no se explica por redondeo (redondear a tres o cuatro cifras cambiaría los desplazamientos en $\sim 0,1$ por ciento, no en un 73 por ciento); se trata de un error aritmético aguas abajo, en el que la matriz y la geometría son correctas pero los números finales no cierran. La lección de método es directa y vale para todo análisis matricial: una vez obtenido el vector de desplazamientos $\mathbf{u}$, hay que verificar SIEMPRE que $\mathbf{K}_r \mathbf{u} = \mathbf{F}$ con residuo nulo antes de aceptarlo. Un desplazamiento que no reconstruye la fuerza que lo produjo es, sencillamente, incorrecto, por prestigiosa que sea la fuente.

Solución 4.4. Pórtico trapezoidal con columnas inclinadas

Datos. Pórtico de una cruja con columnas inclinadas: bases empotradas en (0; 0) y (7; 0), nudos superiores en (1; 3,5) y (6,0; 3,5); columnas 0,40 × 0,40 m, viga horizontal 0,30 × 0,50 m de 5,0 m con carga de gravedad $w = 5,0 \text{ t/m}$; $E = 2\,173\,706,5 \text{ tonf/m}^2$.

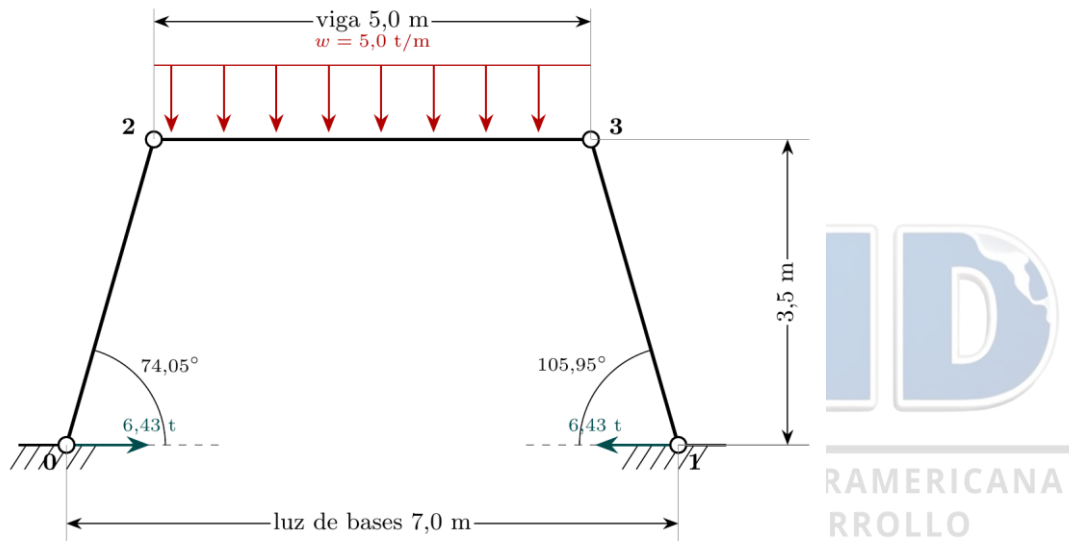


Figura E4.4a. Idealización del pórtico trapezoidal del Ejercicio 4.4: columnas inclinadas ($\alpha = 74,05^\circ$ y $105,95^\circ$), viga horizontal cargada y el empuje horizontal de 6,43 tonf que las columnas inclinadas transmiten a las bases.

Paso 1. Ángulos de las columnas (numeral 4.3.3). La columna izquierda va de (0; 0) a (1; 3,5): $L = \sqrt{1,0^2 + 3,5^2} = 3,640 \text{ m}$ y $\alpha = \text{atan2}(3,5; 1,0) = 74,05^\circ$ ($c = 0,2747$, $s = 0,9615$). La derecha es su espejo, $\alpha = 105,95^\circ$. Al no ser 0° ni 90° , cada $\mathbf{T}$ mezcla plenamente traslación horizontal y vertical, y $\mathbf{k}_G = \mathbf{T}^T \mathbf{k}_L \mathbf{T}$ acopla la rigidez axial de la columna con su rigidez de flexión en ambos ejes globales.

Paso 2. Solución del sistema. Con dos nudos libres (6 grados de libertad), la solución da desplazamientos simétricos: N_2 y N_3 descienden $v = -0,1641 \text{ mm}$ y se abren hacia afuera $u = \pm 0,0493 \text{ mm}$, con giros $\theta = \mp 1,358 \text{ mrad}$.

Paso 3. Reacciones y empuje horizontal. Las reacciones verticales reparten por simetría la carga total $wL = 25,0 \text{ tonf}$ ($R_y = 12,5 \text{ tonf}$ en cada base). El rasgo distintivo del pórtico de patas inclinadas aparece en la horizontal: cada base desarrolla un empuje $R_x = \pm 6,426 \text{ tonf}$, que un pórtico de columnas verticales bajo carga vertical simétrica NO produce ($R_x =$

0). Físicamente, la carga vertical de la viga tiende a abrir las patas inclinadas, y los empotramientos la contienen con esa reacción horizontal.

Paso 4. Fuerzas internas y DMF de la viga. La viga recibe momentos de extremo $M^- = 6,726$ tonf·m en ambos nudos y un momento positivo de vano $M^+ = 8,899$ tonf·m; además transmite una fuerza axial de 6,426 tonf (el mismo empuje que llega a las bases). Las columnas trabajan a flexo-compresión, con axial 13,785 tonf.

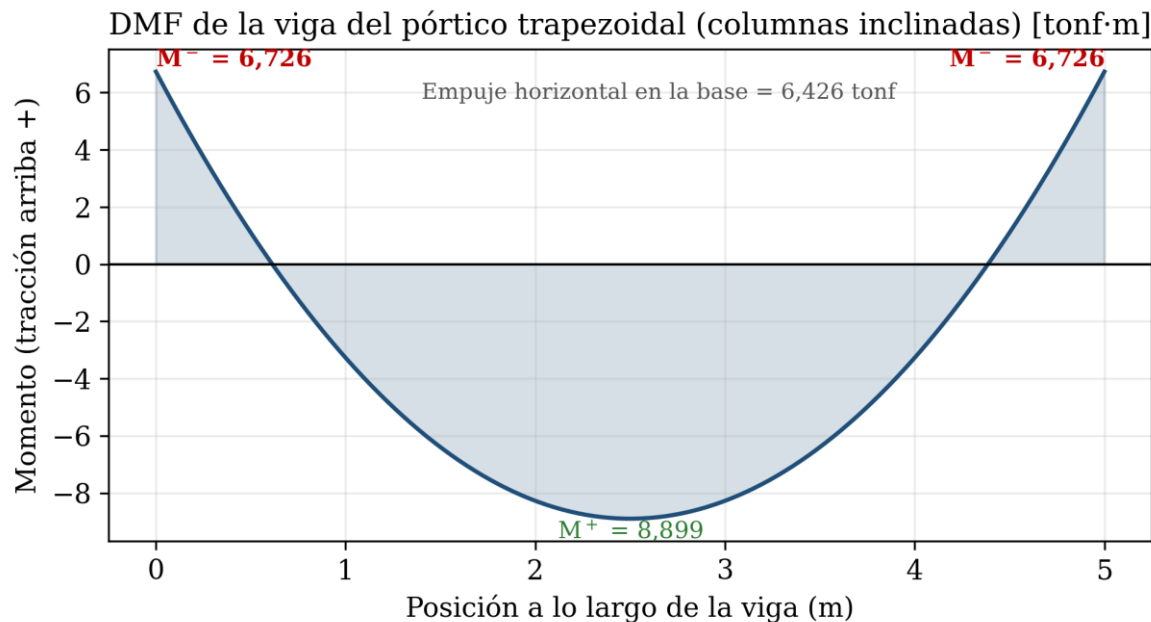


Figura E4.4b. DMF de la viga del pórtico trapezoidal (Ejercicio 4.4): momento negativo $M^- = 6,726$ tonf·m en los extremos y positivo $M^+ = 8,899$ tonf·m en el centro. La viga trabaja además con una compresión axial de 6,426 tonf, igual al empuje de las bases.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la solución del pórtico trapezoidal de columnas inclinadas y su condición de simetría.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Ángulo de la columna izquierda	74,05° ($c = 0,2747$, $s = 0,9615$)	T en su forma general
Empuje horizontal en la base	6,426 tonf	columnas verticales darían $R_x = 0$
Reacciones verticales	12,500 tonf por base	suman la carga total $wL = 25,0$ tonf (simetría)
Momento de vano de la viga	8,899 tonf·m	coherente con $M^- = 6,726$ en los extremos

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El pórtico trapezoidal ejerce la matriz de transformación en su forma general, la que el edificio del texto nunca activa: con columnas a 74°, ni la identidad ni el intercambio puro $u \leftrightarrow v$ describen la rotación, y solo $k_G = T^T k_L T$ con c y s genéricos lleva correctamente la rigidez al sistema global. El resultado más instructivo es el empuje horizontal de 6,426 tonf en las bases: nace únicamente de la inclinación de las columnas y obliga a diseñar cimentaciones capaces de resistir esa componente lateral, algo que en el

pórtico ortogonal del edificio no se presenta bajo gravedad. La comprobación de simetría (desplazamientos y reacciones espejados, suma de reacciones verticales igual a la carga total) confirma la corrección de la solución.



CAPÍTULO 5. ANÁLISIS SÍSMICO CON LA NUEVA NORMA E.030-2026

Objetivos de aprendizaje

Este es el corazón del libro, y conviene entrar sabiendo qué se persigue. No se trata de copiar los valores de la norma nueva, sino de entender por qué la E.030-2026 exige cada uno y cómo se llevan esas fuerzas laterales hasta las solicitaciones de cada pórtico. Al cerrarlo deberías poder tomar la norma vigente y aplicarla, artículo por artículo, sobre un edificio real. En concreto, deberías ser capaz de:

- **Justificar** cada parámetro sísmico contra su tabla o artículo de la E.030-2026 (zona $Z = 0,35$, uso $U = 1,0$, suelo $S = 1,20$, reducción $R = 8$) y defender por qué el factor de amplificación del cortante estático se toma en la meseta, $C = 2,5$, según el artículo 34.1.
- **Metrar** el peso sísmico de la edificación por nivel y total (CM más el 25 por ciento de CV), sin olvidar el parapeto perimetral de la azotea.
- **Calcular** la fuerza cortante basal $V = (ZUCS/R) P$ y distribuirla en altura con el perfil reglamentario, obteniendo $V = 40,867$ t.
- **Condensar** cada pórtico a su rigidez lateral y **ensamblar** la rigidez de piso bajo la hipótesis de diafragma rígido, para **repartir** la fuerza inercial entre los siete pórticos con la excentricidad accidental ($e = 0,05$): es el análisis pseudo-tridimensional.
- **Verificar** que las derivas de entrepiso cumplen el límite de 0,007 para concreto armado en las dos direcciones, y trazar los diagramas de sismo de los pórticos representativos.

Los ejercicios del final de capítulo recorren estos mismos pasos sobre variantes de sitio y de geometría; resolverlos es la mejor prueba de que dominas la norma nueva y no solo la reconoces.

La ruta del método en 7 pasos. El análisis sísmico estático de la casa, artículo por artículo de la Norma E.030-2026, cabe en una receta que conviene tener a la vista antes de recorrer el capítulo con detalle:

1. Fijar los parámetros de sitio y de estructura, la zona Z , el uso U , el suelo S , el coeficiente sísmico C y la reducción R , cada uno con la tabla de la Norma E.030-2026 que lo respalda.
2. Medir el peso sísmico por nivel; para esta vivienda de categoría común se toma P igual a la carga muerta más 0,25 de la carga viva.
3. Calcular la fuerza cortante basal con el coeficiente $ZUCS$ entre R , tomando C en su meseta de 2,5 que la Norma E.030 Art. 34.1 impone al cortante estático.
4. Repartir esa cortante en altura como fuerzas de nivel proporcionales al peso y a la altura de cada piso.
5. Condensar cada pórtico a su rigidez lateral y ensamblar la rigidez de piso del diafragma rígido con las matrices de transformación de cada uno.
6. Repartir la fuerza inercial que actúa en el centro de masa entre los pórticos, añadiendo la excentricidad accidental de 0,05 de la dimensión en planta.

7. Verificar que la deriva de cada entrepiso no supere el límite de 0,007.

Los numerales 5.1 a 5.6 recorren estos siete pasos con las cifras del edificio.

Este capítulo desarrolla la Norma Técnica E.030-2026 completa, artículo por artículo, sobre un edificio real. El lector encontrará aquí la cadena íntegra del análisis sísmico estático: la justificación de cada parámetro con su tabla normativa reproducida, el metrado del peso sísmico, la fuerza cortante basal y su distribución en altura, los estados de carga con excentricidad accidental, el reparto pseudo-tridimensional de la fuerza entre los pórticos, la verificación de derivas y los diagramas de sismo. Al terminarlo, el lector sabrá no solo qué valores exige la norma, sino por qué los exige y cómo se llevan hasta las solicitaciones de cada pórtico.

Los prerequisites son los dos capítulos anteriores: del Capítulo 3 conviene retener el metrado de cargas de la E.020, y del Capítulo 4, el método matricial de rigidez con su matriz de transformación, porque la condensación estática y el ensamble de la rigidez de piso que aquí se despliegan se construyen sobre esa misma maquinaria. Quien domine ambos capítulos puede seguir cada operación de este sin ayuda externa; quien llegue directamente encontrará las remisiones puntuales a los numerales que necesite.

El mapa del capítulo es el siguiente: parámetros sísmicos (5.1), peso sísmico (5.2), cortante basal y distribución en altura (5.3), estados de carga con excentricidad accidental (5.4), análisis pseudo-tridimensional (5.5), derivas de entrepiso (5.6) y diagramas de sismo de los pórticos (5.7). Los resultados de este capítulo alimentan directamente las envolventes de diseño del Capítulo 6 y el comparativo normativo del Capítulo 7.

El presente capítulo aborda el análisis de la edificación sometida a las cargas de sismo, determinando las fuerzas laterales que la acción sísmica induce sobre la estructura y verificando su comportamiento frente a los requisitos de la Norma Técnica E.030, Diseño Sismorresistente, en su edición vigente de 2026 [1], aprobada por el Ministerio de Vivienda, Construcción y Saneamiento. Todos los parámetros sísmicos, coeficientes y límites que se emplean en el capítulo se toman de esta edición actualizada del reglamento, con indicación expresa del artículo o tabla que respalda cada valor. Mientras que el Capítulo 4 estudió los pórticos bajo las cargas de gravedad, que actúan de manera permanente y vertical, aquí se estudia la respuesta de esos mismos pórticos ante la sollicitación horizontal del sismo, que es la acción más exigente para una edificación en una zona de alta sismicidad como la del proyecto.

El procedimiento adoptado es el Análisis Estático de Fuerzas Estáticas Equivalentes, establecido en el Artículo 28 de la Norma E.030 [1]. Este método reemplaza la acción dinámica del sismo por un conjunto de fuerzas horizontales estáticas aplicadas en cada nivel de la edificación, cuya resultante en la base es la fuerza cortante basal. Su empleo está permitido para estructuras regulares y de baja altura como la del presente proyecto, una vivienda de dos pisos con azotea. A diferencia de un análisis dinámico modal, el análisis estático obtiene la fuerza cortante basal a partir de un único coeficiente sísmico y la distribuye en altura mediante una ley de reparto proporcional al peso y a la altura de cada nivel.

El objetivo del capítulo es, en este orden: definir y justificar los parámetros sísmicos de sitio y de estructura conforme a la E.030 (numeral 5.1); metrar el peso sísmico de la edificación, por nivel y total (numeral 5.2); calcular la fuerza cortante basal y su distribución en altura

por el método de fuerzas estáticas equivalentes (numeral 5.3); idealizar los estados de carga sísmica en las dos direcciones principales con la excentricidad accidental reglamentaria; desplegar el análisis pseudo-tridimensional que reparte la fuerza inercial de cada nivel entre los pórticos resistentes; verificar las derivas de entrepiso contra el límite normativo; y obtener los diagramas de momento flector y de fuerza cortante de sismo de los pórticos representativos.

Los pórticos que se analizan son los mismos que se estudiaron en el Capítulo 4: el pórtico del eje 2 en la dirección S-X y el pórtico del eje B en la dirección S-Y, ambos pórticos interiores de dos niveles con base empotrada. La continuidad no es casual. El Capítulo 4 resolvió cada pórtico plano bajo carga vertical mediante el método matricial de rigidez, incorporando la matriz de transformación de coordenadas locales a globales del elemento. El Capítulo 5 toma esos mismos pórticos y, ahora bajo carga lateral, los integra en el comportamiento tridimensional del edificio: primero se condensa cada pórtico a su rigidez lateral por nivel, luego se ensambla la rigidez de piso del diafragma rígido mediante las matrices de transformación de cada pórtico, se reparte entre ellos la fuerza inercial que actúa en el centro de masa y, finalmente, se retorna al pórtico plano para trazar sus diagramas de sismo. Es la extensión natural del análisis de gravedad al análisis lateral.

La metodología de conjunto es el análisis pseudo-tridimensional enseñado por el docente, que combina la condensación estática de la matriz de rigidez de cada pórtico, la matriz de transformación según su orientación y posición en planta, y la hipótesis de diafragma rígido en cada nivel. Este enfoque permite tratar la respuesta espacial de la casa completa a partir de las rigideces laterales de sus pórticos planos, sin recurrir a un modelo tridimensional de elementos finitos, y es coherente con el marco matricial desarrollado en el Capítulo 4. Los resultados numéricos del capítulo se obtuvieron con la implementación propia, validada de forma independiente contra OpenSeesPy.

5.1 Parámetros sísmicos (Norma E.030)

El análisis sísmico estático parte de la definición de un conjunto de parámetros que caracterizan el peligro sísmico del sitio, la importancia de la edificación y su capacidad estructural. Estos parámetros determinan el coeficiente sísmico con el que se calcula la fuerza cortante basal. Todos se toman de la Norma Técnica E.030, Diseño Sismorresistente, edición 2026 [1], y se resumen en la Tabla 5.1 con la indicación del artículo o tabla normativa que respalda cada valor.

Tabla 5.1. Parámetros sísmicos de la edificación, con artículo normativo y justificación (Norma E.030-2026 [1]).

Parámetro	Símbolo	Valor	Artículo / Tabla E.030-2026	Justificación (por que aplica al proyecto)
Factor de zona	Z	0,35	Art. 11, Tabla N.1 (Anexo II)	Zona 3: el predio se ubica en Huancayo, Junín, distrito clasificado como Zona 3 en el mapa de zonificación sísmica del Anexo II; a la Zona 3 le corresponde $Z = 0,35$.
Factor de uso	U	1,00	Art. 19, Tabla N.7	Vivienda unifamiliar = edificación común de Categoría C; sin amplificación por importancia (no es esencial ni de gran afluencia).

Parámetro	Símbolo	Valor	Artículo / Tabla E.030-2026	Justificación (por que aplica al proyecto)
Factor de amplificación del suelo	S	1,20	Art. 17, Tabla N.4 (nota *)	Perfil S3 (suelo intermedio) en Zona 3; a falta de medición de V_{s30} , la norma asigna por defecto $S = 1,20$.
Período de la plataforma del espectro	T_p	0,90 s	Art. 17, Tabla N.5 (nota *)	Perfil S3: define el límite de la plataforma de amplificación constante ($C = 2,5$) del espectro.
Período de inicio de la rama descendente	T_L	1,60 s	Art. 17, Tabla N.5 (nota *)	Perfil S3: define el inicio de la rama descendente; no interviene aquí porque $T < T_p < T_L$.
Coefficiente para el período fundamental	C_T	35	Art. 36.1	Edificio cuyos elementos resistentes son exclusivamente pórticos de concreto armado sin muros de corte.
Coefficiente básico de reducción	R_0	8	Art. 22, Tabla N.10	Sistema estructural de pórticos de concreto armado en ambas direcciones, sin muros de corte.
Factor de irregularidad en altura	I_a	1,00	Art. 23, Tabla N.11	Estructura regular en altura: sin discontinuidades de rigidez, de masa ni geométricas entre niveles.
Factor de irregularidad en planta	I_p	1,00	Art. 24, Tabla N.12	Estructura regular en planta: planta rectangular simétrica de $15,0 \times 12,0$ m, sin irregularidad torsional ni esquinas entrantes.
Coefficiente de reducción de fuerza sísmica	$R = R_0 I_a I_p$	8	Art. 26	$R = R_0 I_a I_p = 8 \times 1,00 \times 1,00 = 8$, por tratarse de una estructura regular.
Fracción de carga viva para el peso sísmico	—	0,25	Art. 31, incisos b y d	Categoría C: se toma el 25 por ciento de la carga viva en los pisos (31.b) y el 25 por ciento en la azotea (31.d).
Límite de deriva de entrepiso	—	0,007	Art. 51, Tabla N.14	Estructuras de concreto armado: distorsión máxima de entrepiso admisible.

5.1.1 Justificación de los parámetros

Factor de zona $Z = 0,35$. El proyecto se ubica en Huancayo, departamento de Junín, que la Norma E.030-2026 clasifica como Zona 3 en su mapa de zonificación sísmica (Anexo II). A la Zona 3 le corresponde un factor $Z = 0,35$ (Tabla N.1, Art. 11), que representa la aceleración máxima horizontal en suelo rígido con una probabilidad de excedencia del 10 por ciento en 50 años. La ubicación del proyecto en la Zona 3 se aprecia en el mapa de zonificación sísmica (Figura 5.1), del cual se obtiene $Z = 0,35$ (Tabla N.1).

Factor de uso $U = 1,0$. La edificación es una vivienda unifamiliar, que la Norma clasifica como edificación común de Categoría C (Tabla N.7, Art. 19). A las edificaciones comunes les corresponde un factor de uso $U = 1,0$, sin amplificación por importancia, por no tratarse de una edificación esencial ni de una que pueda albergar gran cantidad de personas.

Perfil de suelo S3, con $S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s y $T_L = 1,60$ s. El perfil de suelo del sitio corresponde a un suelo intermedio, clasificado como S3 según la Tabla N.3 (Art. 14), de acuerdo con el Estudio de Mecánica de Suelos (EMS) del sitio. Se declara con transparencia la limitación de esta clasificación: el perfil se asignó a partir de la descripción

de la calicata y de la caracterización del estrato, sin medición directa de la velocidad de ondas de corte V_{s30} ni ensayo de penetración estándar (SPT). Precisamente por esa ausencia de V_{s30} medido, y del lado de la seguridad, para la combinación de Zona 3 con perfil S3 la Norma asigna por defecto los valores $S = 1,20$ (Tabla N.4), $T_p = 0,90$ s y $T_L = 1,60$ s (Tabla N.5), según la nota que gobierna estos casos. El período T_p define el límite de la plataforma de amplificación constante del espectro y T_L el inicio de la rama descendente; ambos se emplean para determinar el factor de amplificación sísmica C .

Sistema estructural de pórticos de concreto armado, $R = 8$. La estructura resistente a fuerzas laterales está conformada por pórticos de concreto armado en ambas direcciones, sin muros de corte. A este sistema le corresponde un coeficiente básico de reducción $R_0 = 8$ (Tabla N.10, Art. 22). La edificación es regular tanto en altura como en planta, por tratarse de una casa de dos pisos de planta rectangular simétrica de $15,0 \times 12,0$ m, sin discontinuidades de rigidez ni de masa; en consecuencia, los factores de irregularidad son $I_a = 1,0$ e $I_p = 1,0$ (Tablas N.11 y N.12), y el coeficiente de reducción resultante es $R = R_0 I_a I_p = 8 \times 1,0 \times 1,0 = 8$ (Art. 26).

Coeficiente $C_T = 35$ y período fundamental. Para estimar el período fundamental de la estructura, el método estático emplea la expresión $T = \frac{h_n}{C_T}$, con $C_T = 35$ para edificios cuyos elementos resistentes son exclusivamente pórticos de concreto armado (Art. 36.1). Con la altura total de la edificación $h_n = 6,0$ m, el período fundamental resulta $T = \frac{6,0}{35} = 0,1714$ s, valor que se desarrolla en el numeral 5.3.

5.1.2 Factor de amplificación sísmica C para el cortante estático

El factor de amplificación sísmica C representa la amplificación de la respuesta de la estructura respecto de la aceleración del suelo, en función de la relación entre su período fundamental T y los períodos T_p y T_L del perfil de suelo. La Norma define tres tramos: una rama ascendente para períodos muy cortos, una plataforma de valor constante $C = 2,5$ para el intervalo intermedio, y una rama descendente para períodos largos.

Para el análisis estático el criterio es concluyente. El período fundamental de la casa es $T = 0,1714$ s, menor que $T_p = 0,90$ s. En esta condición, la Norma E.030-2026 obliga a adoptar $C = 2,5$. El Artículo 34.1 establece de manera textual que, cuando el período fundamental de la estructura sea menor que T_p , se debe usar un valor de C igual a 2,5. El Artículo 18.3 lo refuerza al precisar que, para determinar la fuerza cortante basal del análisis estático, se debe usar un valor de C igual a 2,5 en todo el rango $0 \leq T \leq T_p$.

Un punto fino evita un error frecuente. La rama ascendente del espectro, que aplica a períodos muy cortos ($T < 0,2 T_p$) y que amplifica progresivamente C desde valores menores hasta 2,5, pertenece al espectro de pseudoaceleraciones del análisis dinámico modal, NO al cortante estático. Para la fuerza cortante basal del análisis estático, la Norma manda usar el valor de plataforma $C = 2,5$ en todo el intervalo $0 \leq T \leq T_p$ (Art. 18.3), de modo que un período muy corto no reduce el coeficiente sísmico por debajo de 2,5. Por ello, con $T = 0,1714$ s el factor de amplificación sísmica que gobierna el cortante basal es:

$$C = 2,5 \quad (\text{Art. 34.1, plataforma del espectro}).$$

Este valor de $C = 2,5$, junto con $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$ y $R = 8$, define el coeficiente sísmico $\frac{ZUCS}{R} = 0,13125$ que se emplea en el numeral 5.3 para el cálculo de la fuerza cortante basal.

5.1.3 Tablas de referencia de la Norma E.030-2026

Para que cada valor adoptado quede trazado a su origen reglamentario, se reproducen a continuación las tablas oficiales de la Norma Técnica E.030-2026 [1] de las que provienen los parámetros del numeral 5.1. Se advierte, para evitar confusiones, que la numeración “Tabla N.X” corresponde a las tablas de la propia norma (por ejemplo, Tabla N.1, Tabla N.4), mientras que la numeración “Tabla 5.X” identifica a las tablas de este libro (por ejemplo, la Tabla 5.1 anterior). En cada tabla se resalta en negrita la fila o celda que aplica al proyecto Consolidado-2.

Tabla N.1. Factores de zona “Z” (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Zona	Z
4	0,45
3	0,35
2	0,25
1	0,10

El proyecto adopta $Z = 0,35$ por ubicarse en la Zona 3 (Huancayo, Junín, según el listado de distritos del Anexo II) de la Norma E.030-2026 [1].



Figura 5.1. Mapa de zonificación sísmica del Perú de la Norma E.030-2026. La edificación del proyecto se ubica en Huancayo, Junín, correspondiente a la Zona 3, con factor $Z = 0,35$. Adaptada de [1].

Tabla N.3. Clasificación de los perfiles de suelo (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Perfil	Nombre (Tabla N.2)	V_{s30}	N_{60}	S_u
S0	Roca	≥ 800 m/s	-	-
S1	Suelos muy rígidos	≥ 550 m/s a < 800 m/s	> 50	> 100 kPa
S2	Suelos rígidos	≥ 350 m/s a < 550 m/s	30 a 50	80 kPa a 100 kPa
S3	Suelos intermedios	≥ 200 m/s a < 350 m/s	15 a 30	50 kPa a 80 kPa
S4	Suelos blandos	< 200 m/s	< 15	< 50 kPa

El proyecto adopta el perfil S3 (suelos intermedios), que la Tabla N.3 de la Norma E.030-2026 [1] asocia a suelos con velocidad de ondas de corte V_{s30} entre 200 y 350 m/s. La asignación a este perfil proviene del Estudio de Mecánica de Suelos (EMS) del sitio, realizado por clasificación de calicata y descripción del estrato; no se dispone de una medición directa de V_{s30} ni de ensayo SPT, limitación que se declara de forma explícita y que motiva adoptar el factor S del lado de la seguridad (numeral 5.1.1). La columna “Nombre” reproduce la denominación oficial de la Tabla N.2 de la misma norma.

Tabla N.4. Factor de suelo “S” (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Zona Suelo	S0	S1	S2 (*)	S3 (*)	S4
Z4	0,80	1,00	1,00 a 1,10	1,10 a 1,20	Requiere análisis de respuesta de sitio
Z3	0,80	1,00	1,00 a 1,15	1,15 a 1,20	1,30
Z2	0,80	1,00	1,00 a 1,30	1,30 a 1,40	1,70
Z1	0,80	1,00	1,00 a 1,30	1,30 a 1,60	2,40

El proyecto adopta $S = 1,20$ por combinar Zona 3 con perfil S3; a falta de medición de V_{s30} , la nota (*) de la tabla obliga a tomar el mayor valor del intervalo 1,15 a 1,20, esto es, $S = 1,20$, según la Tabla N.4 de la Norma E.030-2026 [1].

Tabla N.5. Períodos T_p y T_L (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Período Suelo	S0	S1	S2 (*)	S3 (*)	S4
T_p (s)	0,3	0,4	0,4 a 0,6	0,6 a 0,9	1,2
T_L (s)	3,0	2,5	2,5 a 2,0	2,0 a 1,6	1,6

El proyecto adopta $T_p = 0,90$ s y $T_L = 1,60$ s por corresponder al perfil S3 sin medición de V_{s30} , caso en que la nota (*) de la tabla fija $T_p = 0,9$ s y $T_L = 1,60$ s, según la Tabla N.5 de la Norma E.030-2026 [1].

Tabla N.7. Categoría de las edificaciones y factor “U” (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Categoría	Descripción	Factor U
A	Edificaciones esenciales (establecimientos de salud, edificaciones para el manejo de emergencias, refugios, servicios críticos)	1,5 (ver nota)
B	Edificaciones importantes (reunión de gran cantidad de personas, depósitos y almacenes importantes)	1,3
C	Edificaciones comunes (viviendas, oficinas, hoteles, restaurantes, depósitos e instalaciones industriales cuya falla no acarree peligros adicionales)	1,0

El proyecto adopta $U = 1,00$ por tratarse de una vivienda unifamiliar, clasificada como edificación común de Categoría C, según la Tabla N.7 de la Norma E.030-2026 [1]. La nota

de la tabla precisa que las edificaciones A1 con aislamiento sísmico en las zonas 3 y 4 consideran $U = 1$.

Tabla N.10. Sistemas estructurales y coeficiente básico de reducción R_0 (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Material	Sistema estructural	R_0
Acero	Pórticos especiales resistentes a momentos (SMF)	8
Acero	Pórticos intermedios resistentes a momentos (IMF)	5
Acero	Pórticos ordinarios resistentes a momentos (OMF)	4
Acero	Pórticos especiales concéntricamente arriostrados (SCBF)	7
Acero	Pórticos ordinarios concéntricamente arriostrados (OCBF)	4
Acero	Pórticos excéntricamente arriostrados (EBF)	8
Concreto armado	Pórticos	8
Concreto armado	Dual	7
Concreto armado	De muros estructurales	6
Concreto armado	Muros de ductilidad limitada	3,5
Albañilería	Armada o confinada	3
Madera	(por esfuerzos admisibles)	7

El proyecto adopta $R_0 = 8$ por resolver la resistencia lateral con pórticos de concreto armado en ambas direcciones, sin muros de corte, según la Tabla N.10 de la Norma E.030-2026 [1].

Tabla N.11. Irregularidades estructurales en altura, factor I_a (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Irregularidad en altura	Factor I_a
Irregularidad de rigidez (piso blando) o de resistencia (piso débil)	0,75
Irregularidad extrema de rigidez o de resistencia	0,50
Irregularidad de masa o peso	0,90
Irregularidad geométrica vertical	0,90
Discontinuidad en los sistemas resistentes	0,80
Discontinuidad extrema de los sistemas resistentes	0,60

Tabla N.12. Irregularidades estructurales en planta, factor I_p (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Irregularidad en planta	Factor I_p
Irregularidad torsional	0,75
Irregularidad torsional extrema	0,60
Esquinas entrantes	0,90
Discontinuidad del diafragma	0,85
Sistemas no paralelos	0,90

El proyecto adopta $I_a = 1,00$ e $I_p = 1,00$ por ser una estructura regular en altura y en planta, que no incurre en ninguna de las irregularidades tipificadas en las Tablas N.11 y N.12 de la Norma E.030-2026 [1]; en consecuencia, $R = R_0 \times I_a \times I_p = 8 \times 1,00 \times 1,00 = 8$.

5.2 Metrado del peso sísmico

La fuerza cortante basal es proporcional al peso de la edificación, por lo que el punto de partida del análisis estático es el metrado del peso sísmico. Este peso no coincide con el peso de servicio empleado en el análisis de gravedad del Capítulo 4: la Norma E.030 define un peso sísmico específico que suma la totalidad de la carga muerta y solo una fracción de la carga viva, dado que resulta improbable que la sobrecarga máxima de uso actúe en su totalidad en el instante del sismo.

5.2.1 Criterio del peso sísmico

El peso sísmico P se calcula, para cada nivel, adicionando a la carga muerta total (CM) un porcentaje de la carga viva o sobrecarga (CV), según la categoría de la edificación (Art. 31 de la Norma E.030 [1]):

$$P_i = CM_i + 0,25 CV_i$$

Para las edificaciones de la Categoría C, como la vivienda del proyecto, la Norma establece que se tome el 25 por ciento de la carga viva en los pisos (Art. 31.b), y el mismo 25 por ciento en la azotea (Art. 31.d). Se adopta una fracción del 25 por ciento, y no la carga viva plena, porque la sobrecarga de una vivienda es de naturaleza variable y transitoria, de modo que la probabilidad de que actúe en su valor máximo de manera simultánea con el sismo de diseño es baja. El 25 por ciento representa la fracción de sobrecarga que, con criterio estadístico, se considera efectivamente presente como masa inercial durante el evento sísmico.

5.2.2 Metrado de la carga muerta y viva por nivel

La edificación posee dos niveles de masa sísmica: el Nivel 1 (techo del primer piso, a una altura de 3,0 m) y el Nivel 2 (azotea, a 6,0 m, con parapeto perimetral de 1,10 m). Para que quede trazable el origen de cada tonelada, el metrado se organiza como un cómputo dimensional: cada elemento muestra su cantidad, sus dimensiones (base, peralte o espesor, longitud o área), el volumen o área resultante, el peso unitario y el peso total. Las partidas por área (aligerado, acabados, tabiquería y sobrecarga) se computan sobre el área en planta $A = 15,0 \times 12,0 = 180,0 \text{ m}^2$, con los pesos unitarios de la Norma E.020 [3] ($0,350 \text{ t/m}^2$ del aligerado de espesor $e = 0,25 \text{ m}$, $0,100 \text{ t/m}^2$ de acabados, $0,150 \text{ t/m}^2$ de tabiquería repartida). Las partidas volumétricas de concreto (vigas y columnas) se computan con el peso específico del concreto armado $\gamma = 2,4 \text{ t/m}^3$, mientras que el parapeto, por ser de albañilería tarrajada, se computa por peso de paramento ($0,240 \text{ t/m}^2$), según se detalla más adelante. El desglose se presenta en las Tablas 5.2a y 5.2b.

Tabla 5.2a. Metrado del peso sísmico del Nivel 1 (entrepiso), sobre área en planta $A = 180,0 \text{ m}^2$.

Elemento	Cant.	b (m)	h o e (m)	L o A	Volumen/Área	Peso unit.	Peso (t)
<i>Carga muerta (CM)</i>							
Aligerado $e = 0,25 \text{ m}$	1	–	0,25	180,0 m^2	180,0 m^2	0,350 t/m^2	63,000

Elemento	Cant.	b (m)	h o e (m)	L o A	Volumen/Área	Peso unit.	Peso (t)
Acabados (piso terminado)	1	–	–	180,0 m ²	180,0 m ²	0,100 t/m ²	18,000
Tabiquería repartida	1	–	–	180,0 m ²	180,0 m ²	0,150 t/m ²	27,000
Vigas VP-X (ejes 1, 2, 3)	3	0,30	0,50	15,0 m	6,750 m ³	2,4 t/m ³	16,200
Vigas VP-Y (ejes A, B, C, D)	4	0,30	0,60	12,0 m	8,640 m ³	2,4 t/m ³	20,736
Columnas 0,40x0,40 (h = 3,0 m)	12	0,40	0,40	3,0 m	5,760 m ³	2,4 t/m ³	13,824
Subtotal carga muerta CM							158,760
<i>Carga viva (CV)</i>							
Sobrecarga de vivienda	1	–	–	180,0 m ²	180,0 m ²	0,200 t/m ²	36,000
Subtotal carga viva CV							36,000

Tabla 5.2b. Metrado del peso sísmico del Nivel 2 (azotea), sobre área en planta A = 180,0 m².

Elemento	Cant.	b (m)	h o e (m)	L o A	Volumen/Área	Peso unit.	Peso (t)
<i>Carga muerta (CM)</i>							
Aligerado e = 0,25 m	1	–	0,25	180,0 m ²	180,0 m ²	0,350 t/m ²	63,000
Acabados (piso terminado)	1	–	–	180,0 m ²	180,0 m ²	0,100 t/m ²	18,000
Vigas VP-X (ejes 1, 2, 3)	3	0,30	0,50	15,0 m	6,750 m ³	2,4 t/m ³	16,200
Vigas VP-Y (ejes A, B, C, D)	4	0,30	0,60	12,0 m	8,640 m ³	2,4 t/m ³	20,736
Columnas 0,40x0,40 (h = 1,5 m)	12	0,40	0,40	1,5 m	2,880 m ³	2,4 t/m ³	6,912
Parapeto perimetral h = 1,10 m (albañilería tarrajada)	1	0,10	1,10	54,0 m	59,4 m ²	0,240 t/m ²	14,256
Subtotal carga muerta CM							139,104
<i>Carga viva (CV)</i>							
Sobrecarga de azotea	1	–	–	180,0 m ²	180,0 m ²	0,100 t/m ²	18,000
Subtotal carga viva CV							18,000

En el metrado volumétrico, el peso de los elementos de concreto resulta de $\text{Peso} = \text{Cant.} \times b \times h \times L \times \gamma$, con $\gamma = 2,4 \text{ t/m}^3$. Las vigas VP-X (0,30x0,50) recorren la dirección X con una longitud de 15,0 m por cada eje 1, 2 y 3, y las vigas VP-Y (0,30x0,60) recorren la

dirección Y con 12,0 m por cada eje A, B, C y D. Las doce columnas de 0,40x0,40 tributan la altura de entrepiso completa (3,0 m) al Nivel 1 y solo la media altura superior (1,5 m) al Nivel 2. El parapeto perimetral de 1,10 m de altura y 0,10 m de espesor se desarrolla en todo el perímetro de la azotea, $2 \times (15,0 + 12,0) = 54,0$ m; no es de concreto, sino de albañilería sólida confinada y tarrajada en sus dos caras, de modo que su peso se computa por paramento y no por volumen de concreto: $0,240 \text{ t/m}^2$, que resultan de sumar 0,10 m de ladrillo sólido a $1,800 \text{ t/m}^3$ ($0,180 \text{ t/m}^2$) y 0,03 m de tarrajeo de mortero a $2,000 \text{ t/m}^3$ repartido en las dos caras ($0,060 \text{ t/m}^2$), según el Anexo 1 de la Norma E.020 [3]. Ese paramento de 240 kgf/m^2 coincide con el de una franja de 0,10 m de concreto y arroja, sobre los $59,4 \text{ m}^2$ del parapeto, $59,4 \times 0,240 = 14,256 \text{ t}$.

La diferencia entre ambos niveles queda explicada por tres partidas: la azotea no lleva tabiquería repartida (27,000 t menos que el entrepiso) y su columnaje tributa solo la media altura superior (6,912 t frente a 13,824 t), en tanto que suma el peso propio del parapeto perimetral de 1,10 m de altura (14,256 t), que actúa únicamente en el último nivel.

5.2.3 Peso sísmico por nivel

Con las partidas anteriores, el peso sísmico de cada nivel se obtiene aplicando la fórmula $P_i = CM_i + 0,25 CV_i$ (Art. 31 de la Norma E.030 [1]). La carga viva corresponde a la sobrecarga de uso de vivienda en el Nivel 1 y a la sobrecarga de azotea en el Nivel 2, conforme a la Norma E.020 [3]. El valor de la sobrecarga de azotea, $0,100 \text{ t/m}^2$, responde a la hipótesis de uso ocasional o de mantenimiento declarada en la sección 2.1: si ese destino cambiara a terraza de reunión, azotea verde o soporte de equipos, este metrado y todo el análisis que se apoya en él deberían rehacerse. La Tabla 5.2c presenta el metrado resultante por nivel.

Tabla 5.2c. Peso sísmico por nivel, $P = CM + 0,25 CV$ (Norma E.030, Art. 31 [1]).

Nivel	Altura h_i (m)	Carga muerta CM (t)	Carga viva CV (t)	0,25 CV (t)	Peso sísmico P_i (t)
Nivel 1 (entrepiso)	3,0	158,760	36,000	9,000	167,760
Nivel 2 (azotea)	6,0	139,104	18,000	4,500	143,604
Total		297,864	54,000	13,500	311,364

Verificación del peso por nivel:

- Nivel 1: $P_1 = 158,760 + 0,25 \times 36,000 = 158,760 + 9,000 = \mathbf{167,760 \text{ t}}$
- Nivel 2: $P_2 = 139,104 + 0,25 \times 18,000 = 139,104 + 4,500 = \mathbf{143,604 \text{ t}}$
- Peso sísmico total: $P = 167,760 + 143,604 = \mathbf{311,364 \text{ t}}$

El Nivel 2 resulta más ligero que el Nivel 1, en coherencia con su condición de azotea: no lleva tabiquería repartida, de modo que su carga muerta por unidad de área es menor ($0,45 \text{ t/m}^2$ frente a $0,60 \text{ t/m}^2$ del entrepiso), y su sobrecarga de uso también es menor ($0,10 \text{ t/m}^2$ frente a $0,20 \text{ t/m}^2$). El peso propio del parapeto perimetral de 1,10 m de altura, en cambio, se adiciona solo a la azotea. El peso sísmico total de la edificación es $P = 311,364 \text{ t}$, que es la base para el cálculo de la fuerza cortante basal en el numeral siguiente.

5.3 Fuerza cortante basal y distribución en altura

Con los parámetros sísmicos del numeral 5.1 y el peso sísmico del numeral 5.2, se determina la fuerza cortante en la base de la edificación por el método de fuerzas estáticas equivalentes (Art. 28 de la Norma E.030 [1]) y, a continuación, se distribuye esa fuerza entre los niveles de la estructura.

5.3.1 Período fundamental

El período fundamental de la estructura se estima con la expresión aproximada del método estático (Art. 36.1 [1]):

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{6,0}{35} = 0,1714 \text{ s}$$

donde $h_n = 6,0$ m es la altura total de la edificación y $C_T = 35$ corresponde al sistema de pórticos de concreto armado. Como $T = 0,1714$ s es menor que $T_p = 0,90$ s, el factor de amplificación sísmica es $C = 2,5$ (Art. 34.1, plataforma del espectro), según se justificó en el numeral 5.1.2. Asimismo, como $T = 0,1714$ s es menor que 0,5 s, el exponente de distribución en altura es $k = 1,0$ (Art. 35.2), condición que se emplea en el numeral 5.3.3.

5.3.2 Fuerza cortante basal

La fuerza cortante en la base se obtiene con la expresión del Art. 34.1 [1]:

$$V = \frac{Z U C S}{R} P$$

Sustituyendo los parámetros, cada uno tomado de la Norma E.030-2026 con la cita indicada en la Tabla 5.1: el factor de zona $Z = 0,35$ (Art. 11, Tabla N.1), el factor de uso $U = 1,0$ (Art. 19, Tabla N.7), el factor de amplificación sísmica $C = 2,5$ (Art. 34.1), el factor de suelo $S = 1,20$ (Art. 17, Tabla N.4) y el coeficiente de reducción $R = 8$ (Art. 22, Tabla N.10; Art. 26), el coeficiente sísmico resulta:

$$\frac{Z U C S}{R} = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,20}{8} = \frac{1,05}{8} = 0,13125$$

y con el peso sísmico total $P = 311,364$ t:

$$V = 0,13125 \times 311,364 = 40,867 \text{ t}$$

Verificación del coeficiente sísmico mínimo. La Norma exige que la relación C/R empleada en el cálculo no sea menor que 0,11 (Art. 34.2 [1]):

$$\frac{C}{R} = \frac{2,5}{8} = 0,3125 \geq 0,11 \quad (\text{cumple})$$

Como 0,3125 es mayor que 0,11, el mínimo normativo no se activa y la fuerza cortante basal de diseño es $V = 40,867$ t. Esta fuerza es idéntica en las dos direcciones principales de análisis, X e Y, por cuanto el peso sísmico, el factor de amplificación C y el coeficiente de reducción R son los mismos en ambas direcciones y la planta es regular.

5.3.3 Distribución de la fuerza cortante en altura

La fuerza cortante basal se distribuye entre los niveles de la edificación en fuerzas horizontales aplicadas en cada nivel (Art. 35.1 [1]), según:

$$F_i = \alpha_i V, \quad \alpha_i = \frac{P_i h_i^k}{\sum P_j h_j^k}$$

Como el período fundamental es menor que 0,5 s, el exponente es $k = 1,0$ (Art. 35.2 [1]), de modo que la distribución es lineal con la altura (perfil triangular). La Tabla 5.3 desarrolla el reparto.

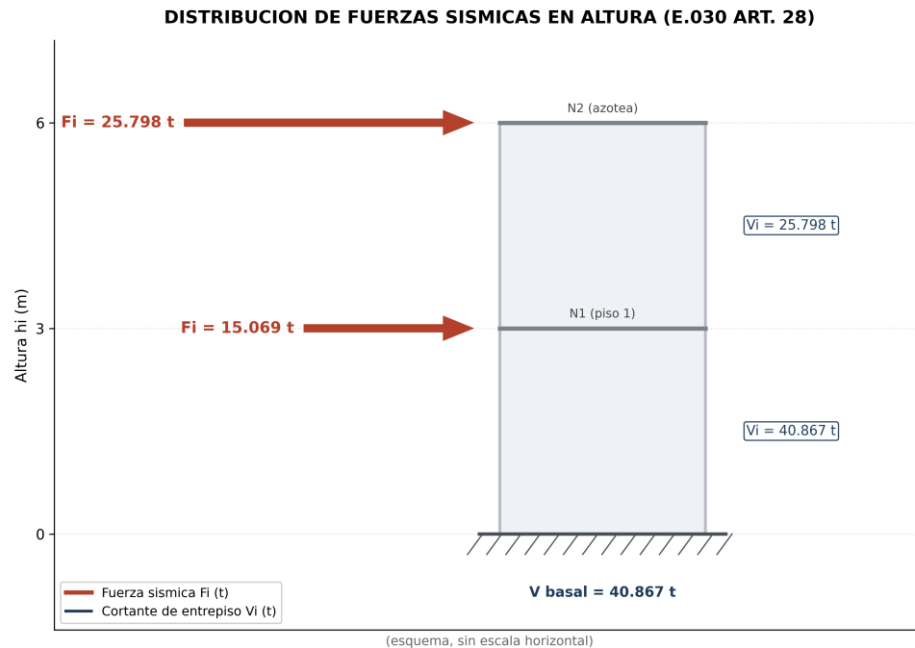
Tabla 5.3. Distribución de la fuerza cortante en altura ($k = 1,0$).

Nivel	h_i (m)	P_i (t)	$P_i h_i^k$ (tonf·m)	α_i	F_i (t)	Cortante de entrepiso V_i (t)
Nivel 2 (azotea)	6,0	143,604	861,624	0,63127	25,798	25,798
Nivel 1 (entrepiso)	3,0	167,760	503,280	0,36873	15,069	40,867
Suma		311,364	1364,904	1,00000	40,867	

Verificación del reparto:

- Suma de productos $P_i h_i$: $861,624 + 503,280 = 1364,904$ tonf·m
- Factor del Nivel 2: $\alpha_2 = \frac{861,624}{1364,904} = 0,63127$; $F_2 = 0,63127 \times 40,867 = 25,798$ t
- Factor del Nivel 1: $\alpha_1 = \frac{503,280}{1364,904} = 0,36873$; $F_1 = 0,36873 \times 40,867 = 15,069$ t
- Suma de fuerzas: $F_1 + F_2 = 15,069 + 25,798 = 40,867$ t = V (cumple)

La suma de las fuerzas de nivel reproduce exactamente la fuerza cortante basal $V = 40,867$ t, lo que confirma la consistencia del reparto. Se observa que la azotea recibe la mayor fuerza sísmica (25,798 t) pese a ser el nivel más ligero, por efecto del brazo de altura: al ser $k = 1,0$, la fuerza es proporcional al producto del peso por la altura, y la mayor altura del Nivel 2 gobierna sobre su menor peso. El cortante de entrepiso V_i se obtiene acumulando las fuerzas de nivel desde la azotea hacia la base: 25,798 t en el segundo entrepiso y 40,867 t en el primero, que es precisamente la cortante basal. La Figura 5.2 representa este perfil triangular de fuerzas sísmicas distribuidas en altura. Estas fuerzas de nivel F_i son las que, en los numerales siguientes, se aplican en el centro de masa de cada nivel, junto con la excentricidad accidental, para el reparto entre los pórticos resistentes mediante el análisis pseudo-tridimensional.



Sismo estático E.030-2026; $Z=0.35$, $U=1.0$, $S=1.2$, $C=2.50$, $R=8$; $V \text{ basal} = 0.13125 \times P = 40.867 \text{ t}$. Distribución Art. 28 ($k=1$).

Figura 5.2. Distribución de las fuerzas sísmicas de nivel F_i en altura (perfil triangular, $k = 1,0$), según el Art. 35 de la NT E.030 [1].

5.4 Estados de carga sísmica en las direcciones X e Y con excentricidad accidental

Definidas la fuerza cortante basal y su distribución en altura (numeral 5.3), corresponde establecer los estados de carga sísmica que se aplican sobre el modelo pseudo-tridimensional de la edificación. La Norma E.030 [1] exige analizar la estructura en las dos direcciones horizontales principales y, en cada una de ellas, considerar la excentricidad accidental que amplifica la respuesta torsional. En este numeral se definen los cuatro estados de carga resultantes y las dos envolventes de diseño.

5.4.1 Direcciones de análisis

El análisis considera la acción sísmica actuando de forma independiente en las dos direcciones ortogonales principales de la planta: la dirección X (paralela a los ejes A, B, C, D, con la dimensión mayor de 15,0 m) y la dirección Y (paralela a los ejes 1, 2, 3, con la dimensión menor de 12,0 m). Esta disposición responde al Art. 28.1 [1], que establece que el análisis de las estructuras en cada dirección predominante se realiza por el procedimiento de fuerzas estáticas equivalentes, y al Art. 33.3 [1], que precisa que dicho análisis se ejecuta con el cien por ciento de las solicitaciones en una dirección.

Conforme al Art. 33.1 [1], el método estático representa las solicitaciones sísmicas mediante un conjunto de fuerzas horizontales que actúan en el centro de masas de cada nivel de la edificación. Por lo tanto, las fuerzas de nivel F_i determinadas en la Tabla 5.3 ($F_i = 15,069 \text{ t}$ en el Nivel 1 y $F_i = 25,798 \text{ t}$ en el Nivel 2) se aplican en el centro de masas del diafragma correspondiente, primero según X y luego según Y.

5.4.2 Excentricidad accidental

Además de la excentricidad propia de la estructura (diferencia entre el centro de masas y el centro de rigidez), el Art. 37 [1] obliga a considerar una excentricidad accidental que cubre las incertidumbres en la distribución real de masas y en la rigidez de los elementos. Para estructuras con diafragmas rígidos, la norma indica que, en el centro de masas de cada nivel, además de la fuerza lateral estática actuante, se aplica un momento torsor accidental M_{ti} que se calcula como:

$$M_{ti} = \pm F_i e_i$$

donde la excentricidad accidental en cada nivel, e_i , se considera como 0,05 veces la dimensión del edificio en la dirección perpendicular a la dirección de análisis (Art. 37, literal a) [1]). Complementariamente, el Art. 28.3 [1] precisa que esta excentricidad accidental solo debe aplicarse en la dirección perpendicular a aquella en la que actúa el cien por ciento de la acción sísmica.

Con las dimensiones de planta de la edificación (15,0 m en X por 12,0 m en Y), la excentricidad accidental resulta:

- **Sismo en dirección X:** la dimensión perpendicular es la del eje Y, igual a 12,0 m. Por tanto, $e_x = 0,05 \times 12,0 = 0,600$ m.
- **Sismo en dirección Y:** la dimensión perpendicular es la del eje X, igual a 15,0 m. Por tanto, $e_y = 0,05 \times 15,0 = 0,750$ m.

5.4.3 Definición de los cuatro estados de carga

La aplicación del momento torsor accidental con ambos signos (Art. 37, literal a: $M_{ti} = \pm F_i e_i$ [1]) genera, en cada dirección, dos estados de carga. Según el Art. 37, literal b [1], la condición más desfavorable se obtiene calculando las excentricidades accidentales con el mismo signo en todos los niveles, tomando en cuenta únicamente los incrementos de las fuerzas horizontales. De este modo se definen los cuatro estados de carga sísmica siguientes:

Estado	Dirección	Fuerza aplicada en el CM	Momento torsor accidental	Signo
SX1	X	F_i según X	$M_{ti} = +F_i e_x$	positivo (+e)
SX2	X	F_i según X	$M_{ti} = -F_i e_x$	negativo (-e)
SY1	Y	F_i según Y	$M_{ti} = +F_i e_y$	positivo (+e)
SY2	Y	F_i según Y	$M_{ti} = -F_i e_y$	negativo (-e)

En cada estado, sobre el centro de masas de cada nivel actúa simultáneamente la fuerza lateral F_i del nivel (Tabla 5.3) y el momento torsor accidental $M_{ti} = \pm F_i e_i$ asociado a esa dirección. Los estados SX1 y SX2 comparten el mismo vector de fuerzas laterales según X y difieren únicamente en el signo del momento torsor; análogamente, SY1 y SY2 comparten el vector de fuerzas según Y.

5.4.4 Momento torsor accidental por nivel

Aplicando la expresión $M_{ti} = F_i e_i$ (Art. 37 [1]) con las fuerzas de nivel de la Tabla 5.3 y las excentricidades accidentales del numeral 5.4.2, se obtienen los momentos torsores accidentales por nivel y dirección que resume la Tabla 5.4.

Tabla 5.4. Momento torsor accidental por nivel y dirección ($M_{ti} = \pm F_i e_i$).

Dirección	Nivel	F_i (t)	e_i (m)	$M_{ti} = F_i e_i$ (tonf·m)
X (SX1 / SX2)	Nivel 1 (entrepiso)	15,069	0,600	$\pm 9,041$
X (SX1 / SX2)	Nivel 2 (azotea)	25,798	0,600	$\pm 15,479$
Y (SY1 / SY2)	Nivel 1 (entrepiso)	15,069	0,750	$\pm 11,302$
Y (SY1 / SY2)	Nivel 2 (azotea)	25,798	0,750	$\pm 19,348$

Los momentos se muestran con el signo doble ($\pm$) para reflejar los dos estados de cada dirección: el signo positivo corresponde a SX1 / SY1 y el negativo a SX2 / SY2. Estos momentos, junto con las fuerzas laterales F_i , son las acciones que en el numeral siguiente se distribuyen entre los pórticos resistentes mediante la matriz de rigidez de piso del análisis pseudo-tridimensional.

5.4.5 Envolventes de diseño

La respuesta de diseño en cada dirección se define como la envolvente de los dos estados de carga correspondientes, es decir, el valor más desfavorable, elemento por elemento, entre los resultados de los dos signos del momento torsor:

- **Sismo en X:** SX = envolvente(SX1, SX2)
- **Sismo en Y:** SY = envolvente(SY1, SY2)

Esta envolvente se aplica a todas las respuestas de interés (desplazamientos y derivas de los centros de masa, y fuerzas internas de los pórticos), de modo que ningún elemento quede diseñado por debajo de la sollicitación que produce la posición más crítica del centro de masas.

Cabe precisar que la planta de la edificación es sensiblemente simétrica: al ser rectangular y regular (15,0 × 12,0 m), con una distribución de pórticos ordenada respecto de ambos ejes, el centro de masas coincide prácticamente con el centroide geométrico de la planta y la excentricidad natural (entre centro de masas y centro de rigidez) es reducida. No obstante, la Norma E.030 OBLIGA a considerar la excentricidad accidental de 0,05 veces la dimensión perpendicular (Art. 37 [1]) con independencia de esa simetría, precisamente para cubrir las incertidumbres que la simetría nominal no garantiza en la construcción real. Por esa razón se reporta formalmente la envolvente de los dos estados en cada dirección, aun cuando, por la simetría de la planta, las respuestas de SX1 y SX2 (y de SY1 y SY2) resulten muy próximas entre sí. Omitir esta envolvente equivaldría a incumplir el Art. 37 [1] y a subestimar la demanda torsional de diseño.

5.5 ANÁLISIS PSEUDO-TRIDIMENSIONAL POR RIGIDEZ LATERAL

Este numeral es el núcleo del análisis sísmico del capítulo: la distribución de la fuerza sísmica entre los pórticos resistentes por la vía pseudo-tridimensional. El procedimiento obtiene las matrices de rigidez lateral de cada pórtico, sus matrices de transformación, la matriz de rigidez de la estructura tridimensional (rigidez de piso) y las fuerzas laterales por nivel de cada pórtico, distribuyendo la fuerza inercial que actúa en el centro de masa de cada nivel. El desarrollo que aquí se despliega sigue la formulación del método del docente (condensación estática y cinemática, rigidez lateral y análisis pseudo-tridimensional) y se fundamenta en el tratamiento clásico del análisis de edificios de San Bartolomé [7]. Todos los resultados numéricos se generaron con el motor propio de análisis por rigidez directa, validado de forma independiente contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,00000 por ciento.

Conviene señalar desde el inicio el alcance metodológico de este numeral. En la práctica profesional es habitual que el reparto de la fuerza sísmica entre pórticos se delegue de forma implícita en el software comercial, que entrega las fuerzas resultantes sin exhibir ni la condensación, ni la transformación, ni el ensamble de la rigidez tridimensional; y en los ejemplos didácticos el problema suele simplificarse aplicando la fuerza lateral directamente al pórtico plano, sin construir la rigidez de piso ni el reparto por diafragma rígido. Este libro despliega la cadena completa, condensación estática más transformación cinemática más ensamble de la rigidez de piso tridimensional más reparto de la fuerza del centro de masa, con todas las matrices a la vista.

La idealización estructural de los pórticos no se repite en este numeral: es la misma que se presentó en el Capítulo 4, donde las Figuras 4.1 y 4.2 muestran los pórticos representativos del eje 2 (dirección X) y del eje B (dirección Y) con su numeración de nudos y sus grados de libertad. Aquí esos mismos pórticos idealizados se someten a las fuerzas laterales de sismo en lugar de a las cargas de gravedad del Capítulo 4, mientras que la distribución en altura de esas fuerzas es la que ilustra la Figura 5.2 (numeral 5.3.3). De este modo el capítulo cubre por completo la idealización sin duplicar figuras: reutiliza el modelo del pórtico plano ya establecido y mantiene la trazabilidad entre el análisis de gravedad y el de sismo.

5.5.1 Fundamento del análisis pseudo-tridimensional

El edificio se idealiza como un ensamble de pórticos planos, verticales, acoplados en cada nivel por la losa de entrepiso. La losa maciza (o la losa aligerada con su capa de compresión) se comporta como un diafragma rígido en su plano: es indeformable frente a las acciones horizontales contenidas en él, de modo que todos los puntos de un mismo nivel comparten el mismo campo de desplazamiento de cuerpo rígido. En consecuencia, la cinemática horizontal de cada piso queda descrita por solo tres grados de libertad, referidos al centro de masa: la traslación en la dirección X, la traslación en la dirección Y y el giro en planta alrededor del eje vertical. Para los $N = 2$ niveles de la casa (techo del piso 1 y azotea), el vector de grados de libertad globales del diafragma es, ordenado por piso,

$$D = \begin{bmatrix} u_{0,1} \\ v_{0,1} \\ \theta_{0,1} \\ u_{0,2} \\ v_{0,2} \\ \theta_{0,2} \end{bmatrix}$$

donde u_0 y v_0 son las traslaciones del CM en X y en Y, y θ_0 es el giro en planta, para cada nivel.

La idea del método es que cada pórtico plano, por sí mismo, solo aporta rigidez frente al desplazamiento contenido en su propio plano (su rigidez lateral). El acoplamiento entre pórticos lo impone el diafragma: al girar o trasladarse el piso como cuerpo rígido, arrastra a todos los pórticos de forma compatible. El análisis pseudo-tridimensional consiste entonces en tres operaciones encadenadas: primero, reducir cada pórtico plano a su rigidez lateral (condensación estática, numeral 5.5.2); segundo, expresar el desplazamiento lateral de cada pórtico en función de los tres grados de libertad del piso (transformación cinemática, numeral 5.5.3); y tercero, sumar las contribuciones para formar la rigidez de piso tridimensional (ensamble, numeral 5.5.4). Este encadenamiento es el núcleo del método del docente y la base del análisis de edificios de San Bartolomé [7].

5.5.2 Condensación estática: de la matriz del pórtico a la rigidez lateral

El punto de partida es la matriz de rigidez completa de cada pórtico plano, la misma que se ensambló en el numeral 4.3 a partir de la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales de 6x6 por barra (numeral 4.3.2) y su transformación de coordenadas T (numeral 4.3.3). Ese pórtico posee tres grados de libertad por nudo libre: el desplazamiento horizontal, el desplazamiento vertical y el giro. Para el análisis lateral solo interesa un grado de libertad por nivel, el desplazamiento horizontal de piso, ya que bajo la hipótesis de diafragma rígido todos los nudos de un mismo nivel comparten ese desplazamiento. Los demás grados de libertad (los giros de todos los nudos y los desplazamientos verticales) no reciben carga lateral y pueden eliminarse por condensación estática de Guyan.

Se reordena el sistema de equilibrio del pórtico separando los grados de libertad laterales retenidos (subíndice l), uno por nivel, de los grados de libertad a condensar (subíndice o), los giros y los desplazamientos verticales:

$$\begin{bmatrix} K_{ll} & K_{lo} \\ K_{ol} & K_{oo} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_l \\ u_o \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_l \\ 0 \end{bmatrix}$$

Como en los grados de libertad condensados no actúa carga externa, la segunda fila entrega $u_o = -K_{oo}^{-1} K_{ol} u_l$. Sustituyendo en la primera fila se obtiene la relación fuerza lateral contra desplazamiento de piso, gobernada por la matriz de rigidez lateral condensada:

$$P_l = (K_{ll} - K_{lo} K_{oo}^{-1} K_{ol}) u_l = k^* u_l$$

La matriz k^* es de orden $N \times N$ (una fila y una columna por nivel) y es simétrica y definida positiva. Se advierte que el símbolo k^* designa aquí la rigidez lateral CONDENSADA del pórtico completo, un objeto de 2×2 para esta casa de dos niveles, y no debe confundirse con la matriz de rigidez del elemento en coordenadas locales del numeral 4.3.2, que es de

6×6 por barra. La condensación reutiliza íntegramente el motor matricial de 6 grados de libertad por barra del numeral 4.3; no se introduce una maquinaria nueva, sino que se elimina algebraicamente lo que no participa de la respuesta lateral. El procedimiento matricial de rigidez y la condensación estática aquí empleados siguen la formulación clásica de Kassimali [6], además del desarrollo del método del docente.

Aplicada a los pórticos de la casa, la condensación estática produce las siguientes rigideces laterales (unidades tonf/m). Todos los pórticos de la dirección X son idénticos entre sí (tres vanos de 5,0 m, columnas $0,40 \times 0,40$ m y viga peraltada $0,30 \times 0,50$ m), y todos los de la dirección Y también lo son (dos vanos de 6,0 m y viga $0,30 \times 0,60$ m), por lo que basta una matriz por dirección:

Rigidez lateral de un pórtico en dirección X (ejes 1, 2, 3):

$$\begin{bmatrix} 14187,39 & -6264,47 \\ -6264,47 & 4927,09 \end{bmatrix}$$

Rigidez lateral de un pórtico en dirección Y (ejes A, B, C, D):

$$\begin{bmatrix} 10866,76 & -4878,65 \\ -4878,65 & 3964,08 \end{bmatrix}$$

El término de la posición (1,1) representa la rigidez que opone el nivel 1 a su propio desplazamiento cuando el nivel 2 se mantiene fijo; el término (2,2), la rigidez propia del nivel 2; y el término cruzado (1,2) = (2,1), negativo, el acoplamiento de cortante entre pisos consecutivos, típico de un edificio de cortante (shear building). Los pórticos en X resultan más rígidos que los de Y por dos razones concurrentes: sus vanos son menores (5,0 m frente a 6,0 m) y su cantidad es mayor a igual proporción de columnas, lo que se reflejará en el reparto de fuerzas.

5.5.3 Matriz de transformación cinemática G_i

Cada pórtico ocupa una posición y una orientación definidas en la planta. Su desplazamiento lateral en el nivel j , es decir el desplazamiento contenido en su propio plano, se obtiene proyectando el movimiento de cuerpo rígido del diafragma sobre la dirección del pórtico. Siendo α_i el ángulo del plano del pórtico respecto del eje global X (0 grados para los pórticos que resisten en X, 90 grados para los que resisten en Y) y r_i la distancia perpendicular del pórtico al centro de masa, la compatibilidad cinemática del diafragma rígido establece:

$$u_{i,j} = u_{0,j} \cos \alpha_i + v_{0,j} \sin \alpha_i + r_i \theta_{0,j}$$

La distancia perpendicular, que es el brazo de palanca del pórtico frente a la torsión en planta, se calcula con la convención adoptada en [7]:

$$r_i = (x_i - x_0) \sin \alpha_i - (y_i - y_0) \cos \alpha_i$$

Con el centro de masa de la casa en $(x_0, y_0) = (7,50; 6,00)$ m, las distancias perpendiculares de los siete pórticos resultan: para los pórticos en X, $r = +6,00$ m (eje 1), $0,00$ m (eje 2, que pasa por el CM) y $-6,00$ m (eje 3); para los pórticos en Y, $r = -7,50$ m (eje A), $-2,50$ m (eje B), $+2,50$ m (eje C) y $+7,50$ m (eje D).

La relación entre el vector de desplazamientos laterales del pórtico (N componentes, una por nivel) y el vector global del diafragma ($3N$ componentes) se organiza en la matriz de transformación G_i , de orden $N \times 3N$, con estructura diagonal por bloques de nivel: la fila j toca únicamente los tres grados de libertad del piso j , con los coeficientes $(\cos\alpha_i, \sin\alpha_i, r_i)$. Se muestran dos casos representativos, coherentes con los pórticos que se enlazarán con el Capítulo 4 (eje 2 en dirección X, eje B en dirección Y).

Pórtico eje 2 (dirección X, $\alpha = 0$ grados, $r = 0$ m), G_2 de 2×6 :

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Al ser $\alpha = 0$ se tiene $\cos = 1$ y $\sin = 0$, y por pasar el eje 2 exactamente por el centro de masa su brazo es nulo ($r = 0$); en consecuencia, el eje 2 recoge solo la traslación en X y es insensible a la torsión en planta.

Pórtico eje B (dirección Y, $\alpha = 90$ grados, $r = -2,50$ m), G_B de 2×6 :

En forma simbólica, la matriz de transformación de un pórtico, con su bloque diagonal por piso y los coeficientes $(\cos\alpha_i, \sin\alpha_i, r_i)$, es:

$$\begin{bmatrix} \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & r_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cos\alpha_i & \sin\alpha_i & r_i \end{bmatrix}$$

Sustituyendo los valores del pórtico eje B ($\alpha = 90$ grados, de modo que $\cos = 0$ y $\sin = 1$, y brazo $r = -2,50$ m) se obtiene su matriz de transformación numérica:

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & -2,50 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -2,50 \end{bmatrix}$$

Aquí $\cos(90) = 0$ y $\sin(90) = 1$, de modo que el eje B recoge la traslación en Y; además, por estar desplazado 2,50 m del CM, el giro en planta contribuye a su desplazamiento con el brazo $r = -2,50$ m. Esta es la vía por la cual la torsión accidental (numeral 5.4) redistribuye fuerza entre pórticos paralelos: los más alejados del CM reciben mayor incremento. La transformación G_i extiende al plano el mismo principio del numeral 4.3.3, donde la matriz T rotaba la barra del sistema local al global; allí se rotaba un elemento, aquí se proyecta un pórtico entero sobre los grados de libertad del piso.

5.5.4 Ensamble de la rigidez de piso tridimensional

Con la rigidez lateral de cada pórtico y su matriz de transformación, la contribución del pórtico i a la rigidez global del diafragma se obtiene por el principio de energía (compatibilidad más equilibrio), $K_i = G_i^T k_i^* G_i$, y la rigidez de piso tridimensional de la estructura es la suma sobre los siete pórticos, $K_{piso} = \sum_i K_i$:

$$K_{piso} = \sum_i G_i^T k_i^* G_i$$

Para los dos niveles de la casa, K_{piso} es una matriz de 6×6 en los grados de libertad del centro de masa, ordenada $[u_{0,1}, v_{0,1}, \theta_{0,1}, u_{0,2}, v_{0,2}, \theta_{0,2}]$. El ensamble con las siete contribuciones produce:

$$\begin{bmatrix} 42562,17 & 0,00 & 0,00 & -18793,42 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & 43467,03 & 0,00 & 0,00 & -19514,61 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & 2379836,85 & 0,00 & 0,00 & -1060873,38 \\ -18793,42 & 0,00 & 0,00 & 14781,27 & 0,00 & 0,00 \\ 0,00 & -19514,61 & 0,00 & 0,00 & 15856,32 & 0,00 \\ 0,00 & 0,00 & -1060873,38 & 0,00 & 0,00 & 850260,29 \end{bmatrix}$$

(traslaciones en tonf/m, términos de giro en tonf·m/rad, acoplamientos en tonf).

La estructura de esta matriz merece un comentario, porque confirma la corrección del ensamble. Como la planta de la casa es doblemente simétrica, el centro de masa coincide con el centro de rigidez, y los tres modos de piso (traslación en X, traslación en Y y giro) quedan desacoplados: la matriz de 6×6 se descompone en tres subsistemas de 2×2 independientes. El subsistema de traslación en X es exactamente $3 k_X^*$ (los tres pórticos en X, todos con $\cos = 1$), el de traslación en Y es $4 k_Y^*$ (los cuatro pórticos en Y), y el de giro es la suma ponderada por el cuadrado del brazo, $K_\theta = (\sum r_i^2)_X k_X^* + (\sum r_i^2)_Y k_Y^*$, con $(\sum r^2)_X = 6^2 + 0 + 6^2 = 72 \text{ m}^2$ y $(\sum r^2)_Y = 7,5^2 + 2,5^2 + 2,5^2 + 7,5^2 = 125 \text{ m}^2$. La verificación es directa: $72 \times 14187,39 + 125 \times 10866,76 = 2\,379\,836,85 \text{ tonf·m/rad}$, que coincide con el término (θ_1, θ_1) de la matriz. Este desacoplamiento traslación-torsión es la firma de una estructura regular en planta y explica que, en ausencia de excentricidad, no habría torsión; la torsión aparece únicamente por la excentricidad accidental de norma (numeral 5.4).

5.5.5 Solución del sistema y desplazamientos del diafragma

El vector de fuerzas en el centro de masa reúne, por nivel, la fuerza inercial de piso F_i obtenida del análisis estático E.030 (numeral 5.3) actuando en la dirección analizada, y el momento torsor accidental $M_t = F_i$ por la excentricidad $e = 0,05$ veces la dimensión perpendicular (numeral 5.4). Para el nivel j , en el sismo en dirección X con torsión positiva (caso SX1), el vector de fuerzas del piso es $[F_{xj}, 0, M_{tj}]$; en dirección Y (caso SY1), $[0, F_{yj}, M_{tj}]$. Con $F_i = 15,069 \text{ t}$ (nivel 1) y $25,798 \text{ t}$ (nivel 2), y las excentricidades $e_X = 0,600 \text{ m}$ y $e_Y = 0,750 \text{ m}$, los vectores de fuerza en el centro de masa, en el orden $[F_{x1}, F_{y1}, M_1, F_{x2}, F_{y2}, M_2]$ (t y tonf·m), resultan:

$$\mathbf{F}_{SX1} = \begin{bmatrix} 15,069 \\ 0,000 \\ 9,041 \\ 25,798 \\ 0,000 \\ 15,479 \end{bmatrix} \quad \mathbf{F}_{SY1} = \begin{bmatrix} 0,000 \\ 15,069 \\ 11,302 \\ 0,000 \\ 25,798 \\ 19,348 \end{bmatrix}$$

El sistema $\mathbf{K}_{piso} \mathbf{D} = \mathbf{F}$ se resuelve para los desplazamientos del diafragma. Los resultados por nivel son:

Caso	$u_{0,1} \text{ (m)}$	$v_{0,1} \text{ (m)}$	$\theta_{0,1} \text{ (rad)}$	$u_{0,2} \text{ (m)}$	$v_{0,2} \text{ (m)}$	$\theta_{0,2} \text{ (rad)}$
SX1	0,002564	0	0,000027	0,005006	0	0,000052
SY1	0	0,002407	0,000034	0	0,004589	0,000065

El giro en planta es pequeño pero no nulo: es la respuesta torsional inducida por la excentricidad accidental, capturada correctamente por el modelo. Los desplazamientos de

traslación del centro de masa (u_0 en X, v_0 en Y) son los que alimentan el cálculo de derivas de entrepiso del numeral 5.6; el desplazamiento en X del nivel 1, $u_{0,1} = 0,002564$ m, coincide con el valor reportado en dicho numeral, lo que confirma la consistencia entre ambas etapas.

5.5.6 Reparto de la fuerza sísmica por pórtico

Conocidos los desplazamientos del diafragma, se recupera el desplazamiento lateral de cada pórtico por retro-sustitución cinemática, y su fuerza lateral por nivel se obtiene aplicando su propia rigidez lateral condensada:

$$u_i = G_i D \quad F_i = k_i^* u_i$$

Este es el resultado central del reparto: cuánta fuerza sísmica toma cada pórtico en cada nivel. El reparto se examina en dos planos complementarios y de naturaleza distinta: primero el equilibrio caso por caso, que es la verdadera comprobación de que la fuerza del centro de masa se distribuye íntegra entre los pórticos; y después la envolvente de las dos excentricidades accidentales, que constituye el reparto de diseño con el que se alimenta el numeral 5.7.

Equilibrio por caso de carga. En cada estado de carga individual (SX1, SX2 en la dirección X; SY1, SY2 en la dirección Y) la fuerza inercial de piso entra por el centro de masa con un único signo del momento torsor accidental, y se reparte de forma exacta entre los pórticos de la dirección analizada. La suma de las fuerzas de todos esos pórticos, en cada estado y por nivel, reproduce la fuerza inercial de piso F_i del análisis estático (numeral 5.3), sin pérdidas ni excedentes: esa identidad es la comprobación de equilibrio del reparto. La Tabla 5.5a la verifica para la dirección X.

Tabla 5.5a. Reparto por pórtico en dirección X, casos individuales SX1 (+e) y SX2 (−e), y equilibrio por nivel (t).

Pórtico	r_i (m)	N1 SX1 (+e)	N1 SX2 (−e)	N2 SX1 (+e)	N2 SX2 (−e)
Eje 1	+6,00	5,365	4,681	9,119	8,080
Eje 2	0,00	5,023	5,023	8,599	8,599
Eje 3	-6,00	4,681	5,365	8,080	9,119
Suma (= F_i)		15,069	15,069	25,798	25,798

Tanto en SX1 como en SX2 la suma por nivel devuelve exactamente $F_i = [15,069; 25,798]$ t, las mismas fuerzas inerciales de piso del numeral 5.3. El mismo equilibrio se cumple en la dirección Y (Tabla 5.5b): la suma de los cuatro pórticos en cada caso reproduce F_i . A modo de ejemplo, el eje B toma en el estado SY1 (+e) [3,644; 6,218] t, y el conjunto de los ejes A, B, C, D de ese estado suma [15,069; 25,798] t.

Tabla 5.5b. Reparto por pórtico en dirección Y, casos individuales SY1 (+e) y SY2 (−e), y equilibrio por nivel (t).

Pórtico	r_i (m)	N1 SY1 (+e)	N1 SY2 (−e)	N2 SY1 (+e)	N2 SY2 (−e)
Eje A	-7,50	3,397	4,137	5,756	7,143
Eje B	-2,50	3,644	3,891	6,218	6,681

Pórtico	r_i (m)	N1 SY1 (+e)	N1 SY2 (-e)	N2 SY1 (+e)	N2 SY2 (-e)
Eje C	+2,50	3,891	3,644	6,681	6,218
Eje D	+7,50	4,137	3,397	7,143	5,756
Suma (= F_i)		15,069	15,069	25,798	25,798

Reparto de diseño (envolvente $\pm e$). Para el dimensionamiento, cada pórtico se diseña con el mayor de sus dos valores de excentricidad accidental, es decir, el máximo, elemento a elemento, entre el caso $+e$ y el caso $-e$. Así ningún pórtico queda por debajo de su sollicitación más crítica. Esta envolvente es la carga que se lleva al análisis del pórtico plano en el numeral 5.7. Las Tablas 5.5c y 5.5d la resumen.

Tabla 5.5c. Reparto de diseño por pórtico, dirección X (envolvente $\pm e$, t).

Pórtico	r_i (m)	Nivel 1 (t)	Nivel 2 (t)
Eje 1	+6,00	5,365	9,119
Eje 2	0,00	5,023	8,599
Eje 3	-6,00	5,365	9,119
Suma envolvente		15,753	26,837

Tabla 5.5d. Reparto de diseño por pórtico, dirección Y (envolvente $\pm e$, t).

Pórtico	r_i (m)	Nivel 1 (t)	Nivel 2 (t)
Eje A	-7,50	4,137	7,143
Eje B	-2,50	3,891	6,681
Eje C	+2,50	3,891	6,681
Eje D	+7,50	4,137	7,143
Suma envolvente		16,056	27,648

A diferencia del equilibrio por caso, la suma de la columna envolvente NO es igual a F_i y NO debe interpretarse como una comprobación de equilibrio: en la dirección X asciende a [15,753; 26,837] t y en la dirección Y a [16,056; 27,648] t, en ambos casos por encima de $F_i = [15,069; 25,798]$ t. La razón es que la envolvente combina, para cada pórtico, el peor de dos estados de carga distintos (unos pórticos quedan gobernados por $+e$ y otros por $-e$), de modo que se acumulan contribuciones que nunca coexisten en un mismo instante de la respuesta. Por eso la suma de la envolvente es una cota superior conservadora del reparto, no una identidad física de equilibrio; el equilibrio verdadero es el de cada caso individual (Tablas 5.5a y 5.5b), donde la suma por nivel devuelve F_i de forma exacta.

Se observa con claridad el efecto de la torsión accidental. Los pórticos más alejados del centro de masa (eje 1 y eje 3 en X con $r = 6,00$ m; eje A y eje D en Y con $r = 7,50$ m) reciben en su caso gobernante una fracción mayor que los centrales, precisamente por su mayor brazo r_i , tal como anticipaba la matriz de transformación del numeral 5.5.3. El pórtico eje 2, que pasa por el centro de masa, ofrece el chequeo más directo del reparto: por tener brazo nulo no recibe incremento por torsión y toma en el Nivel 1 exactamente $5,023 \text{ t} = \frac{15,069}{3}$, esto es, un tercio de F_i repartido a partes iguales entre los tres pórticos idénticos de la dirección X, y de forma análoga $8,599 \text{ t} = \frac{25,798}{3}$ en el Nivel 2. Los pórticos de diseño que se re-aplican al análisis plano del numeral 5.7 son el eje 2 en X, con $SX = [5,023; 8,599]$ t,

y el eje B en Y, con $SY = [3,891; 6,681]$ t, tomados de la envolvente de las Tablas 5.5c y 5.5d.

5.5.7 Enlace con el análisis del pórtico plano bajo sismo

Las fuerzas laterales por nivel obtenidas en el numeral 5.5.6 son la carga sísmica que efectivamente actúa sobre cada pórtico. El paso siguiente, que se desarrolla en el numeral 5.7, consiste en re-aplicar esas fuerzas al pórtico plano correspondiente, empleando la misma maquinaria matricial del Capítulo 4: se arma el vector de cargas nodales con las fuerzas laterales en los nudos de cada nivel, se resuelve el sistema $K U = F$ del pórtico (numeral 4.3.6) y se recuperan por retro-sustitución las fuerzas internas de cada barra (numeral 4.3.7), obteniendo el diagrama de momento flector (DMF) y el diagrama de fuerza cortante (DFC) de solo sismo. Se cierra así el circuito del método: el pórtico plano del Capítulo 4 se condensa a su rigidez lateral, se acopla en la rigidez de piso tridimensional, recibe su cuota de la fuerza del centro de masa, y regresa al análisis plano para entregar sus solicitaciones internas. Los pórticos que se llevan a esa etapa son el eje 2 para el sismo en X (S-X) y el eje B para el sismo en Y (S-Y), los mismos que se analizaron bajo gravedad en el Capítulo 4, lo que garantiza la trazabilidad entre capítulos.

5.5.8 Alcance del método desplegado

El desarrollo de este numeral va deliberadamente más allá de los referentes habituales. Frente al reparto implícito del software comercial, que solo lista fuerzas sin construir la rigidez de piso, aquí se despliega la formulación completa con sus matrices explícitas. Frente a la simplificación didáctica que aplica la fuerza lateral directamente al pórtico plano, este libro ejecuta la ruta pseudo-tridimensional completa: condensación estática de cada pórtico a su rigidez lateral k^* , transformación cinemática G_i conforme al diafragma rígido, ensamble de la rigidez de piso tridimensional $K_{piso} = \sum G_i^T k_i^* G_i$, solución del sistema con la fuerza inercial y el momento torsor accidental, y reparto verificado por equilibrio de la fuerza del centro de masa entre los siete pórticos. La formulación corresponde al método del docente y al análisis de edificios de San Bartolomé [7]; su implementación es propia y fue validada contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,00000 por ciento, doble vía de verificación que sostiene cada cifra del capítulo.

5.6 DERIVAS DE ENTREPISO Y VERIFICACIÓN

Obtenidos los desplazamientos del centro de masa de cada nivel en el numeral 5.5, la norma exige comprobar que la estructura no se deforme lateralmente por encima de un límite admisible. Esa comprobación se expresa a través de la deriva de entrepiso, y es el criterio de servicio y de integridad que la NT E.030 [1] impone al diseño sismorresistente. Este numeral define la deriva, la calcula para los dos entrepisos de la casa en las dos direcciones de análisis, y la contrasta con el límite reglamentario para emitir el veredicto de cumplimiento.

5.6.1 Definición de la deriva de entrepiso

La deriva de entrepiso, o distorsión angular de piso, es el cociente entre el desplazamiento horizontal relativo de dos niveles consecutivos y la altura que los separa:

$$\text{deriva}_i = \frac{\delta_i - \delta_{i-1}}{h_i}$$

donde δ_i y δ_{i-1} son los desplazamientos laterales de los niveles superior e inferior del entrepiso i , y h_i es la altura de ese entrepiso. Es una magnitud adimensional que mide la inclinación relativa que sufre el entrepiso frente a la acción sísmica, es decir, cuánto se “escurre” un piso respecto del que tiene debajo. Su control es lo que garantiza que los elementos no estructurales (tabiques, cerramientos, instalaciones) no sufran daños prematuros y que la estructura conserve su estabilidad frente al efecto P-Delta.

Un aspecto central del método es que la deriva NO se verifica con los desplazamientos elásticos que entrega directamente el análisis lineal, sino con los desplazamientos laterales inelásticos, que estiman la respuesta real de la estructura más allá del rango elástico. La E.030 establece que, para una estructura regular, los desplazamientos laterales se obtienen multiplicando los desplazamientos elásticos por el factor 0,75 veces el coeficiente de reducción de fuerzas sísmicas R (Art. 50.1 de la E.030 [1]). Como la casa es un sistema de pórticos de concreto armado con $R = 8$ y se ha verificado regular en planta y en altura (numeral 5.1), el factor de amplificación de desplazamientos resulta:

$$\text{factor inelástico} = 0,75 R = 0,75 \times 8 = 6,0$$

De modo que la deriva inelástica que se compara contra el límite normativo es:

$$\text{deriva}_i \text{ (inelástica)} = 0,75 R \frac{\delta_i - \delta_{i-1}}{h_i} = 6,0 \frac{\delta_i - \delta_{i-1}}{h_i}$$

Los desplazamientos δ que alimentan este cálculo son las traslaciones del centro de masa obtenidas en el numeral 5.5.5: en la dirección X, la traslación u_0 de cada nivel; en la dirección Y, la traslación v_0 . Para cada dirección se toma la envolvente de los dos casos de excentricidad accidental (positiva y negativa), que en una planta doblemente simétrica arrojan la misma deriva por nivel.

5.6.2 Cálculo de las derivas por dirección y entrepiso

Con las alturas de entrepiso $h_1 = h_2 = 3,0$ m y los desplazamientos del centro de masa del numeral 5.5.5, la aplicación de la fórmula anterior produce las derivas inelásticas de la Tabla 5.6. Se reporta la envolvente de los casos con excentricidad accidental por dirección: para la dirección X, el máximo de los casos SX1 (torsión +e) y SX2 (torsión -e); para la dirección Y, el máximo de los casos SY1 (torsión +e) y SY2 (torsión -e).

A modo de ilustración, la deriva del primer entrepiso en dirección X se obtiene con $u_{0,1} = 0,002564$ m y $\delta_0 = 0$ m en la base empotrada:

$$\text{deriva}_{X,1} = 6,0 \frac{0,002564 - 0}{3,0} = 0,005129$$

y la del segundo entrepiso, con $u_{0,2} = 0,005006$ m y $u_{0,1} = 0,002564$ m:

$$\text{deriva}_{X,2} = 6,0 \frac{0,005006 - 0,002564}{3,0} = 0,004883$$

Tabla 5.6. Derivas de entrepiso inelásticas y verificación contra el límite E.030.

Dirección	Entrepiso	h_i (m)	δ_i (m)	Deriva inelástica	Límite (0,007)	Veredicto
X	Piso 1	3,0	0,002564	0,005129	0,007	CUMPLE
X	Piso 2	3,0	0,005006	0,004883	0,007	CUMPLE
Y	Piso 1	3,0	0,002407	0,004814	0,007	CUMPLE
Y	Piso 2	3,0	0,004589	0,004365	0,007	CUMPLE

Las derivas envolventes coinciden en las dos hipótesis de excentricidad de cada dirección ($SX1 = SX2$ en X, $SY1 = SY2$ en Y), consecuencia del desacoplamiento traslación-torsión propio de la planta doblemente simétrica demostrado en el numeral 5.5.4: la traslación del centro de masa es idéntica bajo excentricidad positiva y negativa, y el giro accidental no altera el desplazamiento del propio centro de masa. Se observa además que la deriva es mayor en el primer entrepiso que en el segundo en ambas direcciones, patrón característico de un edificio de cortante, donde el entrepiso inferior soporta el cortante acumulado de todos los niveles superiores.

5.6.3 Verificación contra el límite reglamentario

La NT E.030 [1] fija, en su Tabla N.14 (Art. 51), los límites de la distorsión de entrepiso según el material predominante de la estructura. Se reproduce dicha tabla oficial a continuación, resaltando la fila que aplica al proyecto. Se advierte que la numeración “Tabla N.14” corresponde a la tabla de la propia norma, mientras que “Tabla 5.6” identifica a la tabla de derivas de este libro.

Tabla N.14. Límites para la distorsión del entrepiso (Norma Técnica E.030-2026 [1]).

Material predominante	Límite (δ_i/h_{ei})
Concreto armado	0,007
Acero	0,010
Albañilería	0,005
Madera	0,010
Edificios de muros de ductilidad limitada	0,004

El proyecto adopta el límite de deriva 0,007 por ser una estructura de pórticos de concreto armado, según la Tabla N.14 de la Norma E.030-2026 [1]. Para las edificaciones de concreto armado el límite de la deriva máxima es:

$$\text{deriva}_{\max} \text{ admisible} = 0,007$$

El contraste de cada deriva de la Tabla 5.6 con este límite entrega un veredicto de CUMPLE en los cuatro casos. La deriva más exigente de todo el edificio se presenta en el primer entrepiso en la dirección X, con un valor de 0,005129, que resulta inferior al límite de 0,007. El margen de seguridad respecto del límite normativo es:

$$\text{margen} = \frac{0,007 - 0,005129}{0,007} = 0,267 \rightarrow 26,7 \text{ por ciento}$$

es decir, la deriva crítica se ubica un 26,7 por ciento por debajo del máximo admisible. En la dirección Y el margen es aún más holgado, ya que la deriva crítica (0,004814 en el primer entrepiso) queda un 31 por ciento por debajo del límite. La dirección X gobierna la verificación porque los pórticos en Y, con dos vanos de 6,0 m, resultaron ligeramente

menos rígidos por vano que los pórticos en X de tres vanos de 5,0 m, pero la mayor demanda de desplazamiento absoluto no llega a comprometer el límite. La Figura 5.3 representa las cuatro derivas frente al límite normativo y muestra el margen disponible en ambas direcciones y en los dos entrepisos.

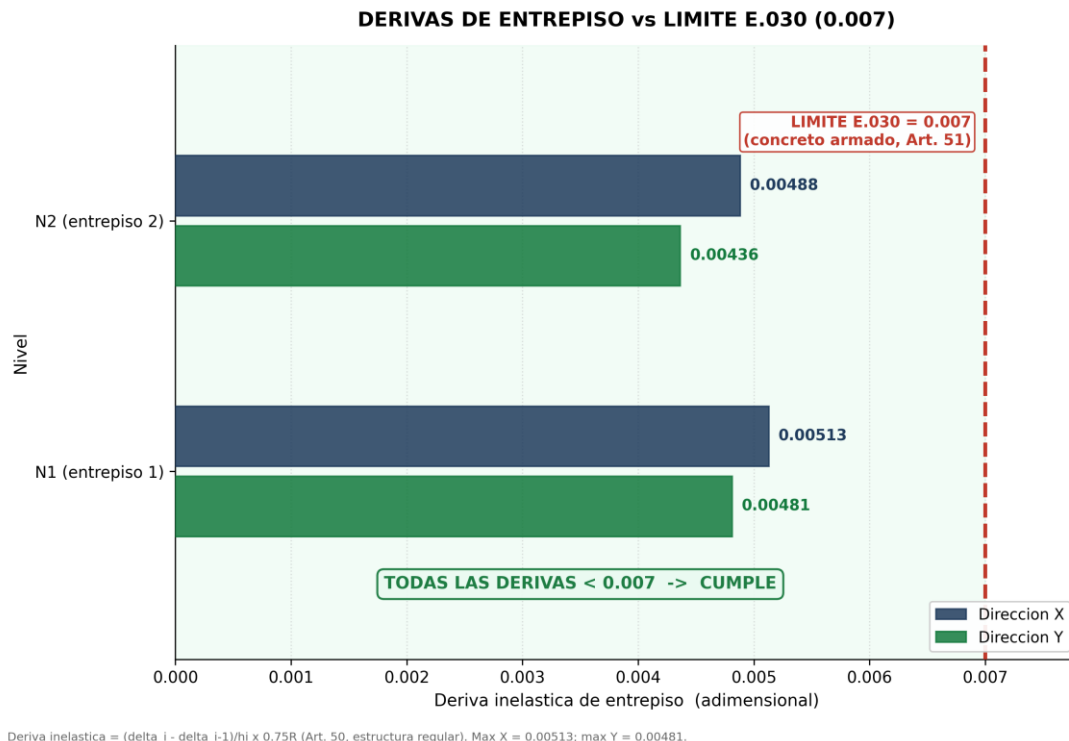


Figura 5.3. Derivas de entrepiso inelásticas por dirección (X, Y) y entrepiso frente al límite de la E.030 (0,007) para concreto armado.

5.6.4 Veredicto de la verificación

La estructura de pórticos de concreto armado de dos pisos CUMPLE la verificación de derivas de entrepiso de la NT E.030 [1] en las dos direcciones de análisis y en los dos entrepisos, con la deriva crítica (0,005129, primer entrepiso, dirección X) situada un 26,7 por ciento por debajo del límite admisible de 0,007. Este resultado confirma que el sistema de pórticos con coeficiente de reducción $R = 8$ es adecuado para controlar los desplazamientos laterales de la vivienda sin necesidad de incorporar muros de corte ni placas, lo que es coherente con el sistema estructural adoptado en el numeral 5.1 y con la clasificación de pórticos puros que sustenta el valor $R = 8$ de la Tabla N.10 de la norma. El control de deriva queda así satisfecho por la sola rigidez de los pórticos, acorde con el planteamiento arquitectónico y estructural del proyecto.

5.7 DIAGRAMAS DMF Y DFC DE SISMO DE LOS PÓRTICOS

Este numeral cierra el circuito metodológico anunciado en el numeral 5.5.7: las fuerzas laterales por nivel que cada pórtico recibe del reparto pseudo-tridimensional (numeral 5.5.6) se re-aplican al pórtico plano correspondiente y se resuelven con la misma maquinaria matricial del Capítulo 4 (numeral 4.3), para obtener el diagrama de momento flector (DMF) y el diagrama de fuerza cortante (DFC) producidos por el sismo actuando en solitario. Se

analizan los dos pórticos representativos que ya se estudiaron bajo cargas de gravedad en el Capítulo 4, lo que garantiza la trazabilidad entre capítulos: el eje 2 para el sismo en la dirección X (S-X) y el eje B para el sismo en la dirección Y (S-Y). Todos los resultados numéricos se generaron con el motor propio de análisis por rigidez directa, validado de forma independiente contra OpenSeesPy con una diferencia de 0,00000 por ciento en momentos y cortantes, del mismo modo que se detalló en el numeral 4.3.7.

5.7.1 Planteamiento: de la fuerza de piso a las cargas nodales del pórtico

La fuerza lateral por nivel obtenida en el numeral 5.5.6 es la carga sísmica que efectivamente actúa sobre cada pórtico. Para llevarla al análisis plano se arma un vector de cargas nodales horizontales: la fuerza de cada nivel se reparte por partes iguales entre los nudos de ese nivel (una fracción por columna) y se aplica en la dirección del sismo, sin ninguna carga de gravedad concurrente, de modo que el resultado sea el efecto de solo sismo. Con este vector se resuelve el sistema de equilibrio $K U = F$ del pórtico según el numeral 4.3.6, y a partir de los desplazamientos nodales se recuperan por retro-sustitución las fuerzas internas de cada barra conforme al numeral 4.3.7, de donde se extraen el DMF y el DFC. La formulación es la misma que la del docente; lo único que cambia respecto al Capítulo 4 es la naturaleza de la solicitación, que ahora es un conjunto de fuerzas horizontales nodales en lugar de cargas de gravedad distribuidas sobre las vigas.

Las fuerzas laterales por nivel que ingresan al análisis, tomadas del reparto del numeral 5.5.6, son las siguientes:

- **Pórtico S-X, eje 2:** [5,023; 8,599] t (niveles 1 y 2). Al pasar el eje 2 exactamente por el centro de masa, su brazo es nulo y no recibe incremento por torsión accidental; estas fuerzas se reparten por igual entre las cuatro columnas del pórtico.
- **Pórtico S-Y, eje B:** [3,891; 6,681] t (niveles 1 y 2), valor gobernante de la envolvente de excentricidad accidental positiva y negativa (casos SY1 y SY2) construida en el numeral 5.5.6. Estas fuerzas se reparten por igual entre las tres columnas del pórtico.

5.7.2 Pórtico S-X (eje 2): DMF y DFC de sismo

Las Figuras 5.4 y 5.5 presentan, respectivamente, el DMF (ver Figura 5.4) y el DFC (ver Figura 5.5) del pórtico S-X del eje 2 bajo la acción sísmica en X. El diagrama de momentos exhibe el patrón de doble curvatura característico de un pórtico sometido a fuerzas laterales: cada columna desarrolla momentos de signo opuesto en el pie y en la cabeza, con un punto de inflexión cercano a la mitad de su altura, y las vigas equilibran esos momentos de nudo invirtiendo su signo de un extremo al otro. Este comportamiento contrasta netamente con el del caso de gravedad del numeral 4.4, donde las vigas del eje 2 apenas cargaban su peso propio; bajo sismo, en cambio, las vigas participan de lleno en el mecanismo resistente lateral.

El momento flector máximo en las columnas alcanza un valor de 6,426 tonf·m, que se localiza en el pie de las columnas interiores del Nivel 1, donde el momento de vuelco acumulado es mayor; el cortante máximo en las columnas es de 3,776 t. En las vigas, el momento máximo de sismo es de 5,258 tonf·m y el cortante máximo de 1,974 t, ambos en los tramos del Nivel 1. Se observa el efecto de acumulación típico de las estructuras

aportadas ante acciones horizontales: las solicitaciones de sismo son mayores en el nivel inferior, porque este debe transmitir a la cimentación el cortante de todos los niveles superiores.

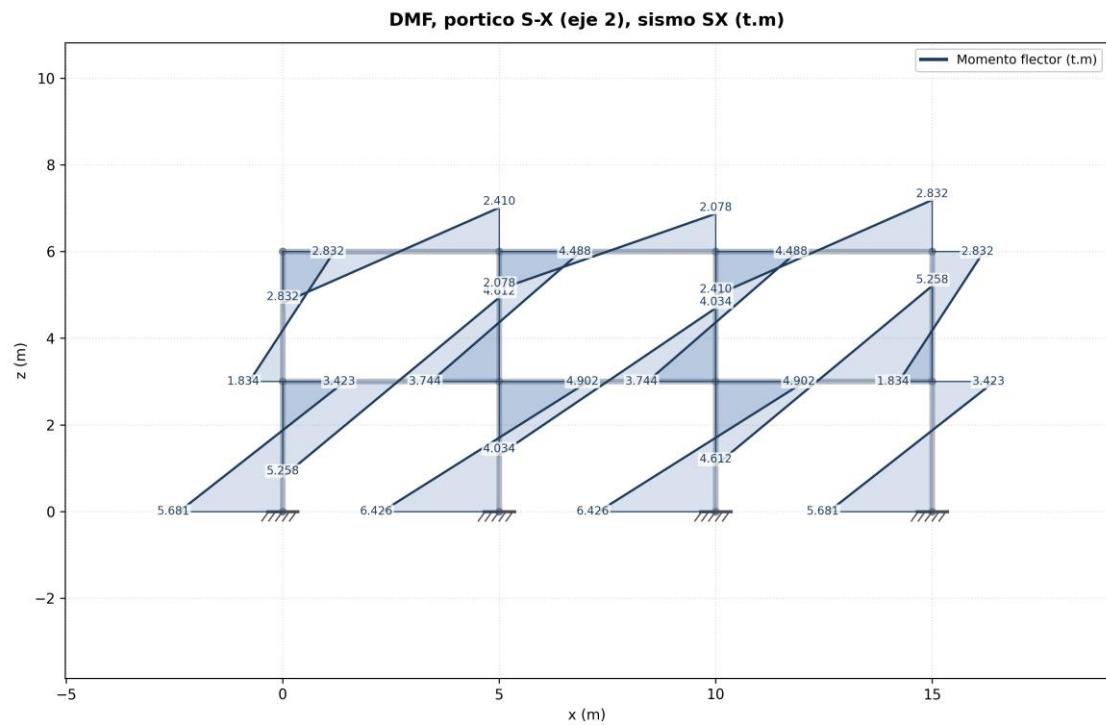


Figura 5.4. DMF del pórtico S-X (eje 2) por sismo en la dirección X (SX).

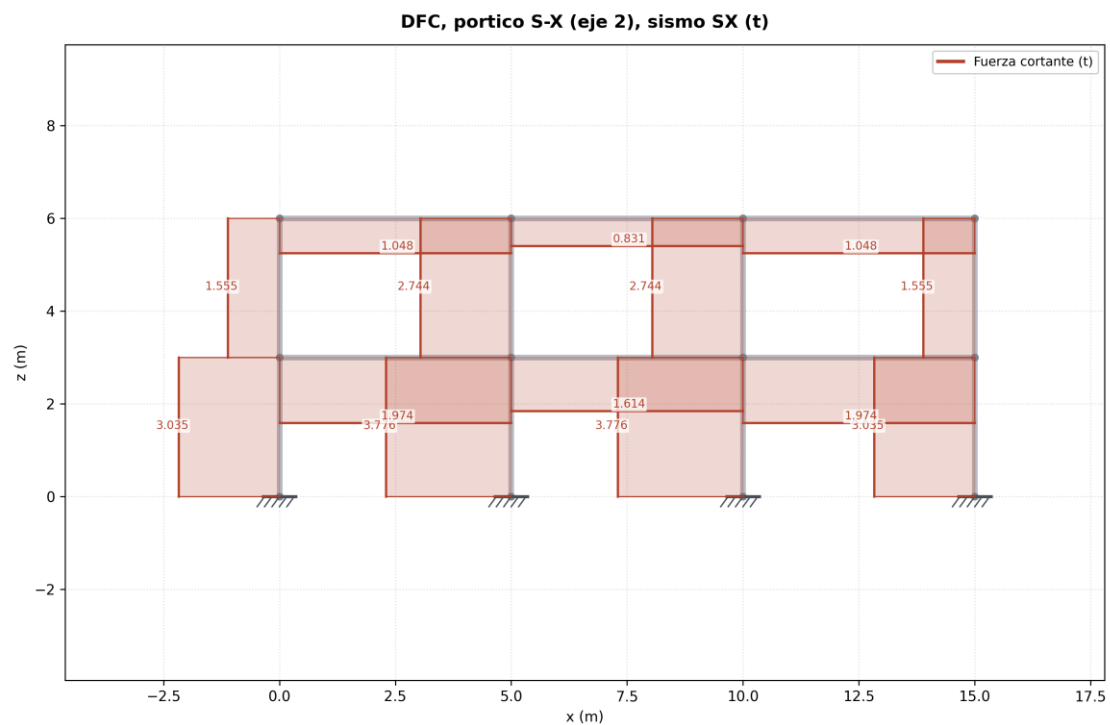


Figura 5.5. DFC del pórtico S-X (eje 2) por sismo en la dirección X (SX).

5.7.3 Pórtico S-Y (eje B): DMF y DFC de sismo

Las Figuras 5.6 y 5.7 presentan el DMF (ver Figura 5.6) y el DFC (ver Figura 5.7) del pórtico S-Y del eje B bajo la acción sísmica en Y. El patrón de doble curvatura se repite, con los momentos de columna alternando de signo entre pie y cabeza y las vigas invirtiendo su momento de un nudo al otro; la diferencia respecto al pórtico S-X radica en la geometría (dos vanos de 6,0 m frente a tres vanos de 5,0 m) y en que el eje B, por estar desplazado 2,50 m del centro de masa, recibe el incremento de la torsión accidental, motivo por el cual sus fuerzas laterales se tomaron de la envolvente gobernante del numeral 5.5.6.

El momento flector máximo en las columnas es de 6,676 tonf·m, ubicado en el pie de las columnas del Nivel 1, y el cortante máximo en las columnas alcanza 4,102 t. En las vigas, el momento máximo de sismo es de 6,112 tonf·m y el cortante máximo de 1,856 t. Estos valores son levemente superiores a los del pórtico S-X, coherente con que el eje B toma la cuota de torsión accidental que el eje 2, situado sobre el centro de masa, no recibe.

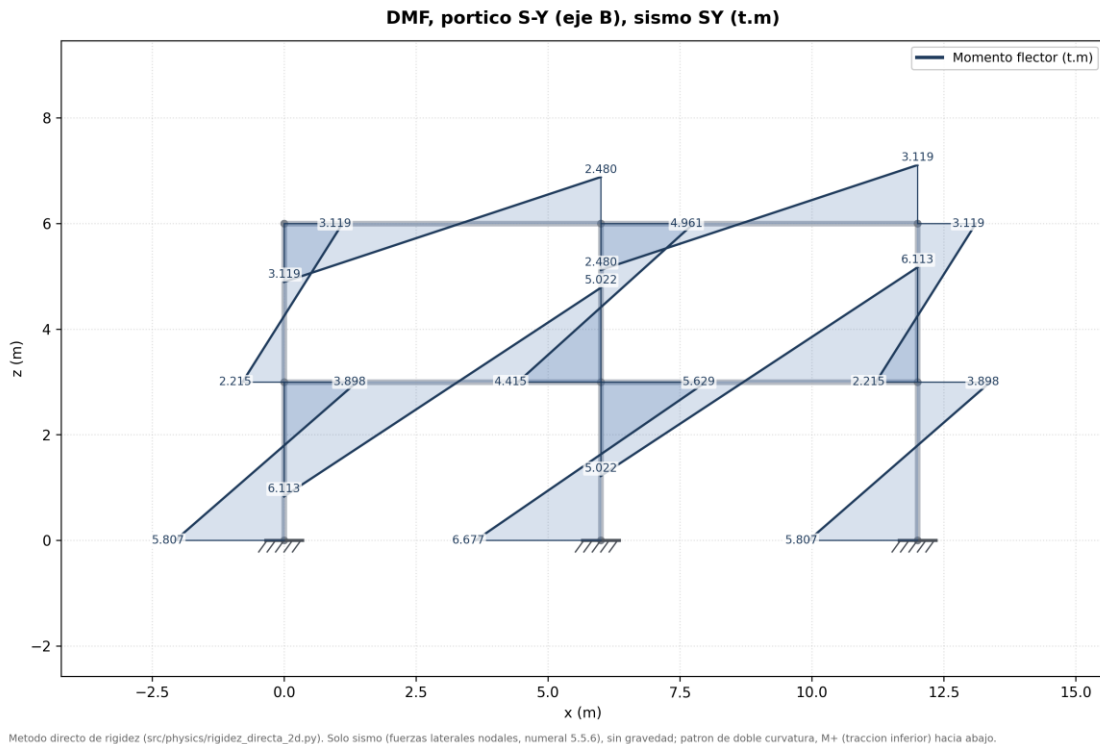


Figura 5.6. DMF del pórtico S-Y (eje B) por sismo en la dirección Y (SY).

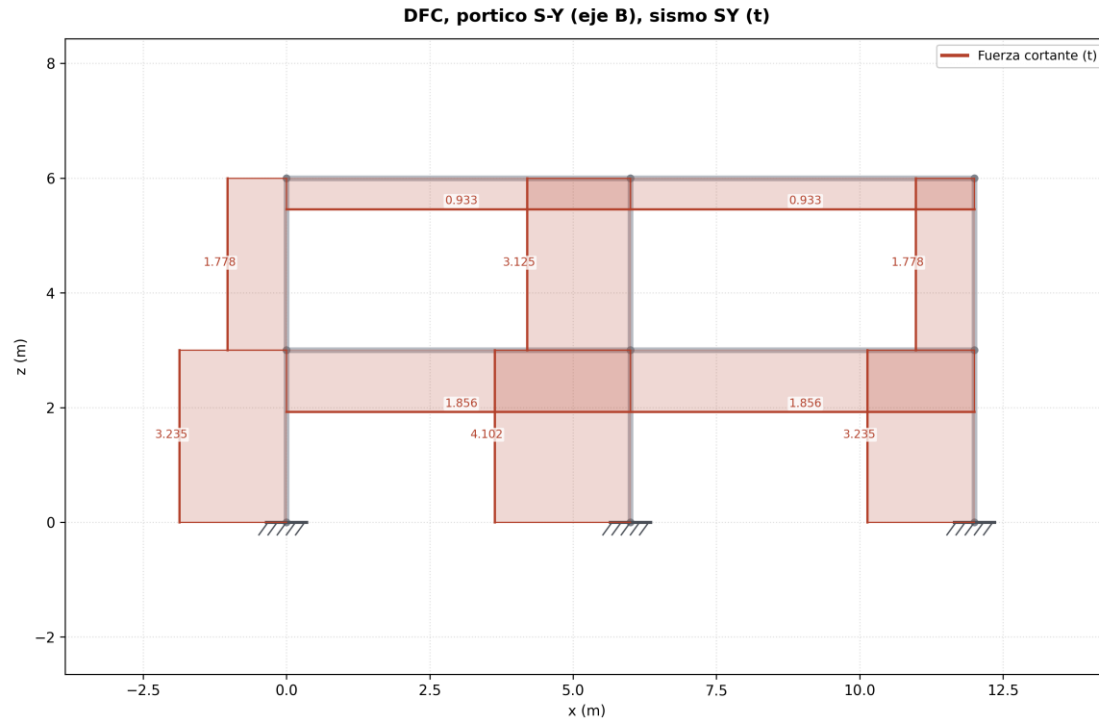


Figura 5.7. DFC del pórtico S-Y (eje B) por sismo en la dirección Y (SY).

5.7.4 Síntesis y enlace con la envolvente de diseño

La Tabla 5.7 reúne las solicitaciones pico de solo sismo de ambos pórticos, obtenidas con el motor matricial a partir del reparto del numeral 5.5.6 y de la acción sísmica estática de la Norma E.030 [1].

Tabla 5.7. Momentos y cortantes máximos de solo sismo de los pórticos representativos.

Pórtico	Elemento	$ M $ máx (tonf·m)	$ V $ máx (t)	Figuras
S-X (eje 2), SX	Viga	5,258	1,974	5,4 y 5,5
S-X (eje 2), SX	Columna	6,426	3,776	5,4 y 5,5
S-Y (eje B), SY	Viga	6,112	1,856	5,6 y 5,7
S-Y (eje B), SY	Columna	6,676	4,102	5,6 y 5,7

Los diagramas de este numeral corresponden a la acción sísmica aislada, no a la condición de diseño. Según la Norma E.060 [2], la resistencia requerida de los elementos se determina con las combinaciones de carga del artículo 9.2.1, que superponen el sismo con la gravedad: en particular $1,25 (CM + CV) \pm CS$ y $0,9 CM \pm CS$, donde CS es la solicitación sísmica (SX para el pórtico en X, SY para el pórtico en Y). Por ello, los DMF y DFC de sismo aquí obtenidos se combinarán con los diagramas de gravedad del Capítulo 4 (numerales 4.4 y 4.5) para construir la envolvente de solicitaciones de diseño, que es la que gobierna el dimensionamiento del refuerzo y se desarrolla en el Capítulo 6. El signo alternante de los momentos de sismo, propio de una acción reversible, es precisamente lo que obliga a considerar ambos sentidos ($+CS$ y $-CS$) en dichas combinaciones y a diseñar cada sección para la envolvente de sus efectos.

Lo esencial de este capítulo

- Los parámetros de la E.030-2026 para esta vivienda en Huancayo son $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s, $T_L = 1,60$ s y $R = 8$; con $T = 0,1714$ s, menor que T_p , el Art. 34.1 obliga a tomar $C = 2,5$ para el cortante estático.
- El peso sísmico total es $P = 311,364$ t (167,760 t en el Nivel 1 y 143,604 t en la azotea), calculado con $CM + 0,25$ CV (Art. 31).
- La fuerza cortante basal es $V = 0,13125 \times 311,364 = 40,867$ t, idéntica en X e Y, distribuida en altura con perfil triangular: $F1 = 15,069$ t y $F2 = 25,798$ t.
- El reparto pseudo-tridimensional (condensación estática, transformación cinemática G_i y rigidez de piso) entrega a los pórticos de diseño $SX = [5,023; 8,599]$ t (eje 2) y $SY = [3,891; 6,681]$ t (eje B), con equilibrio exacto por nivel.
- Las derivas inelásticas (amplificadas por $0,75 R = 6,0$) CUMPLEN el límite de 0,007: la crítica es 0,005129 (primer entrepiso, dirección X), un 26,7 por ciento por debajo del máximo admisible.
- Los picos de solo sismo son 6,426 tonf·m en columnas y 5,258 tonf·m en vigas del eje 2, y 6,676 tonf·m en columnas y 6,112 tonf·m en vigas del eje B; su combinación con la gravedad se desarrolla en el Capítulo 6.



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

Capítulo 5. Ejercicios de análisis sísmico estático (E.030-2026)

Los ejercicios de este capítulo se construyen como variantes del edificio estudiado a lo largo del texto: una vivienda de dos pisos de pórticos de concreto armado, de planta rectangular $15,0 \times 12,0$ m, ubicada en Huancayo (Zona 3, perfil de suelo S3). Sus parámetros de referencia son $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s, $T_L = 1,60$ s, $R = 8$, $C_T = 35$ y $h_n = 6,0$ m, con un peso sísmico total $P = 311,364$ t. Para este edificio el análisis del texto obtuvo un factor de amplificación sísmica $C = 2,5$ (Art. 34.1), una fuerza cortante basal $V = 40,867$ t y derivas de entrepiso inferiores al límite de 0,007 (CUMPLE en las dos direcciones).

Cada ejercicio modifica un dato del edificio de referencia y pide rehacer el análisis. El solucionario que sigue a los enunciados desarrolla cada paso y contrasta el resultado con el motor matricial propio del libro, de modo que todas las respuestas están verificadas numéricamente y no calculadas a mano.

Ejemplo desvanecido: del peso sísmico al cortante basal estático

Los cuatro ejercicios que siguen te piden rehacer el análisis sísmico por tu cuenta, y ahí aparece el salto que a muchos les cuesta: en el texto viste la cadena completa, del peso al cortante y a las derivas, pero verla resuelta no es lo mismo que saber armarla. Este ejemplo es el puente. Vamos a recorrer el mismo problema tres veces, y en cada pasada te suelto la mano un poco más: primero lo resuelvo yo entero, después completas tú los pasos donde de verdad se juega el resultado, y al final te doy solo la respuesta para que verifiques la tuya. Es la forma honesta de aprender el método del análisis estático: no memorizando el número final, sino reconstruyendo cómo se llega a él.

El problema es el del texto: la vivienda de dos pisos de Huancayo, con $Z = 0,35$ (Zona 3), $U = 1,0$, perfil de suelo S3 ($S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s, $T_L = 1,60$ s), sistema aporticado $R = 8$, coeficiente $C_T = 35$ y altura $h_n = 6,0$ m. Del metrado E.020 se conoce, por nivel, la carga muerta $CM = [158,760; 139,104]$ t y la carga viva $CV = [36,000; 18,000]$ t (Nivel 1 entrepiso, Nivel 2 azotea).

Nivel 1. Resuelto completo

Paso 1. El peso que sacude no es el que pesa. El cortante sísmico no se calcula con todo el peso de servicio, sino con el peso sísmico, que en una edificación de vivienda (categoría C) toma la carga muerta completa más apenas el 25 por ciento de la viva:

$$P = CM + 0,25 CV$$

$$P_1 = 158,760 + 0,25 \times 36,000 = 167,760 \text{ t}, \quad P_2 = 139,104 + 0,25 \times 18,000 = 143,604 \text{ t}$$

$$P = P_1 + P_2 = 311,364 \text{ t}$$

Acá el desliz típico es sumar $CM + CV$ completo, como si fuera una combinación de gravedad; no lo es. La viva casi nunca está toda presente durante el sismo, y por eso la norma solo cuenta una fracción de ella. Para vivienda es 0,25; para un depósito o una biblioteca sería mayor.

Paso 2. El período manda el espectro, y aquí está la trampa clásica. El período fundamental de la estructura fija en qué tramo del espectro caemos:

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{6,0}{35} = 0,1714 \text{ s}$$

Como $T = 0,1714 \text{ s}$ es menor que $T_p = 0,90 \text{ s}$, el edificio cae en la meseta del espectro y el factor de amplificación sísmica es, sin más, el valor de plataforma (Art. 34.1):

$$C = 2,5$$

Y ahora la trampa, porque es el error que más se repite con edificios rígidos como este. Uno nota que $T = 0,1714 \text{ s}$ también es menor que $0,2 T_p = 0,18 \text{ s}$ y se tienta con meter la fórmula del espectro de pseudoaceleraciones, $C = 1 + 7,5 (T/T_p) = 2,4286$. Ese 2,4286 es del espectro del análisis dinámico modal, NO del cortante estático. Al ser menor que 2,5, produce un cortante más bajo y por lo tanto queda del lado inseguro. Para el análisis de fuerzas estáticas equivalentes, el Art. 34.1 obliga a la meseta $C = 2,5$ en todo el rango $0 \leq T \leq T_p$. Retén esto: en el cortante estático la meseta es 2,5 y punto; el espectro descendente es otra cosa (el Ejercicio 5.3 lo desmenuza).

Paso 3. Del espectro al cortante basal. Con C ya fijado, el coeficiente sísmico y el cortante en la base salen directos:

$$\frac{Z U C S}{R} = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,20}{8} = 0,13125$$

$$V = \frac{Z U C S}{R} P = 0,13125 \times 311,364 = 40,867 \text{ t}$$

Antes de seguir, un chequeo que la norma exige: $C/R = 2,5/8 = 0,3125 \geq 0,11$ (Art. 34.2), de modo que el mínimo normativo no se activa y el cortante calculado es el que gobierna.

Paso 4. Repartir el cortante en altura (el puente al pseudo-3D). Como $T < 0,5 \text{ s}$, el exponente de distribución es $k = 1,0$ (reparto triangular) y el cortante basal se reparte por nivel con $F_i = \alpha_i V$, donde α_i pesa cada nivel por $P_i h_i$:

$$F_1 = 15,069 \text{ t}, \quad F_2 = 25,798 \text{ t}, \quad F_1 + F_2 = 40,867 \text{ t} = V$$

Fíjate que la azotea, aun pesando menos, se lleva más fuerza que el entrepiso: está más alto y el brazo h_i manda. Estas dos fuerzas son la entrada del modelo pseudo-tridimensional del texto (condensación de cada pórtico, ensamble de la rigidez de piso K_{piso} y solución del diafragma rígido), del que salen las derivas de entrepiso, todas menores que el límite 0,007. Ese es el hilo completo: del peso al cortante, del cortante a las fuerzas de nivel, y de ahí a las derivas que deciden si el edificio cumple.

Nivel 2. Completa tú los pasos clave

Mismo edificio, mismos datos. Ahora te toca reconstruir los dos pasos que deciden el resultado: fijar el coeficiente sísmico y cerrar el cortante. Toma $P = 311,364 \text{ t}$ y el C del Paso 2:

- Coeficiente sísmico: $\frac{Z U C S}{R} = \frac{0,35 \times 1,0 \times C \times 1,20}{8} = [\quad]$.

- Cortante basal: $V = \left(\frac{Z U C S}{R} \right) P = [\quad] \text{ t.}$

Si tus casillas no coinciden con las respuestas al pie, casi siempre el desliz está en el factor C : revisa que hayas usado la meseta 2,5 y no el 2,4286 del espectro. Con 2,4286 te daría $V = 39,699 \text{ t}$, un cortante menor y del lado inseguro; esa es justamente la trampa del Paso 2.

Respuestas: $Z U C S / R = 0,13125$; $V = 40,867 \text{ t}$ (con $C = 2,5$, meseta del Art. 34.1).

Nivel 3. Casi solo: verifica tu resultado

Ahora sin andamiaje. Reubica la misma vivienda en un distrito de menor peligro clasificado como Zona 2, es decir $Z = 0,25$, conservando todo lo demás. Recalcula el período, decide el tramo del espectro, fija C , arma el coeficiente sísmico y saca el cortante basal por tu cuenta. Cuando termines, tus números deben caer sobre estos:

$$C = 2,5, \quad \frac{Z U C S}{R} = 0,09375, \quad V = 29,190 \text{ t}$$

Si te dieron, no fue suerte: interiorizaste la cadena. Y de paso notarás algo que conviene entender, no solo calcular: el factor C no cambió al pasar a Zona 2, porque C depende del período de la estructura y de los períodos del suelo, nunca del factor Z . Lo único que se movió fue Z , de 0,35 a 0,25, y el cortante bajó en esa misma proporción ($0,25/0,35 = 0,7143$, un 28,57 por ciento menos). Esa es la señal de que entendiste por qué baja la demanda, y no solo cuánto.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 5.1 (nivel drill). Reubica la vivienda de referencia en un distrito de la costa clasificado como Zona 4 ($Z = 0,45$, Tabla N.1). Conservando todos los demás parámetros del edificio ($U = 1,0$, $S = 1,20$, $R = 8$, $C_T = 35$, $h_n = 6,0 \text{ m}$ y $P = 311,364 \text{ t}$), determina el factor de amplificación sísmica C , el coeficiente sísmico $Z U C S / R$ y la fuerza cortante basal V , e indica en qué porcentaje se incrementa el cortante respecto del edificio en Zona 3.

Ejercicio 5.2 (nivel aplicado). Supón que la misma vivienda se cimenta sobre un perfil de suelo S1 (suelos muy rígidos) en la misma Zona 3. Toma de las Tablas N.4 y N.5 de la E.030-2026 los parámetros de suelo que corresponden a la combinación Z3 con S1, y rehaz el análisis completo: factor C , coeficiente sísmico, fuerza cortante basal V , distribución de fuerzas en altura F_i y derivas de entrepiso en las dos direcciones. Emite el veredicto de cumplimiento contra el límite de 0,007 y compara la exigencia con la del edificio sobre suelo S3.

Ejercicio 5.3 (nivel criterio). Un estudiante calcula el período fundamental del edificio de referencia, $T = 0,1714 \text{ s}$, y observa que es menor que $0,2 T_p = 0,18 \text{ s}$. Concluye que debe usar la rama ascendente del espectro, $C = 1 + 7,5 (T/T_p)$, para obtener el factor de amplificación con el que calcula la fuerza cortante basal del análisis estático. Con ese criterio reporta un cortante basal menor que el del texto. Identifica el error, explica por qué es incorrecto citando el artículo de la norma que lo gobierna, calcula el valor correcto de V y cuantifica en qué porcentaje el procedimiento del estudiante subestima el cortante y por qué esa subestimación queda del lado inseguro.

Ejercicio 5.4 (nivel reto, generalización). La vivienda de referencia es tan rígida que su período la sitúa en la meseta del espectro ($C = 2,5$) y en el tramo de distribución con exponente $k = 1,0$; nunca ejerce la rama descendente del espectro ni la concentración de fuerza en altura que aparece en edificios flexibles. Considera ahora un edificio distinto: un edificio aparcado de concreto armado de 12 pisos, con altura de entrepiso de 3,0 m (altura total $h_n = 36$ m) y $C_T = 35$, emplazado en la misma Zona 3 y perfil de suelo S3 de la vivienda ($Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s, $T_L = 1,60$ s, $R = 8$). Su peso sísmico es uniforme, $P_i = 100$ t por nivel ($P = 1200$ t). Para este edificio: (a) calcula el período T e identifica en qué tramo del espectro cae; (b) obtén el factor de amplificación sísmica C por la rama descendente, citando el artículo y la fórmula; (c) calcula el coeficiente sísmico $ZUCS/R$ y la fuerza cortante basal V ; (d) determina el exponente de distribución k y verifica que $k > 1$; (e) reparte V en altura con ese k y compara la fuerza del último nivel y del primero contra las que darían con $k = 1,0$, mostrando cómo un exponente mayor que la unidad concentra más fuerza en los pisos superiores.

Solucionario

Cada solución sigue la misma secuencia: enunciado, datos, fórmula normativa con su artículo, sustitución, resultado verificado con el motor matricial propio (se resume la verificación numérica) e interpretación del resultado. La convención de notación es la del estándar del libro: C_T coeficiente del período, C factor de amplificación sísmica, K_{piso} rigidez de piso, CM carga muerta y CV carga viva.

Solución 5.1. Reubicación en Zona 4

Datos. Edificio de referencia con un único cambio: $Z = 0,45$ (Zona 4, Tabla N.1, Art. 11). Se mantienen $U = 1,0$, $S = 1,20$, $R = 8$, $C_T = 35$, $h_n = 6,0$ m y $P = 311,364$ t.

Paso 1. Período fundamental (Art. 36.1). No depende de la zona, de modo que conserva su valor:

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{6,0}{35} = 0,1714 \text{ s}$$

Paso 2. Factor de amplificación sísmica C (Art. 34.1). Como $T = 0,1714$ s es menor que $T_p = 0,90$ s, aplica la meseta del espectro:

$$C = 2,5$$

El cambio de zona no altera C , porque C depende del período de la estructura y de los períodos T_p , T_L del suelo, no del factor Z .

Fig. 5.1 Espectro E.030-2026, perfil S3. La Zona 4 solo escala Z, no cambia la forma del espectro

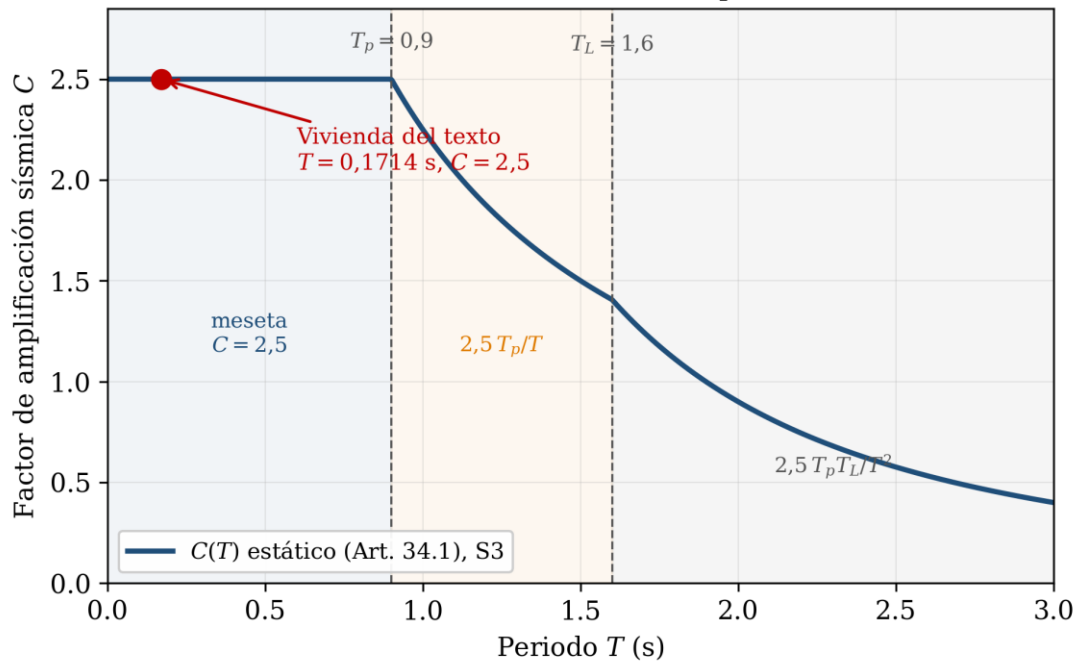


Figura E5.1. Espectro E.030-2026 para el perfil de suelo S3 ($T_p = 0,9$ s, $T_L = 1,6$ s). La vivienda del texto, con $T = 0,1714$ s, cae en la meseta ($C = 2,5$). Reubicarla en Zona 4 solo escala el factor Z; la forma del espectro no cambia.

Paso 3. Coeficiente sísmico y cortante basal (Art. 34.1).

$$\frac{Z U C S}{R} = \frac{0,45 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,20}{8} = 0,16875$$

$$V = \frac{Z U C S}{R} P = 0,16875 \times 311,364 = 52,543 \text{ t}$$

Se verifica el mínimo del Art. 34.2: $C/R = 2,5/8 = 0,3125 \geq 0,11$, de modo que el mínimo normativo no se activa.

Paso 4. Distribución en altura (Art. 35). Con $k = 1,0$ (pues $T < 0,5$ s), las fuerzas de nivel resultan $F_1 = 19,374$ t (entrepiso) y $F_2 = 33,169$ t (azotea), cuya suma reproduce V .

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio el análisis sísmico estático del edificio reubicado en Zona 4.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Factor de amplificación C	2,5	meseta del Art. 34.1 ($T < T_p$)
Coeficiente sísmico $Z U C S / R$	0,16875	$C/R = 0,3125 \geq 0,11$ (Art. 34.2)
Cortante basal V	52,543 t	+28,57 % vs Zona 3, igual a la razón $Z_4/Z_3 = 1,2857$
Fuerzas de nivel F_1, F_2	19,374; 33,169 t	suman el cortante basal

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. La fuerza cortante basal asciende de 40,867 t (Zona 3) a 52,543 t (Zona 4), un incremento del 28,57 por ciento. Como el único parámetro modificado es Z y el cortante es proporcional a él, el incremento coincide exactamente con la razón $0,45/0,35 = 1,2857$. Reubicar el edificio en una zona de mayor peligro sísmico eleva la demanda en la misma proporción, lo que obligaría a revisar la rigidez de los pórticos y las derivas antes de dar por válido el diseño.

Solución 5.2. Perfil de suelo S1

Datos. Edificio de referencia cimentado sobre un perfil S1 (suelos muy rígidos) en Zona 3. De las tablas de la norma, para la combinación Z3 con S1: $S = 1,00$ (Tabla N.4) y $T_p = 0,40$ s, $T_L = 2,50$ s (Tabla N.5). Se mantienen $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $R = 8$, $C_T = 35$, $h_n = 6,0$ m y $P = 311,364$ t.

Paso 1. Período y factor C (Art. 36.1 y 34.1).

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{6,0}{35} = 0,1714 \text{ s}$$

Aunque el perfil S1 baja el período de plataforma a $T_p = 0,40$ s, el período de la estructura sigue siendo menor ($0,1714 < 0,40$), de modo que C permanece en la meseta:

$$C = 2,5 \quad (\text{Art. 34.1})$$

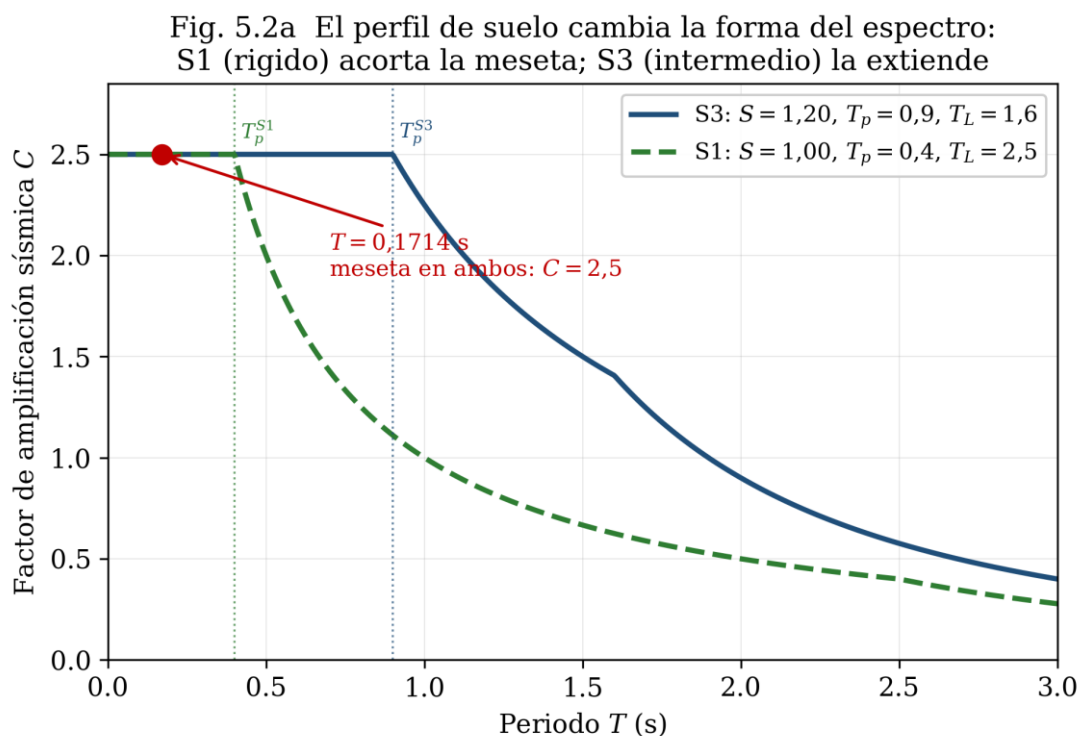


Figura E5.2a. Espectros E.030-2026 superpuestos para los perfiles S1 ($S = 1,00$, $T_p = 0,4$ s, $T_L = 2,5$ s) y S3 ($S = 1,20$, $T_p = 0,9$ s, $T_L = 1,6$ s). El suelo cambia la forma del espectro: el perfil rígido S1 acorta la meseta. Para $T = 0,1714$ s ambos siguen en la meseta ($C = 2,5$).

Paso 2. Coeficiente sísmico y cortante basal (Art. 34.1).

$$\frac{ZUCS}{R} = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,00}{8} = 0,10938$$

$$V = 0,10938 \times 311,364 = 34,055 \text{ t}$$

Con $C/R = 0,3125 \geq 0,11$, el mínimo del Art. 34.2 no se activa.

Paso 3. Distribución en altura (Art. 35). Con $k = 1,0$: $F_1 = 12,557 \text{ t}$ y $F_2 = 21,498 \text{ t}$.

Fig. 5.2b Distribución de fuerzas en altura, edificio sobre S1
($k = 1,0$, reparto triangular; Art. 35)

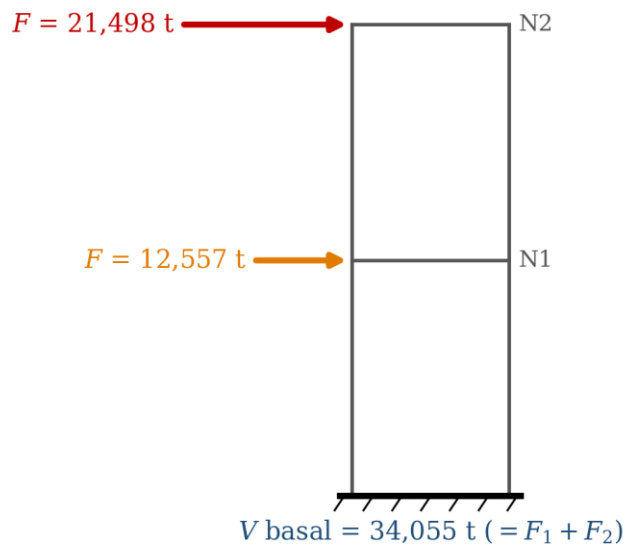


Figura E5.2b. Distribución de la fuerza sísmica en altura del edificio sobre suelo S1, con exponente $k = 1,0$ (reparto triangular). Las fuerzas de nivel $F_1 = 12,557 \text{ t}$ y $F_2 = 21,498 \text{ t}$ suman el cortante basal $V = 34,055 \text{ t}$.

Paso 4. Derivas de entrepiso (Art. 50 y 51). Con el mismo procedimiento pseudo-tridimensional del texto (rigidez lateral condensada de cada pórtico, ensamble de la rigidez de piso K_{piso} y solución del diafragma rígido), las fuerzas F_i producen los desplazamientos del centro de masa que, amplificados por el factor inelástico $0,75 R = 6,0$, dan las derivas de la tabla siguiente.

Dirección	Deriva máxima inelástica	Límite (0,007)	Veredicto
X	0,004274	0,007	CUMPLE
Y	0,004012	0,007	CUMPLE

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio el análisis sísmico del edificio sobre perfil de suelo S1, incluidas las derivas de entrepiso.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Coefficiente sísmico $ZUCS/R$	0,10938	$S = 1,00$; $C = 2,5$ meseta (Art. 34.1)
Cortante basal V	34,055 t	razón $S_1/S_3 = 0,8333$ vs Zona 3 (40,867)
Deriva máxima en X	0,004274	$< 0,007$: cumple

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Deriva máxima en Y	0,004012	< 0,007: cumple

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. Un suelo más firme reduce el factor S de 1,20 a 1,00, y con él la fuerza cortante basal, que baja de 40,867 t a 34,055 t, exactamente en la razón $S_1/S_3 = 1,00/1,20 = 0,8333$. Como la rigidez de la estructura no cambia y las derivas son proporcionales al cortante, la deriva crítica de la dirección X baja de 0,005129 a 0,004274 ($0,005129 \times 0,8333 = 0,004274$), lo que amplía el margen frente al límite. La estructura CUMPLE con holgura en las dos direcciones: un mejor suelo alivia la demanda sísmica y deja el diseño del lado seguro.

Solución 5.3. La trampa del C espectral en el cortante estático

Datos. Edificio de referencia, $T = 0,1714$ s, $T_p = 0,90$ s. El estudiante observa que $T < 0,2 T_p = 0,18$ s y usa la rama ascendente del espectro para el cortante estático.

Paso 1. El procedimiento del estudiante (incorrecto). La rama ascendente de la Tabla N.6 (espectro de pseudoaceleraciones) para $T < 0,2 T_p$ es $C = 1 + 7,5 (T/T_p)$:

$$C_{\text{esp}} = 1 + 7,5 \frac{0,1714}{0,90} = 2,4286$$

$$V_{\text{esp}} = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,4286 \times 1,20}{8} \times 311,364 = 39,699 \text{ t}$$

Paso 2. El error y su fundamento (Art. 34.1 y 18.3). La rama ascendente $1 + 7,5 (T/T_p)$ pertenece al espectro de pseudoaceleraciones del análisis dinámico modal, no al cortante estático. Para la fuerza cortante basal del análisis de fuerzas estáticas equivalentes, la norma obliga a adoptar $C = 2,5$ en todo el intervalo $0 \leq T \leq T_p$: el Art. 34.1 fija $C = 2,5$ cuando $T < T_p$, y el Art. 18.3 lo confirma para el cortante estático. Usar la rama ascendente en el análisis estático rebaja indebidamente el factor de amplificación por debajo de 2,5.

Paso 3. El valor correcto.

$$C = 2,5 \quad V = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,20}{8} \times 311,364 = 40,867 \text{ t}$$

Paso 4. Cuantificación de la subestimación.

$$\frac{V - V_{\text{esp}}}{V} = \frac{40,867 - 39,699}{40,867} = 0,0286 \rightarrow 2,86 \text{ por ciento}$$

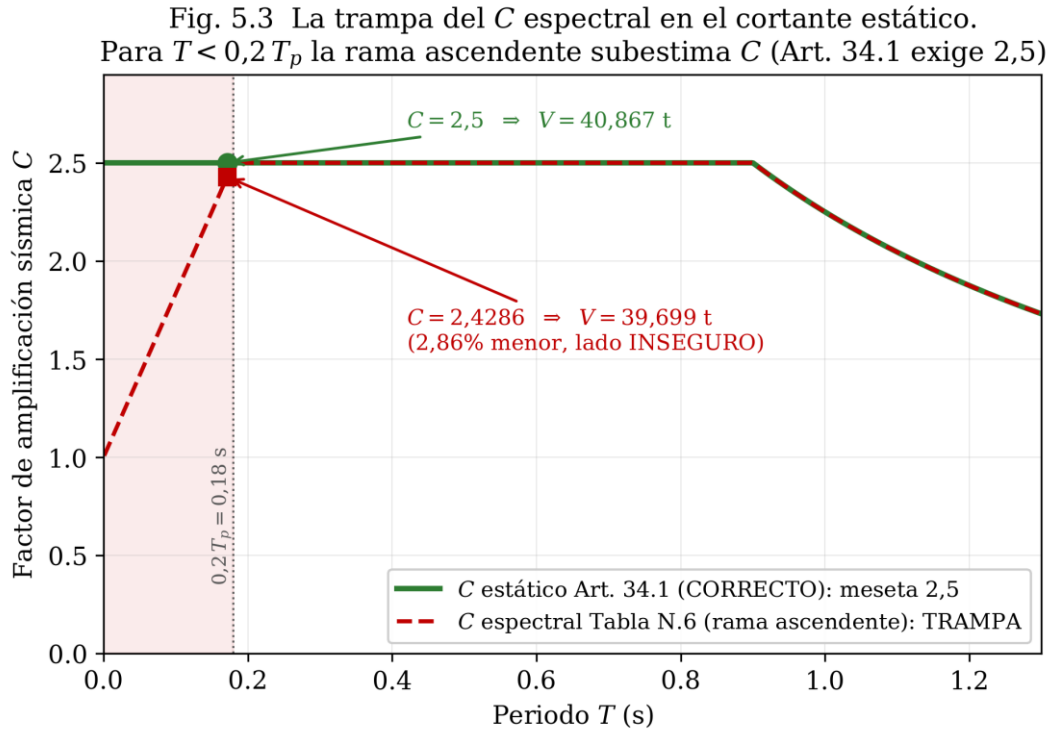


Figura E5.3. La trampa del C espectral en el cortante estático. Para $T = 0,1714 \text{ s}$ ($< 0,2 T_p = 0,18 \text{ s}$) la rama ascendente del espectro daría $C = 2,4286$ (línea roja, $V = 39,699 \text{ t}$), pero el Art. 34.1 obliga a la meseta $C = 2,5$ (línea verde, $V = 40,867 \text{ t}$). Usar la rama ascendente subestima el cortante en 2,86 por ciento, del lado inseguro.

Verificación. Los autores validaron el criterio correcto con el motor matricial propio, que expone las dos funciones que separan ambos casos: `factor_amplificacion_C` (el C espectral, con rama ascendente) y `factor_C_cortante_estatico` (la meseta $C = 2,5$ del Art. 34.1).

Magnitud	Valor del motor	Contraste
C espectral (rama ascendente, incorrecto)	2,4286	$V = 39,699 \text{ t}$: lado inseguro
C del cortante estático (correcto)	2,5	meseta del Art. 34.1 en $0 \leq T \leq T_p$
Cortante basal correcto V	40,867 t	la rama ascendente lo subestima en 2,86 % (1,168 t)

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El procedimiento del estudiante subestima la fuerza cortante basal en un 2,86 por ciento (1,168 t menos), lo que lo deja del lado inseguro: el diseño se calcularía para una demanda sísmica menor que la exigida por la norma. El punto fino es que la rama ascendente del espectro, pensada para el análisis dinámico modal, no debe trasladarse al cortante del análisis estático, donde el Art. 34.1 impone la meseta $C = 2,5$ en todo el rango $0 \leq T \leq T_p$. En estructuras rígidas de período corto (como esta vivienda), donde justamente $T < 0,2 T_p$, la confusión es frecuente y siempre reduce la fuerza de diseño; de ahí la importancia de aplicar el artículo correcto.

Solución 5.4. Rama descendente del espectro y distribución con $k > 1$

Datos. Edificio de generalización, distinto de la vivienda del texto: edificio aporticado de concreto armado de 12 pisos, entrepiso 3,0 m, altura total $h_n = 36$ m, $C_T = 35$. Parámetros de sitio idénticos a la vivienda: $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$, $T_p = 0,90$ s, $T_L = 1,60$ s, $R = 8$. Peso sísmico uniforme $P_i = 100$ t por nivel, $P = 1200$ t.

Paso 1. Período fundamental y tramo del espectro (Art. 36.1).

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{36}{35} = 1,0286 \text{ s}$$

Como $T_p = 0,90 \text{ s} < T = 1,0286 \text{ s} < T_L = 1,60 \text{ s}$, el período cae en el tramo de la rama descendente del espectro, a diferencia de la vivienda del texto ($T = 0,1714 \text{ s}$), que quedaba en la meseta.

Paso 2. Factor de amplificación sísmica C , rama descendente (Art. 34.1). En el intervalo $T_p < T < T_L$ la norma fija:

$$C = 2,5 \frac{T_p}{T} = 2,5 \times \frac{0,90}{1,0286} = 2,1875$$

El valor $C = 2,1875 < 2,5$ confirma que la estructura, por ser más flexible, recibe una amplificación menor que la de la meseta: superado T_p , el factor decae de forma inversamente proporcional al período.

Fig. 5.4a Edificio flexible de 12 pisos en la rama descendente: superado T_p , el factor C decae como $2,5 T_p/T$

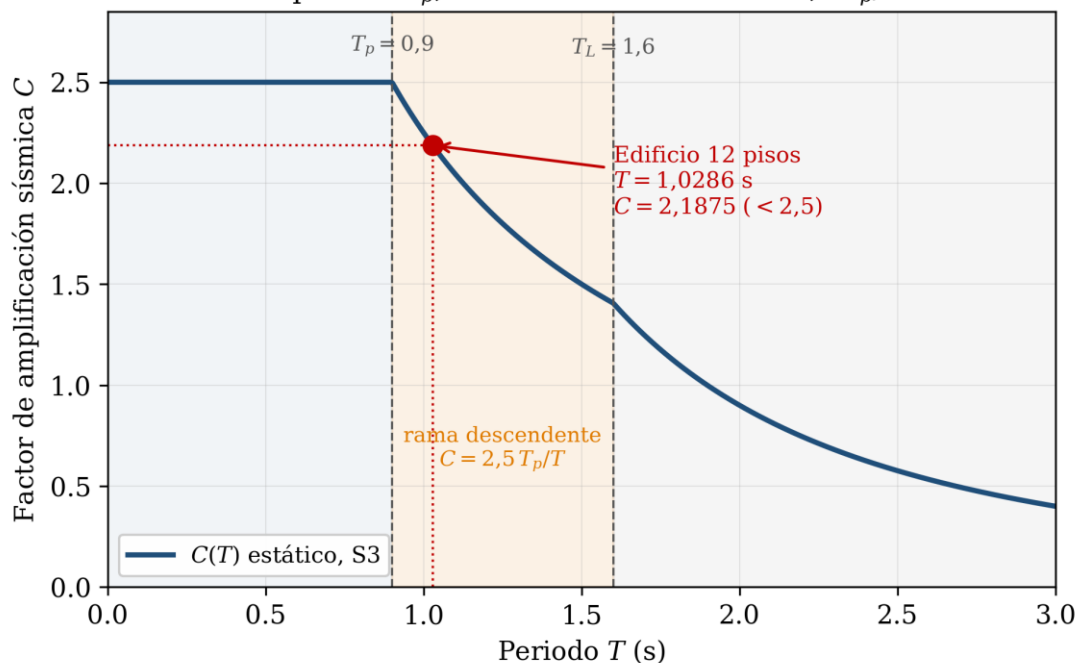


Figura E5.4a. Espectro E.030-2026 (perfil S3) para el edificio flexible de 12 pisos. Su período $T = 1,0286 \text{ s}$ cae en la rama descendente ($T_p < T < T_L$), donde $C = 2,5 T_p/T = 2,1875$, menor que la meseta de la vivienda del texto.

Paso 3. Coeficiente sísmico y cortante basal (Art. 34.1 y 34.2).

$$\frac{ZUCS}{R} = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,1875 \times 1,20}{8} = 0,11484$$

$$V = \frac{ZUCS}{R} P = 0,11484 \times 1200 = 137,812 \text{ t}$$

Se verifica el mínimo del Art. 34.2: $C/R = 2,1875/8 = 0,2734 \geq 0,11$, de modo que el mínimo normativo no se activa.

Paso 4. Exponente de distribución k (Art. 35.2). Como $T = 1,0286 \text{ s} > 0,5 \text{ s}$:

$$k = 0,75 + 0,5 T = 0,75 + 0,5 \times 1,0286 = 1,2643 \quad (> 1)$$

El exponente supera la unidad; a diferencia del reparto triangular ($k = 1$) que aplica la vivienda del texto, aquí la distribución es cóncava y carga más los niveles altos.

Paso 5. Distribución de fuerzas en altura (Art. 35). Con $\alpha_i = P_i h_i^k / \sum_j P_j h_j^k$ y $F_i = \alpha_i V$, y comparando contra la distribución que daría el mismo V con $k = 1,0$:

Nivel	h_i (m)	F_i con $k = 1,2643$ (t)	F_i con $k = 1,0$ (t)	V_i acumulado, $k > 1$ (t)
N12 (techo)	36,0	23,735	21,202	23,735
N11	33,0	21,262	19,435	44,997
N10	30,0	18,848	17,668	63,845
N9	27,0	16,498	15,901	80,342
N8	24,0	14,215	14,135	94,558
N7	21,0	12,007	12,368	106,565
N6	18,0	9,881	10,601	116,445
N5	15,0	7,847	8,834	124,292
N4	12,0	5,918	7,067	130,210
N3	9,0	4,113	5,300	134,323
N2	6,0	2,464	3,534	136,787
N1 (base)	3,0	1,026	1,767	137,812

La suma de las fuerzas reproduce el cortante basal, $\sum F_i = 137,812 \text{ t} = V$.

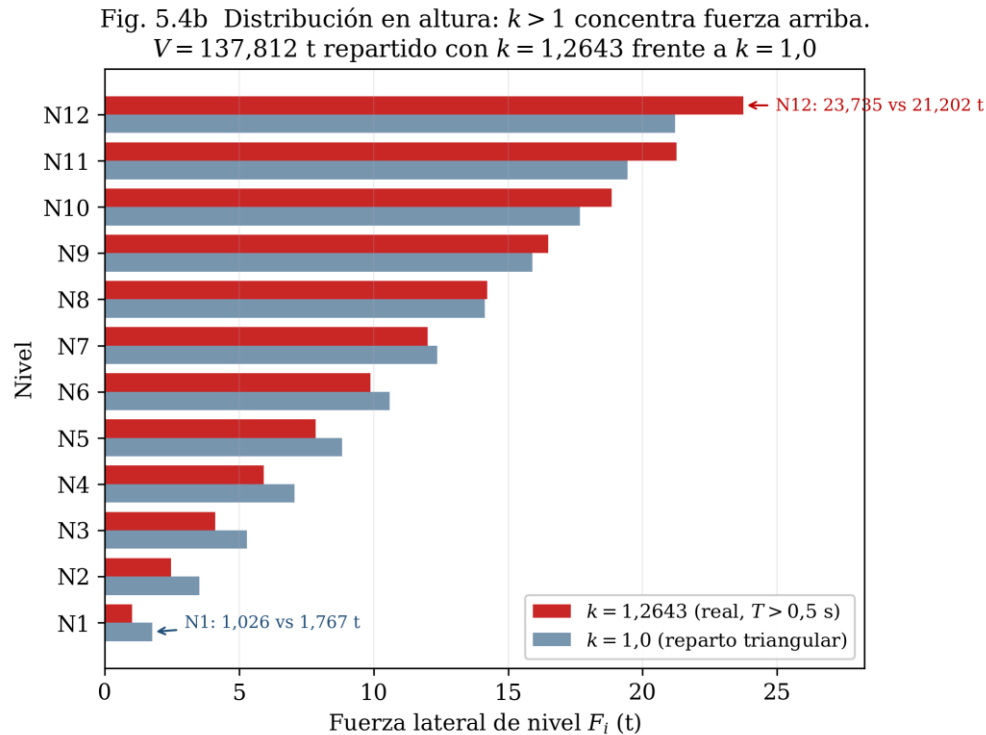


Figura E5.4b. Distribución de la fuerza sísmica en altura del edificio de 12 pisos: $k = 1,2643$ (real, en rojo) frente a $k = 1,0$ (reparto triangular, en azul). El exponente mayor que la unidad concentra fuerza en los niveles altos (techo N12: 23,735 frente a 21,202 t) y la reduce en los bajos (base N1: 1,026 frente a 1,767 t).

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio el análisis del edificio flexible de 12 pisos, en la rama descendente del espectro y con exponente $k > 1$.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Factor de amplificación C	2,1875	rama descendente $2,5 T_p/T$ (Art. 34.1), $< 2,5$
Cortante basal V	137,812 t	$C/R = 0,2734 \geq 0,11$ (Art. 34.2)
Exponente de distribución k	1,2643	$0,75 + 0,5 T$ (Art. 35.2), > 1
Fuerza del techo N12	23,735 t	+11,95 % vs reparto triangular (21,202)

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. Este edificio flexible ejerce los dos mecanismos que la vivienda del texto no alcanza. Primero, la rama descendente del espectro: superado el período de plataforma T_p , el factor de amplificación decae según $C = 2,5 (T_p/T)$, de modo que $C = 2,1875$ en lugar de 2,5; la mayor flexibilidad reduce la demanda de aceleración. Segundo, la distribución en altura con $k = 1,2643 > 1$: frente al reparto triangular del caso $k = 1$, el exponente mayor que la unidad hace la distribución cóncava y traslada fuerza hacia arriba. La fuerza del último nivel sube de 21,202 t a 23,735 t (un 11,95 por ciento más), mientras que la del primer nivel baja de 1,767 t a 1,026 t. Físicamente, el término k pondera la participación de los modos superiores, que en edificios altos concentran cortante y momento de volteo en la parte superior; ignorarlos con un reparto triangular subestimaría la sollicitación de los últimos pisos.

CAPÍTULO 6. ENVOLVENTES DE DISEÑO SEGÚN LA E.060

Objetivos de aprendizaje

Los capítulos 4 y 5 respondieron, por separado, cuánto exige la gravedad y cuánto exige el sismo. Este capítulo responde la pregunta que de verdad importa para diseñar: cuál es la peor solicitación que cada sección debe resistir. Aprender a construir y a leer una envolvente es aprender a traducir el análisis en diseño. Al terminar deberías ser capaz de:

- **Enumerar** las combinaciones de carga última del artículo 9.2 de la E.060 y justificar por qué existe cada una, incluida la combinación con gravedad estabilizante $0,9 CM \pm CS$ que revela la tracción neta en las columnas extremas.
- **Reducir** las combinaciones nominales a las combinaciones efectivas de cada pórtico plano, combinando cada marco con sus cargas verticales y con la componente sísmica contenida en su propio plano.
- **Construir** la envolvente de diseño de DMF y de DFC punto a punto, como contorno de máximos y mínimos sobre todas las combinaciones, recordando que el sismo es reversible y entra con ambos signos.
- **Interpretar** el resultado en términos físicos: reconocer que en la viga cargada del eje B gobierna la gravedad (aporta el 92,8 por ciento del momento de apoyo) mientras que en las columnas y en la viga descargada del eje 2 gobierna el sismo (hasta 13,7 veces la flexión de gravedad).
- **Verificar** que ninguna combinación es redundante: cada una gobierna en algún elemento, y esa lectura dicta el armado (simétrico donde manda el sismo, dictado por la alternancia donde manda la gravedad).

Los ejercicios del final de capítulo te piden armar envolventes sobre secciones nuevas; si aciertas qué combinación gobierna cada una antes de calcular, el capítulo cumplió su objetivo.

La ruta del método en 6 pasos. La envolvente de diseño es la respuesta a una sola pregunta: cuál es la peor solicitación que cada sección debe resistir. Se construye así:

1. Reunir de los capítulos anteriores los tres estados de carga: la carga muerta, la carga viva y el sismo contenido en el plano del pórtico.
2. Armar las combinaciones últimas del Art. 9.2 de la Norma E.060: la de gravedad $1,4 CM$ más $1,7 CV$, las de sismo con gravedad plena $1,25$ por la suma de CM y CV más o menos CS , y las de sismo con gravedad reducida $0,9 CM$ más o menos CS .
3. Reducir las nueve combinaciones nominales a las cinco efectivas de cada pórtico plano, que solo recibe el sismo de su propia dirección.
4. Resolver cada combinación con el motor matricial y obtener su diagrama de momento flector y su diagrama de fuerza cortante.
5. Trazar la envolvente tomando el mayor y el menor valor, punto a punto, sobre las cinco combinaciones.
6. Leer qué combinación gobierna cada sección, distinguiendo dónde manda la gravedad y dónde manda el sismo.

Los numerales 6.1 a 6.5 desarrollan estos pasos para los pórticos de los ejes 2 y B.

Este capítulo integra los dos anteriores: las cargas de gravedad resueltas en el Capítulo 4 y la acción sísmica repartida en el Capítulo 5 confluyen aquí en las combinaciones de carga última de la Norma E.060, de las que sale la envolvente con la que realmente se diseña. Si el Capítulo 4 respondió cuánto exige la gravedad y el Capítulo 5 cuánto exige el sismo, este capítulo responde la pregunta de diseño: cuál es la peor sollicitación que cada sección debe resistir.

El lector aprenderá a construir una envolvente de diseño completa: qué combinaciones exige el Artículo 9.2 de la E.060 y por qué existe cada una, cómo se reducen las combinaciones nominales a las efectivas de cada pórtico plano, y cómo se lee el resultado en términos físicos: qué elementos gobierna la gravedad, cuáles gobierna el sismo y qué papel cumple la combinación con gravedad estabilizante. Los prerrequisitos son los numerales 4.4 a 4.6 (diagramas de gravedad y alternancia de carga viva) y 5.4 a 5.7 (estados sísmicos y diagramas de sismo).

El recorrido es el siguiente: las combinaciones de carga última (6.1), la envolvente del pórtico descargado del eje 2 (6.2), la del pórtico cargado del eje B (6.3), la envolvente de columnas (6.4) y la identificación de las combinaciones gobernantes, con su lectura estructural y su validación por doble camino (6.5).

El presente capítulo es el cierre técnico del análisis estructural de la edificación: integra las sollicitaciones de gravedad determinadas en el Capítulo 4 con las sollicitaciones sísmicas determinadas en el Capítulo 5, mediante las combinaciones de carga de resistencia última que establece el Artículo 9.2 de la Norma Técnica E.060, Concreto Armado [2]. El producto de esta integración es la envolvente de diseño de los diagramas de momento flector (DMF) y de fuerza cortante (DFC) de las vigas y columnas de los dos pórticos representativos de la edificación, el pórtico del eje 2 en la dirección S-X y el pórtico del eje B en la dirección S-Y, que son las sollicitaciones con las que se efectuaría el diseño por flexión y por fuerza cortante de dichos elementos.

Los ingredientes de la combinación provienen íntegramente de los capítulos anteriores. Del Capítulo 4 se toman los estados de gravedad: la carga muerta (CM) y la carga viva (CV), resueltas por el método matricial de rigidez sobre cada pórtico plano, incluyendo el estudio de la alternancia de la carga viva desarrollado en el numeral 4.6. Del Capítulo 5 se toma la carga de sismo (CS): las fuerzas laterales del análisis estático de fuerzas equivalentes de la Norma E.030, repartidas entre los pórticos por el análisis pseudo-tridimensional y expresadas como la envolvente de los estados sísmicos con excentricidad accidental en cada dirección (SX para el eje 2, SY para el eje B), conforme a los numerales 5.4 y 5.5. De este modo, cada pórtico se combina con las mismas cargas verticales y con la componente sísmica contenida en su propio plano.

La razón de ser de la envolvente es que ninguna combinación individual gobierna todas las secciones de la estructura a la vez. La acción sísmica es reversible, por lo que cada combinación con sismo se evalúa con ambos signos, y la combinación que produce el máximo momento en el apoyo de una viga no es necesariamente la que produce el máximo momento en el pie de una columna o en el centro de un vano. La envolvente se construye, entonces, como el contorno de valores máximos y mínimos, punto a punto a lo largo de

cada elemento, sobre el conjunto completo de combinaciones aplicables, y ese contorno es el que se dibuja como envolvente de DMF y de DFC para cada pórtico.

Todos los estados de carga y todas las combinaciones del capítulo se calcularon con el motor matricial de rigidez de implementación propia, el mismo empleado en los Capítulos 4 y 5, validado de forma independiente contra OpenSeesPy con un error máximo de 0,00000 % en la comparación combinación por combinación, y contrastado además con los ejemplos resueltos del material de cátedra. El capítulo se organiza así: el numeral 6.1 presenta las combinaciones de carga última del Artículo 9.2 de la E.060 y su aplicación a cada pórtico plano; los numerales 6.2 y 6.3 desarrollan las envolventes de DMF y DFC de los pórticos de los ejes 2 y B, respectivamente; el numeral 6.4 tabula la envolvente de las columnas; y el numeral 6.5 identifica las combinaciones gobernantes y ofrece la lectura física del contraste entre gravedad y sismo.

6.1 Combinaciones de carga última (Norma E.060, Art. 9.2)

El diseño de los elementos de concreto armado se efectúa por el método de resistencia, en el cual la resistencia requerida U de cada sección debe ser como mínimo el efecto de las cargas de servicio amplificadas por los factores de carga que fija la norma [2]. Para las cargas de gravedad, el numeral 9.2.1 del Artículo 9.2 de la Norma E.060 establece la combinación fundamental [2]:

$$U = 1,4 CM + 1,7 CV \quad (\text{ec. 9-1, Art. 9.2.1})$$

Esta es la combinación de gravedad pura. Los factores 1,4 y 1,7 reflejan la distinta incertidumbre de cada carga: la carga muerta se conoce con mayor precisión que la carga viva, cuya magnitud y distribución real sobre la estructura son variables. En este capítulo la carga viva entra con todos los tramos cargados, condición adoptada como estado base del análisis; el efecto de la alternancia de la carga viva ya quedó desplegado y cuantificado en el numeral 4.6, donde se verificó que los patrones de damero incrementan los momentos de vano en magnitudes pequeñas y no alteran el momento del apoyo central, que es la sección que gobierna la envolvente de la viga cargada.

Cuando el diseño debe considerar cargas de sismo (CS), el numeral 9.2.3 del mismo artículo exige evaluar, además de la ecuación (9-1), las dos combinaciones siguientes [2]:

$$U = 1,25 (CM + CV) \pm CS \quad (\text{ec. 9-4, Art. 9.2.3})$$

$$U = 0,9 CM \pm CS \quad (\text{ec. 9-5, Art. 9.2.3})$$

La ecuación (9-4) representa la situación de máxima gravedad concurrente con el sismo: las cargas muerta y viva, amplificadas por 1,25, actúan simultáneamente con la acción sísmica. La ecuación (9-5) representa la situación opuesta, de mínima gravedad concurrente: la carga muerta se reduce con el factor 0,9 y la carga viva se omite. Esta segunda combinación no es redundante, sino que protege contra los efectos de volteo y de tracción en aquellas secciones donde la gravedad ayuda a la estabilidad: si el peso propio contrarresta al sismo, suponerlo pleno estaría del lado inseguro, y por eso la norma obliga a verificar el caso en que solo se cuenta con el 90 % de la carga muerta [2]. En ambas ecuaciones la carga de sismo entra con los dos signos ($\pm CS$) porque la acción sísmica es reversible: el sismo puede actuar en un sentido o en el contrario, y las solicitaciones que

induce cambios de signo con él. Cabe agregar que, conforme al numeral 9.2.4, no es necesario considerar las acciones de sismo y de viento en forma simultánea [2]; el viento no es acción de diseño en este proyecto.

Con la carga de sismo actuando en las dos direcciones principales de la edificación (SX , SY) y con ambos signos, el juego nominal completo del Artículo 9.2 consta de nueve combinaciones: una de la ecuación (9-1), cuatro de la ecuación (9-4) y cuatro de la ecuación (9-5). Ahora bien, el análisis de esta obra se efectúa sobre pórticos planos, y un pórtico plano solo es solicitado por la componente de sismo contenida en su propio plano: el pórtico del eje 2 resiste la componente SX y el pórtico del eje B la componente SY . En cada pórtico, la carga CS es la envolvente de los estados sísmicos con excentricidad accidental definida en el numeral 5.4: para el eje 2, $SX = \text{env}(SX1, SX2)$, con fuerzas de nivel [5,023, 8,599] t, idénticas en ambos estados por la simetría de la planta; para el eje B, $SY = \text{env}(SY1, SY2)$, con fuerzas de nivel [3,891, 6,681] t obtenidas del reparto pseudo-tridimensional del numeral 5.5. La Tabla 6.1 resume el juego nominal y su aplicación a cada pórtico.

Tabla 6.1. Combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060 [2] y su aplicación a los pórticos planos analizados.

N.º	Combinación	Ecuación E.060	Pórtico eje 2 (S-X)	Pórtico eje B (S-Y)
1	$1,4 CM + 1,7 CV$	(9-1), Art. 9.2.1	Sí	Sí
2	$1,25 (CM + CV) + SX$	(9-4), Art. 9.2.3	Sí	No (fuera del plano)
3	$1,25 (CM + CV) - SX$	(9-4), Art. 9.2.3	Sí	No (fuera del plano)
4	$1,25 (CM + CV) + SY$	(9-4), Art. 9.2.3	No (fuera del plano)	Sí
5	$1,25 (CM + CV) - SY$	(9-4), Art. 9.2.3	No (fuera del plano)	Sí
6	$0,9 CM + SX$	(9-5), Art. 9.2.3	Sí	No (fuera del plano)
7	$0,9 CM - SX$	(9-5), Art. 9.2.3	Sí	No (fuera del plano)
8	$0,9 CM + SY$	(9-5), Art. 9.2.3	No (fuera del plano)	Sí
9	$0,9 CM - SY$	(9-5), Art. 9.2.3	No (fuera del plano)	Sí

Nota. Adaptada de [2].

De este modo, las nueve combinaciones nominales se reducen a cinco combinaciones efectivas por pórtico: la combinación de gravedad de la ecuación (9-1), las dos de la ecuación (9-4) con la componente sísmica del plano en ambos signos, y las dos de la ecuación (9-5) en ambos signos. Sobre estas cinco combinaciones se construye la envolvente de diseño: para cada pórtico, los cinco estados combinados se resuelven con el motor matricial propio, aplicando el mismo método de rigidez del docente, y la envolvente se toma como el contorno de valores máximos y mínimos, punto a punto, de los diagramas de momento flector y de fuerza cortante de vigas y columnas. Los numerales 6.2 y 6.3 presentan los resultados de este proceso para los pórticos de los ejes 2 y B, respectivamente.

6.2 ENVOLVENTE DEL PÓRTICO S-X (EJE 2)

6.2.1 Condición de sollicitación del pórtico

El pórtico del eje 2 llega a este capítulo con una condición de carga singular, establecida en el numeral 4.4: por la condición unidireccional del aligerado, sus vigas no reciben carga tributaria de losa y su única sollicitación de gravedad es el peso propio ($CM = 0,360 \text{ t/m}$, $CV = 0$), con un momento máximo de servicio de apenas $0,836 \text{ tonf}\cdot\text{m}$. La acción sísmica, en cambio, sí lo solicita de lleno: del análisis pseudo-3D del numeral 5.5, este pórtico toma las fuerzas laterales $F = [5,023, 8,599] \text{ t}$ en los niveles 1 y 2 respectivamente (un tercio del cortante basal $V = 40,867 \text{ t}$, por simetría de la planta en la dirección X), que producen un momento máximo de sismo en vigas de $5,258 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ (numeral 5.7). La envolvente de este pórtico es, por tanto, el caso de estudio del gobierno sísmico puro sobre vigas.

Sobre los diagramas de gravedad del Capítulo 4 y el estado sísmico $CS = SX$ del Capítulo 5 se aplican las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2 de la Norma E.060 [2] definidas en el numeral 6.1: $U = 1,4 CM + 1,7 CV$, $U = 1,25 (CM + CV) \pm CS$ y $U = 0,9 CM \pm CS$. Como la carga viva de estas vigas es nula, la primera combinación se reduce a $U = 1,4 CM$. Todos los valores provienen del motor matricial de rigidez directa, validado contra OpenSeesPy con error de 0,0000 por ciento (numeral 6.5).

6.2.2 Sollicitaciones de las vigas por combinación

La Tabla 6.2 resume el momento flector y el cortante máximos (en valor absoluto) de las vigas del pórtico bajo cada una de las cinco combinaciones, junto con la envolvente resultante.

Tabla 6.2. Momento y cortante máximos de las vigas del pórtico S-X (eje 2) por combinación de carga última.

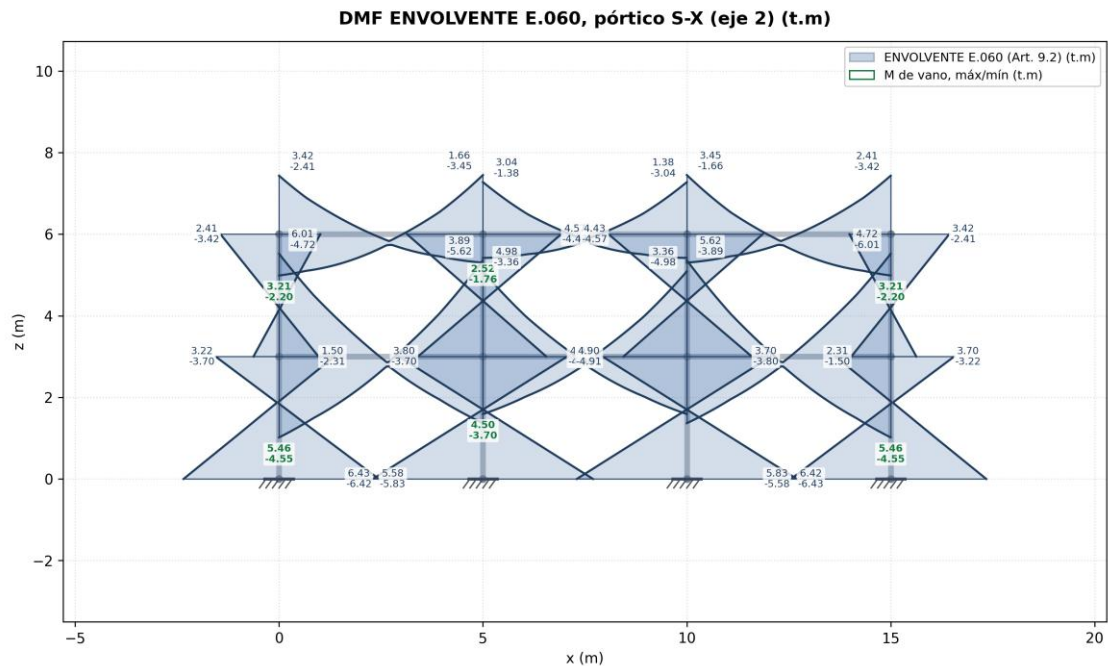
Combinación (E.060, Art. 9.2)	M máx viga (tonf·m)	V máx viga (t)
$1,4 CM + 1,7 CV$	1,170	1,363
$1,25 (CM + CV) + CS$	6,005	3,151
$1,25 (CM + CV) - CS$	6,005	3,151
$0,9 CM + CS$	5,796	2,821
$0,9 CM - CS$	5,796	2,821
Envolvente	6,005	3,151

La lectura de la tabla es clara: la combinación puramente gravitatoria produce momentos de $1,170 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ como máximo, mientras que las cuatro combinaciones con sismo superan los $5,7 \text{ tonf}\cdot\text{m}$, cinco veces más. Las combinaciones gobernantes son las del par $1,25 (CM + CV) \pm CS$, que alcanzan $6,005 \text{ tonf}\cdot\text{m}$ en las caras exteriores de las vigas del Nivel 1 (nudos A y D); los dos signos de CS arrojan el mismo pico por la simetría del pórtico, cada uno en el extremo opuesto. Las combinaciones $0,9 CM \pm CS$ no gobiernan la ordenada máxima, pero cumplen su rol normativo: al reducir la gravedad estabilizante al 90 por ciento maximizan la ordenada de signo invertido, y son las que fijan varios de los

mínimos de la envolvente (por ejemplo, el momento positivo de 4,719 tonf·m en la cara del nudo A del Nivel 1).

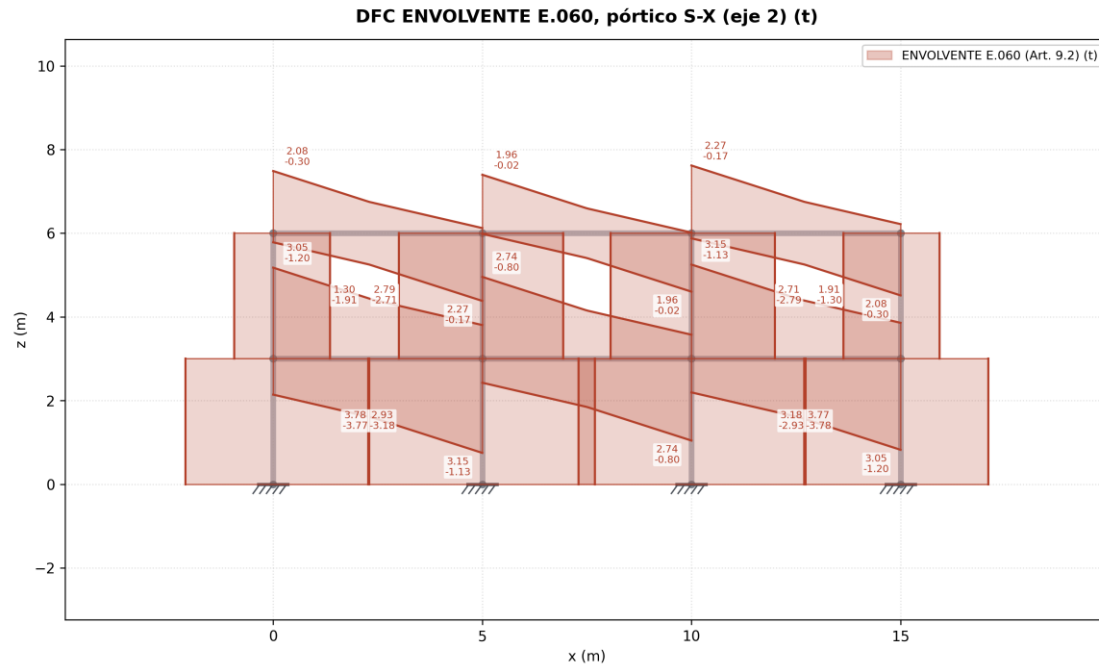
6.2.3 Envolvente de DMF y DFC

Las Figuras 6.1 y 6.2 presentan la envolvente de momento flector (ver Figura 6.1) y la envolvente de fuerza cortante (ver Figura 6.2) del pórtico completo, con las ordenadas de diseño rotuladas en las caras de las vigas y en pie y cabeza de las columnas.



CS = SX (fuerzas laterales del reparto pseudo-3D, numeral 5.5.6; N1 = 5.023 t, N2 = 8.599 t).
 Método directo de rigidez (src/physics/rigidez_directa_2d.py). Banda = contorno máx/mín punto a punto de las combinaciones E.060 (Art. 9.2): 1.4CM+1.7CV,
 1.25(CM+CV)+CS, 1.25(CM+CV)-CS, 0.9CM+CS, 0.9CM-CS.
 Rótulo en cada sección: valor máx arriba, valor mín abajo (con signo, como el CSV del report). M+ (tracción inferior) hacia abajo, convención peruana.

Figura 6.1. Envolvente de DMF del pórtico S-X (eje 2), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.



CS = SX (fuerzas laterales del reparto pseudo-3D, numeral 5.5.6: N1 = 5.023 t, N2 = 8.599 t).
 Método directo de rigidez (src/physics/rigidez_directa_2d.py). Banda = contorno máx/mín punto a punto de las combinaciones E.060 (Art. 9.2): 1.4CM+1.7CV,
 1.25(CM+CV)+CS, 1.25(CM+CV)-CS, 0.9CM+CS, 0.9CM-CS.
 Rótulo en cada sección: valor máx arriba, valor mín abajo (con signo, como el CSV del report). M+ (tracción inferior) hacia abajo, convención peruana.

Figura 6.2. Envolvente de DFC del pórtico S-X (eje 2), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

La Tabla 6.3 tabula la envolvente por sección de cada viga: momento negativo (tracción en la fibra superior) y momento positivo (tracción en la fibra inferior) en cada apoyo, extremos del momento de vano y cortante máximo. Los valores se listan en magnitud.

Tabla 6.3. Envolvente de las vigas del pórtico S-X (eje 2) por sección, tramo y nivel.

Nivel	Tramo	M ⁻ ap. izq (tonf·m)	M ⁺ ap. izq (tonf·m)	M ⁻ ap. der (tonf·m)	M ⁺ ap. der (tonf·m)	M ⁺ vano (tonf·m)	M ⁻ vano (tonf·m)	V máx (t)
N1 (entrepiso)	A-B	6,005	4,719	5,619	3,888	5,464	4,554	3,151
N1 (entrepiso)	B-C	4,977	3,355	4,977	3,355	4,497	3,701	2,739
N1 (entrepiso)	C-D	5,619	3,888	6,005	4,719	5,464	4,554	3,151
N2 (azotea)	A-B	3,418	2,410	3,455	1,657	3,212	2,196	2,265
N2 (azotea)	B-C	3,043	1,384	3,043	1,384	2,520	1,761	1,956
N2 (azotea)	C-D	3,455	1,657	3,418	2,410	3,212	2,196	2,265

Nota técnica sobre el vano: en las combinaciones que incluyen CS, la ordenada de vano se obtiene superponiendo los valores de vano de cada estado de carga con la convención de viga simple del motor (numeral 4.3.7). Como el diagrama sísmico es lineal y cambia de signo dentro del tramo, esa superposición constituye una cota superior conservadora del momento de vano de la combinación, y con ese carácter se adopta para el diseño por

flexión. Los valores de apoyo y de cortante son exactos, pues resultan de la superposición lineal directa de las fuerzas de extremo de cada estado.

La física de esta envolvente confirma la lectura anticipada en el numeral 4.4.4: los momentos de las vigas del eje 2 provienen casi íntegramente del sismo. La gravedad aporta 1,170 tonf·m de los 6,005 tonf·m de diseño (menos del 20 por ciento) y el resto lo pone la acción lateral, que además crece hacia el primer nivel, donde el cortante de entrepiso es mayor: las vigas del Nivel 1 quedan más solicitadas (6,005 tonf·m) que las de la azotea (3,455 tonf·m), al revés de lo que produciría la gravedad sola. La consecuencia de diseño es directa: al alternar el signo de CS , toda sección de apoyo experimenta momentos de ambos signos comparables (por ejemplo, 6,005 y 4,719 tonf·m en la cara del nudo A del Nivel 1), de modo que el armado por flexión de estas vigas debe ser prácticamente simétrico, con acero corrido arriba y abajo, tal como exige la lógica sismorresistente para elementos cuya demanda es reversible (ver Figura 6.1). El cortante de diseño, 3,151 t en las caras interiores del Nivel 1, también queda fijado por las combinaciones con sismo (ver Figura 6.2).

6.3 ENVOLVENTE DEL PÓRTICO S-Y (EJE B)

6.3.1 Condición de solicitación del pórtico

El pórtico del eje B es el pórtico cargado de la estructura: sus vigas, perpendiculares a las viguetas, reciben la carga completa del aligerado con un ancho tributario de 5,0 m ($CM = 3,432$ t/m y $CV = 1,000$ t/m en el Nivel 1; $CM = 2,682$ t/m y $CV = 0,500$ t/m en el Nivel 2, numeral 4.1.3). A esa gravedad dominante se suma la acción sísmica en su plano, $CS = SY$: las fuerzas laterales de diseño que toma este pórtico son $F = [3,891, 6,681]$ t en los niveles 1 y 2, valores que corresponden a la envolvente de excentricidad accidental $\pm e$ del análisis pseudo-3D (caso gobernante SY2, numeral 5.5). Las combinaciones incorporan así estados que ya son envolventes en sí mismos: la carga viva entra plena en todos los tramos, condición adoptada como estado base (numeral 6.1) y que gobierna el apoyo central (la alternancia de carga viva quedó desplegada y cuantificada en el numeral 4.6; frente a la carga plena aquí adoptada, la alternancia coincide en el apoyo central, 22,239 tonf·m, y solo eleva ligeramente el momento gravitatorio del apoyo exterior en 0,199 tonf·m, 13,556 frente a 13,357, y el del vano en 0,632 tonf·m, 12,106 frente a 11,474, diferencias que no gobiernan porque en ambas secciones rige el sismo), y el sismo entra con su excentricidad accidental más desfavorable por nivel (numeral 5.4).

Sobre estos estados se aplican las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2 de la Norma E.060 [2] del numeral 6.1. Todos los valores provienen del motor matricial de rigidez directa, validado contra OpenSeesPy con error de 0,0000 por ciento (numeral 6.5).

6.3.2 Solicitaciones de la viga del Nivel 1 por combinación

La Tabla 6.4 presenta, para la viga del Nivel 1 (tramo 1-2), el momento en sus tres secciones de diseño (apoyo exterior, vano y apoyo central) y el cortante máximo bajo cada combinación. Los momentos de apoyo se listan en magnitud (momento negativo, tracción en la fibra superior) y el momento de vano con su signo.

Tabla 6.4. Momentos y cortante de la viga del Nivel 1 del pórtico S-Y (eje B), tramo 1-2, por combinación de carga última.

Combinación (E.060, Art. 9.2)	M^- apoyo ext (tonf·m)	M vano (tonf·m)	M^- apoyo central (tonf·m)	V máx (t)
1,4 CM + 1,7 CV	13,357	+11,474	22,239	20,995
1,25 (CM + CV) + CS	5,280	+4,202	23,952	19,732
1,25 (CM + CV) – CS	17,505	+15,336	13,908	17,219
0,9 CM + CS	0,301	-0,133	15,539	11,806
0,9 CM – CS	12,526	+11,001	5,496	10,438
Envolvente	17,505	+15,336	23,952	20,995

En el tramo 2-3 los valores de + CS y – CS se intercambian por antisimetría de la acción sísmica, y la envolvente resulta idéntica y simétrica. La tabla exhibe el contraste con el eje 2: aquí la combinación gravitatoria 1,4 CM + 1,7 CV produce por sí sola 22,239 tonf·m en el apoyo central, y la combinación con sismo que gobierna, 1,25 (CM + CV) + CS , apenas la supera con 23,952 tonf·m. Más aún, el cortante de diseño de 20,995 t lo fija directamente la combinación gravitatoria, no las sísmicas. En el apoyo exterior, en cambio, el sismo sí pesa en términos relativos: la envolvente de 17,505 tonf·m (combinación 1,25 (CM + CV) – CS) supera en 31 por ciento los 13,357 tonf·m de la gravedad amplificada, porque sobre un momento gravitatorio menor la misma contribución sísmica rinde más. Las combinaciones 0,9 CM ± CS no gobiernan ninguna sección de este pórtico: con una gravedad tan dominante, reducirla al 90 por ciento aleja las ordenadas de los extremos de diseño y no llega a invertir el signo en ningún apoyo.

En la viga del Nivel 2 (azotea) el patrón se repite con una matización: en su apoyo central la combinación 1,25 (CM + CV) + CS alcanza 16,562 tonf·m y supera por escaso margen a la gravitatoria (16,287 tonf·m), y en el apoyo exterior gobierna 1,25 (CM + CV) – CS con 9,882 tonf·m frente a 7,857 tonf·m de la gravedad, de nuevo por lo reducido del momento gravitatorio exterior.

6.3.3 Envolvente de DMF y DFC

Las Figuras 6.3 y 6.4 presentan la envolvente de momento flector (ver Figura 6.3) y la envolvente de fuerza cortante (ver Figura 6.4) del pórtico completo, con las ordenadas de diseño rotuladas.

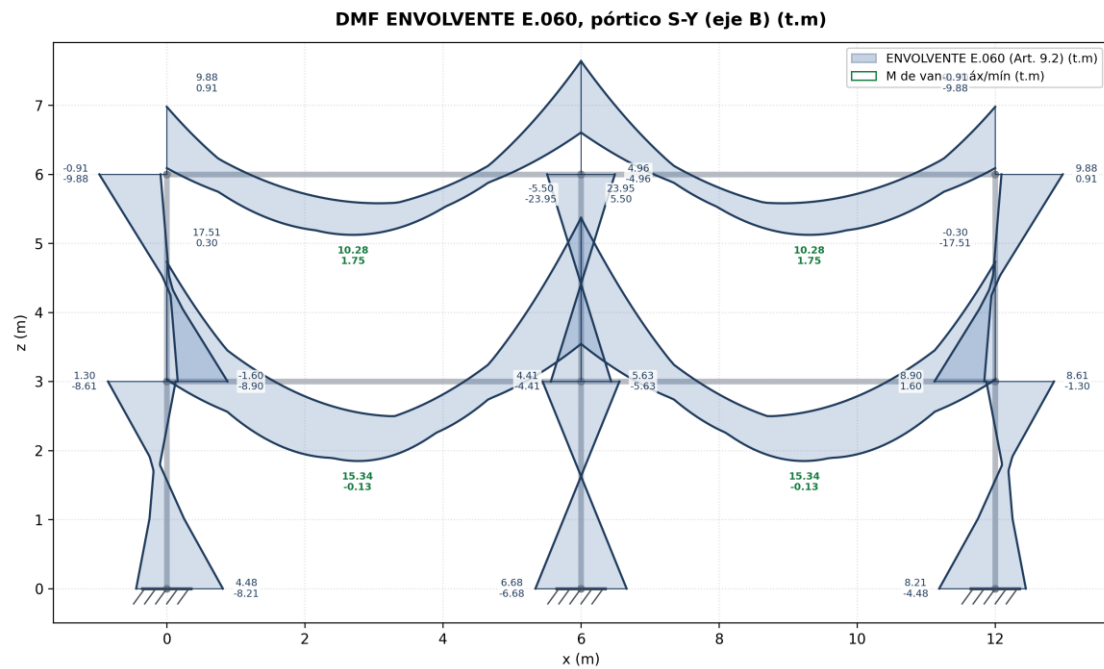


Figura 6.3. Envoltura de DMF del pórtico S-Y (eje B), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

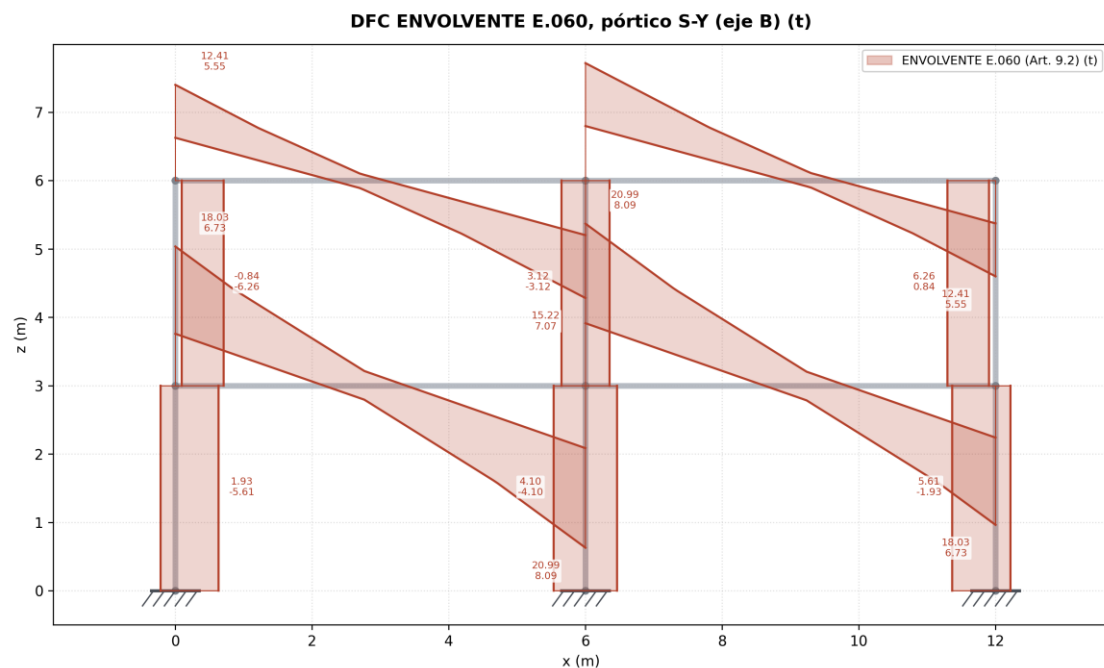


Figura 6.4. Envoltura de DFC del pórtico S-Y (eje B), combinaciones de carga última del Art. 9.2 de la Norma E.060.

La Tabla 6.5 tabula la envoltura por sección de cada viga. A diferencia del eje 2, en este pórtico ninguna sección de apoyo invierte el signo de su momento: se listan por eso el máximo y el mínimo de la demanda de momento negativo en cada apoyo (ambos con

tracción en la fibra superior, en magnitud) y los extremos del momento de vano con su signo. Rige para el vano la salvedad conservadora indicada en el numeral 6.2.3.

Tabla 6.5. Envolvente de las vigas del pórtico S-Y (eje B) por sección, tramo y nivel.

Nivel	Tramo	M^- ap. ext máx (tonf·m)	M^- ap. ext mín (tonf·m)	M^- ap. central máx (tonf·m)	M^- ap. central mín (tonf·m)	M vano máx (tonf·m)	M vano mín (tonf·m)	V máx (t)
N1 (entrepiso)	1-2	17,505	0,301	23,952	5,496	+15,336	-0,133	20,995
N1 (entrepiso)	2-3	17,505	0,301	23,952	5,496	+15,336	-0,133	20,995
N2 (azotea)	1-2	9,882	0,907	16,562	6,113	+10,275	+1,753	15,219
N2 (azotea)	2-3	9,882	0,907	16,562	6,113	+10,275	+1,753	15,219

La lectura física de esta envolvente es el hallazgo central del capítulo: en la viga cargada del edificio, la gravedad aporta el 92,8 por ciento del pico de diseño del apoyo central (22,239 de 23,952 tonf·m) y el sismo lo incrementa en apenas 7,7 por ciento (ver Figura 6.5). Es el comportamiento esperable de una edificación baja y rígida de dos pisos, cuyo cortante basal es moderado frente al peso que carga cada viga del eje B; la conclusión cualitativa de la guía docente, que las combinaciones sísmicas gobiernan cerca de los nudos, se verifica aquí de forma cuantitativa y matizada: gobiernan por margen mínimo en el apoyo central del Nivel 1 (+7,7 por ciento), con holgura relativa en los apoyos exteriores (+31 por ciento) y en cambio no gobiernan el cortante, que queda fijado por $1,4\text{ CM} + 1,7\text{ CV}$ (ver Figura 6.4). Al no haber inversión de signo en ningún apoyo, el armado de estas vigas conserva la jerarquía clásica de una viga continua de gravedad, acero negativo concentrado en el apoyo central y positivo en los vanos, dimensionado con las ordenadas de la Tabla 6.5 (ver Figura 6.3). El contraste con el pórtico del eje 2 (numeral 6.2), cuyas vigas dependen del sismo casi por completo, queda consolidado en la comparación gravedad contra sismo del numeral 6.5.

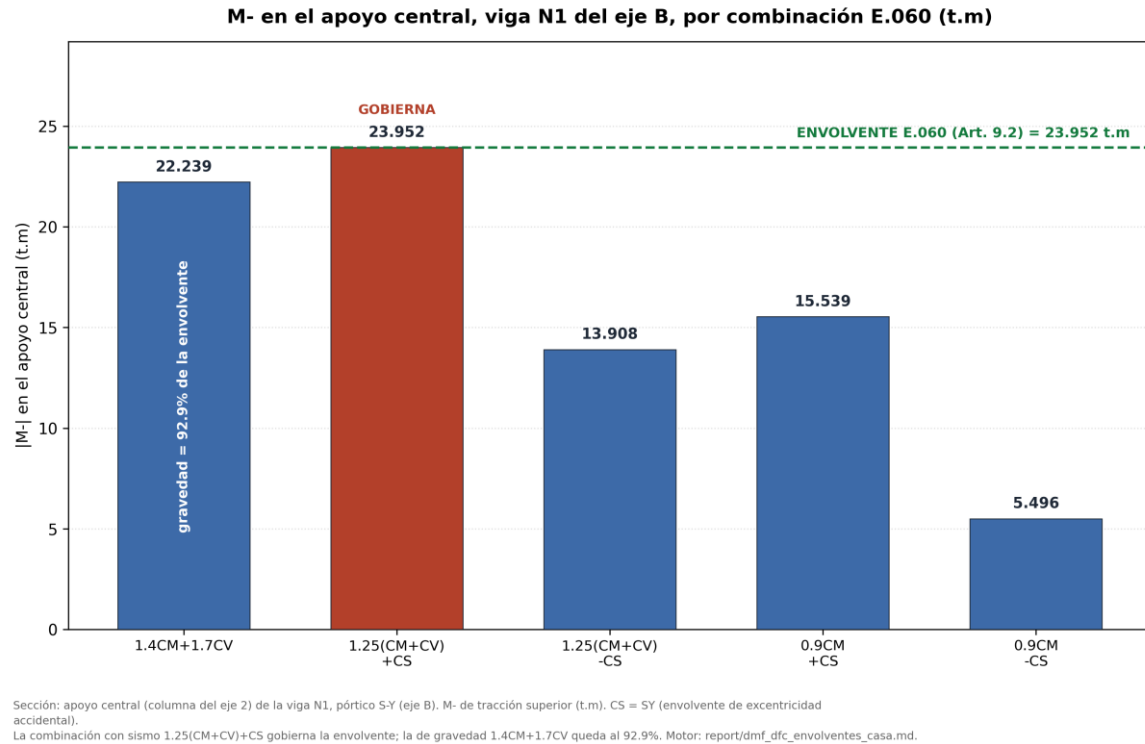


Figura 6.5. Momento negativo del apoyo central de la viga N1 del eje B por combinación E.060; la combinación 1,25 (CM + CV) + CS gobierna la envolvente y la gravedad aporta el 92,8 por ciento.

6.4 Envolvente de columnas

La envolvente de diseño debe cubrir tanto las vigas como las columnas de los pórticos analizados. Las envolventes de vigas quedaron tabuladas y dibujadas en los numerales 6.2 y 6.3; este numeral completa el cuadro con las columnas de ambos pórticos. Para cada columna y nivel se registra el máximo y el mínimo del momento flector en el pie y en la cabeza, y del cortante, sobre las cinco combinaciones efectivas del artículo 9.2 de la Norma E.060 [2] definidas en el numeral 6.1. Los valores provienen del método matricial de rigidez directa, validado contra OpenSeesPy con error 0,0000 por ciento, y se presentan en las tablas que siguen.

6.4.1 Pórtico S-X (eje 2)

La Tabla 6.6 presenta la envolvente de las ocho columnas del pórtico del eje 2 (cuatro por nivel, en las intersecciones con los ejes A, B, C y D).

Tabla 6.6. Envolvente de columnas del pórtico S-X (eje 2): momentos de pie y cabeza y cortantes, máximos y mínimos (M en tonf·m, V en t).

Columna (eje)	Nivel	M pie máx	M pie mín	M cabeza máx	M cabeza mín	V máx	V mín
A	N1	5,577	-5,827	3,224	-3,700	3,176	-3,176
B	N1	6,428	-6,425	4,911	-4,896	3,780	-3,780
C	N1	6,425	-6,428	4,896	-4,911	3,780	-3,780
D	N1	5,827	-5,577	3,700	-3,224	3,176	-3,176
A	N2	1,495	-2,305	2,410	-3,418	1,908	-1,908

Columna (eje)	Nivel	M pie máx	M pie mín	M cabeza máx	M cabeza mín	V máx	V mín
B	N2	3,799	-3,705	4,568	-4,431	2,789	-2,789
C	N2	3,705	-3,799	4,431	-4,568	2,789	-2,789
D	N2	2,305	-1,495	3,418	-2,410	1,908	-1,908

En este pórtico las columnas casi no trabajan por gravedad: la viga del eje 2 solo carga su peso propio (numeral 4.4) y la geometría es simétrica, de modo que la combinación $1,4 CM + 1,7 CV$ produce momentos de columna que no pasan de 0,656 tonf·m. El sismo cambia la escala por completo: la envolvente alcanza 6,428 tonf·m en el pie de las columnas interiores del primer nivel (ejes B y C), casi diez veces la demanda de gravedad amplificada. La combinación gobernante es $1,25 (CM + CV) + SX$, con su simétrica $1,25 (CM + CV) - SX$ gobernando los mínimos. El cortante máximo de columna es 3,780 t, también en las columnas interiores del primer nivel.

6.4.2 Pórtico S-Y (eje B)

La Tabla 6.7 presenta la envolvente de las seis columnas del pórtico del eje B (tres por nivel, en las intersecciones con los ejes 1, 2 y 3).

Tabla 6.7. Envolvente de columnas del pórtico S-Y (eje B): momentos de pie y cabeza y cortantes, máximos y mínimos (M en tonf·m, V en t).

Columna (eje)	Nivel	M pie máx	M pie mín	M cabeza máx	M cabeza mín	V máx	V mín
1	N1	4,479	-8,212	1,303	-8,607	5,606	-5,606
2	N1	6,676	-6,676	5,629	-5,629	4,102	-4,102
3	N1	8,212	-4,479	8,607	-1,303	5,606	-5,606
1	N2	-1,604	-8,898	-0,907	-9,882	6,260	-6,260
2	N2	4,414	-4,414	4,960	-4,960	3,125	-3,125
3	N2	8,898	1,604	9,882	0,907	6,260	-6,260

En el pórtico cargado la gravedad sí genera momentos de columna apreciables: el mayor momento de servicio por carga muerta es 4,473 tonf·m, en la cabeza de las columnas exteriores del segundo nivel, donde el nudo esquinero de azotea obliga a la columna a equilibrar íntegramente el momento del extremo de la viga (numeral 4.5). Aun así, el sismo domina el diseño: la envolvente lleva esa misma sección a 9,882 tonf·m, es decir 2,2 veces la demanda de carga muerta, bajo la combinación gobernante $1,25 (CM + CV) + SY$ (y su simétrica $-SY$ en la columna opuesta). Incluso frente a la gravedad ya amplificada, que en esa cabeza entrega 7,857 tonf·m con $1,4 CM + 1,7 CV$, las combinaciones con sismo suben la demanda un 26 por ciento adicional. El peso de la gravedad en este pórtico se nota en un detalle de la tabla: en las columnas exteriores del segundo nivel el momento no llega a cambiar de signo bajo ninguna combinación (rango de pie de $-8,898$ a $-1,604$ tonf·m en el eje 1), porque la componente gravitatoria es demasiado grande para que el sismo la revierta. El cortante máximo de columna es 6,260 t, en las columnas exteriores del segundo nivel.

6.4.3 Distribución de las demandas y papel de la combinación $0,9 CM \pm CS$

Las demandas se concentran donde la teoría lo anticipa: en los pies del primer nivel, por el empotramiento en la base (6,428 tonf·m en el eje 2 y 8,212 tonf·m en el eje B), y en las cabezas de las columnas que reciben nudos muy solicitados, con el máximo absoluto de columnas en la cabeza del segundo nivel del eje B (9,882 tonf·m) por el equilibrio del nudo esquinero de azotea.

La combinación $0,9 CM \pm CS$ [2] no gobierna la flexión, pero cumple un papel que la tabla de momentos no muestra: protege el escenario en que la gravedad estabiliza. En flexión, las dos familias sísmicas entregan casi lo mismo cuando la gravedad aporta poco (en la columna B del eje 2 el pie da 6,42832 tonf·m con $1,25 (CM + CV) + SX$ y 6,42771 tonf·m con $0,9 CM + SX$); lo que cambia es la carga axial concomitante. En el eje 2, la columna extrema del primer nivel pasa de una compresión de 2,359 t bajo $1,4 CM + 1,7 CV$ a una tracción neta de 1,506 t bajo $0,9 CM + SX$: con la gravedad reducida al 90 por ciento, el volteo sísmico deja la columna de barlovento traccionada. En el eje B no aparece tracción por lo pesado del pórtico, pero la axial mínima concomitante cae de forma drástica: de 30,443 a 12,274 t en la columna exterior del primer nivel, y de 12,409 a 5,547 t en las del segundo. Ese es precisamente el caso crítico de la flexocompresión con carga axial baja, y por eso la norma exige verificarlo de forma explícita.

6.5 Combinaciones gobernantes y lectura estructural

Este numeral sintetiza el capítulo: identifica, para cada familia de elementos, qué combinación del artículo 9.2 de la Norma E.060 [2] entrega el valor de diseño, y extrae la lectura física que ordena todo el análisis de los Capítulos 4, 5 y 6. La Tabla 6.8 resume las solicitaciones de diseño de ambos pórticos con su combinación gobernante.

Tabla 6.8. Solicitaciones de diseño y combinación gobernante por elemento (valores de las envolventes de los numerales 6.2, 6.3 y 6.4).

Elemento	Solicitación	Valor de diseño	Combinación gobernante
Viga eje B, N1, apoyo central	Flexión (M^-)	23,952 tonf·m	$1,25 (CM + CV) + SY$, con la gravedad aportando el 92,8 por ciento
Viga eje B, N1, apoyo central	Cortante (V)	20,995 t	$1,4 CM + 1,7 CV$ (gravedad pura)
Viga eje 2, N1, nudo extremo	Flexión (M)	6,005 tonf·m	$1,25 (CM + CV) + SX$, con el sismo aportando el 87,6 por ciento
Columna eje 2, ejes B y C, pie N1	Flexión (M)	6,428 tonf·m	$1,25 (CM + CV) + SX$
Columna eje B, eje 3, cabeza N2	Flexión (M)	9,882 tonf·m	$1,25 (CM + CV) + SY$
Columna eje B, ejes 1 y 3, N2	Cortante (V)	6,260 t	$1,25 (CM + CV) + SY$
Columnas, ambos pórticos	Axial mínima / tracción	-1,506 t (eje 2, extrema N1)	$0,9 CM + SX$ (numeral 6.4.3)

Los valores simétricos (combinaciones con $-SX$ o $-SY$) gobiernan las secciones espejo de cada pórtico; la tabla lista el caso positivo por brevedad.

6.5.1 Lectura física: qué gobierna a quién

(a) La viga del pórtico cargado la gobierna, en la práctica, la gravedad. En el apoyo central del eje B la combinación de gravedad pura $1,4 CM + 1,7 CV$ entrega por sí sola 22,239 tonf·m (numeral 4.6, con la carga viva de la Norma E.020 [3] actuando plena), el 92,8 por ciento del valor de diseño de 23,952 tonf·m. La combinación con sismo la supera por apenas 1,713 tonf·m, un 7,7 por ciento adicional. En cortante el sismo ni siquiera alcanza: el valor de diseño de 20,995 t es directamente el de $1,4 CM + 1,7 CV$. La razón es doble: la vivienda es rígida y de solo dos pisos, por lo que las fuerzas sísmicas repartidas al pórtico (numeral 5.5) producen momentos de viga moderados, y la viga del eje B recibe toda la carga del aligerado con 5,0 m de ancho tributario, por lo que su demanda gravitatoria es alta de partida.

(b) La viga del pórtico descargado la gobierna el sismo. La viga del eje 2 no recibe carga del aligerado unidireccional (las viguetas corren paralelas a ella, numeral 4.1) y trabaja solo con su peso propio: su momento máximo por carga muerta es 0,836 tonf·m. La envolvente la lleva a 6,005 tonf·m, 7,2 veces más, y dentro de la combinación gobernante $1,25 (CM + CV) + SX$ el estado sísmico aporta 5,258 de los 6,005 tonf·m, el 87,6 por ciento de la demanda.

(c) Las columnas las gobierna el sismo en ambos pórticos. En el eje B, el momento de columna pasa de 4,473 tonf·m por carga muerta a 9,882 tonf·m de envolvente, 2,2 veces; en el eje 2, de 0,469 a 6,428 tonf·m, 13,7 veces. El peso relativo del sismo, medido contra la gravedad amplificada en la misma sección, crece del 7,7 por ciento en la viga cargada, al 26 por ciento en la columna más exigida del eje B, hasta ser prácticamente la totalidad de la demanda en el pórtico del eje 2. El patrón es coherente con la mecánica del pórtico: la gravedad genera flexión grande en las vigas cargadas pero momentos de columna comparativamente chicos (en un entramado regular las columnas reciben sobre todo carga axial), mientras que la fuerza lateral de los estados sísmicos de la Norma E.030 [1] (numeral 5.4) entra al sistema precisamente como flexión de columnas y de nudos.

Conclusión de diseño. En esta vivienda rígida de dos pisos conviven dos familias de solicitaciones que el diseño en concreto armado debe atender por separado: las vigas del pórtico cargado se dimensionan por flexión y cortante esencialmente gravitatorios (con la alternancia de carga viva ya cuantificada en el numeral 4.6), mientras que las columnas de ambos pórticos, los nudos y las vigas del pórtico descargado deben su demanda al sismo, incluida la verificación con gravedad estabilizante $0,9 CM \pm CS$ que revela tracción neta en las columnas del eje 2 (numeral 6.4.3). Ninguna combinación del artículo 9.2 [2] es redundante: cada una gobierna en algún elemento o escenario de esta estructura.

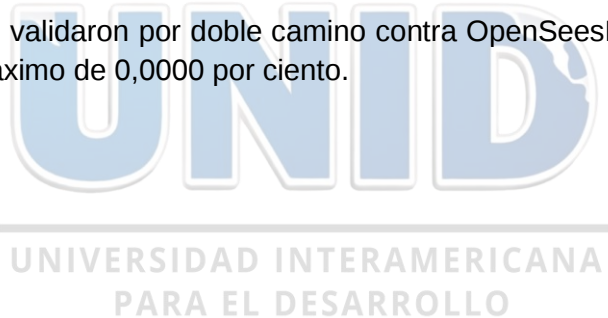
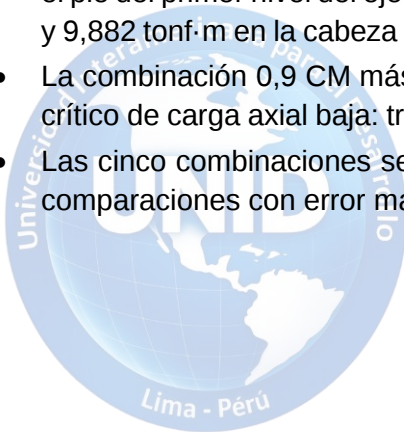
6.5.2 Validación de las combinaciones por doble camino

Cada combinación de carga última se recalculó de forma independiente por dos caminos: el método matricial de rigidez directa y un modelo en OpenSeesPy con las mismas cargas combinadas (gravedad distribuida más fuerzas sísmicas nodales). La comparación de las componentes de fuerza interna (momentos flectores M , cortantes V y fuerza axial N) en las secciones de las columnas de ambos pórticos, a lo largo de las cinco combinaciones efectivas, totaliza 342 comparaciones con un error máximo de 0,0000 por ciento, muy por debajo del umbral de 1 por ciento fijado como criterio. Las vigas quedaron validadas por

componentes con el mismo rigor (carga muerta y carga viva en el numeral 4.3.7, sismo en el Capítulo 5, ambas con error de 0,0000 por ciento); al ser el análisis lineal, toda combinación de estados validados hereda esa validez. Las envolventes de este capítulo descansan, por lo tanto, en resultados verificados de extremo a extremo.

Lo esencial de este capítulo

- Las nueve combinaciones nominales del Art. 9.2 de la E.060 se reducen a cinco efectivas por pórtico plano: 1,4 CM + 1,7 CV, 1,25 (CM + CV) más/menos CS y 0,9 CM más/menos CS, con CS igual a SX o SY según el plano del pórtico.
- En la viga cargada del eje B gobierna la gravedad: el momento de diseño del apoyo central es 23,952 tonf·m y la gravedad pura aporta el 92,8 por ciento (22,239 tonf·m); el cortante de diseño, 20,995 t, lo fija directamente 1,4 CM + 1,7 CV.
- En la viga descargada del eje 2 gobierna el sismo: la envolvente alcanza 6,005 tonf·m, con el estado sísmico aportando el 87,6 por ciento, y exige armado prácticamente simétrico por la reversibilidad de la acción.
- Las columnas quedan gobernadas por el sismo en ambos pórticos: 6,428 tonf·m en el pie del primer nivel del eje 2 (casi diez veces la demanda de gravedad amplificada) y 9,882 tonf·m en la cabeza del segundo nivel del eje B (2,2 veces la carga muerta).
- La combinación 0,9 CM más/menos CS no gobierna la flexión, pero revela el caso crítico de carga axial baja: tracción neta de 1,506 t en la columna extrema del eje 2.
- Las cinco combinaciones se validaron por doble camino contra OpenSeesPy: 342 comparaciones con error máximo de 0,0000 por ciento.



Capítulo 6. Ejercicios de envolventes de diseño y combinaciones de carga (E.060, Art. 9.2)

Los ejercicios de este capítulo se construyen sobre el mismo edificio del texto: una vivienda de dos pisos de pórticos de concreto armado, de planta rectangular $15,0 \times 12,0$ m, en Huancayo (Zona 3, perfil de suelo S3). El análisis por combinaciones de carga última de la Norma E.060 se efectúa sobre dos pórticos planos representativos: el pórtico del eje 2 (dirección S-X), cuyas vigas no reciben carga del aligerado unidireccional y trabajan casi solo con su peso propio, y el pórtico del eje B (dirección S-Y), que es el pórtico cargado del edificio, con vigas que reciben la losa completa en un ancho tributario de 5,0 m ($CM = 3,432$ t/m y $CV = 1,000$ t/m en el Nivel 1). Las fuerzas laterales de diseño que toma cada pórtico del análisis pseudo-tridimensional del Capítulo 5 son $F = [5,023, 8,599]$ t en el eje 2 y $F = [3,891, 6,681]$ t en el eje B.

El Artículo 9.2 de la Norma E.060 fija las combinaciones de carga última. Con carga de sismo, las nueve combinaciones nominales se reducen a **cinco combinaciones efectivas por pórtico plano**, pues un pórtico plano solo lo solicita la componente de sismo contenida en su propio plano:

$$U = 1,4 CM + 1,7 CV \quad (\text{ec. 9-1, gravedad})$$

$$U = 1,25 (CM + CV) \pm CS \quad (\text{ec. 9-4, máxima gravedad concurrente})$$

$$U = 0,9 CM \pm CS \quad (\text{ec. 9-5, mínima gravedad concurrente})$$

La envolvente de diseño es el contorno de valores máximos y mínimos, punto a punto, de los diagramas de momento flector (DMF) y de fuerza cortante (DFC) sobre esas cinco combinaciones. Cada ejercicio modifica un dato o cambia la sección de estudio y pide construir o leer la envolvente. El solucionario desarrolla cada paso y contrasta el resultado con el motor matricial propio del libro, de modo que **todas las respuestas están verificadas numéricamente** y no calculadas a mano. La convención de signos de la fuerza axial del motor es $N > 0$ compresión, $N < 0$ tracción.

Ejemplo desvanecido: de los estados separados a la combinación que gobierna

Los cuatro ejercicios que siguen te piden construir envolventes por tu cuenta, y ahí aparece el salto de siempre: en el texto viste las combinaciones ya resueltas, pero mirar cómo se arma la envolvente no es lo mismo que saber armarla. Este ejemplo es el puente. Vamos a recorrer una sola sección tres veces, soltándote la mano un poco más en cada pasada: primero resuelvo yo las cinco combinaciones enteras, después completas tú las dos que fijan el resultado, y al final te doy solo la respuesta de una sección distinta para que verifiques la tuya. Es la forma honesta de interiorizar el Artículo 9.2: no memorizando cuál combinación gana, sino descubriendo por qué gana.

El problema es el del texto: el apoyo central de la viga del Nivel 1 del pórtico cargado (eje B, S-Y). Los tres análisis por estado separado del edificio entregan, en esa sección, momentos de la misma naturaleza (negativo de apoyo, tracción en la fibra superior): carga muerta $CM = 11,686$ tonf·m, carga viva $CV = 3,458$ tonf·m y estado sísmico del plano $CS = 5,022$ tonf·m.

Nivel 1. Resuelto completo

Paso 1. Por qué cinco combinaciones y no nueve. El Artículo 9.2 de la E.060 lista nueve combinaciones últimas, pero un pórtico plano solo lo solicita la componente de sismo contenida en su propio plano; las que llevan el sismo transversal no lo tocan. Quedan entonces cinco combinaciones efectivas: la gravitatoria pura (ec. 9-1) y las cuatro sísmicas con los dos signos de CS (ec. 9-4 y 9-5). Un detalle que conviene fijar: el $CS = 5,022$ que entra aquí no cae del cielo, sale del reparto de las fuerzas laterales $F = [3,891, 6,681]$ t que este pórtico toma del análisis pseudo-tridimensional del Capítulo 5.

Paso 2. Sustituir las cinco combinaciones. Como las tres solicitaciones tienen el mismo signo, la aritmética es directa. Ojo con un desliz frecuente: el factor 1,25 multiplica a $(CM + CV)$, a los dos juntos, no solo a la carga muerta.

$$1,4 CM + 1,7 CV = 1,4(11,686) + 1,7(3,458) = 22,239 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

$$1,25 (CM + CV) + CS = 1,25(15,144) + 5,022 = 23,952 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

$$1,25 (CM + CV) - CS = 1,25(15,144) - 5,022 = 13,908 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

$$0,9 CM + CS = 0,9(11,686) + 5,022 = 15,539 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

$$0,9 CM - CS = 0,9(11,686) - 5,022 = 5,496 \text{ tonf}\cdot\text{m}$$

Paso 3. La envolvente y el gobernante. La envolvente es el máximo en magnitud punto a punto sobre las cinco: aquí 23,952 tonf·m, de la combinación $1,25(CM + CV) + CS$ (ec. 9-4). Ese es el momento con el que se dimensiona el acero negativo del apoyo. Ahora el dato que carga toda la lección del capítulo: la gravedad pura sola ya daba 22,239 tonf·m, el 92,8 por ciento del valor de diseño; el sismo apenas suma 1,713 tonf·m. En esta viga cargada gobierna la gravedad, y el sismo es un complemento. Retén el contraste, porque en el Nivel 3 verás una columna donde ocurre exactamente lo opuesto.

Nivel 2. Completa tú las combinaciones que deciden

Misma sección, mismos estados ($CM = 11,686$, $CV = 3,458$, $CS = 5,022$ tonf·m). De las cinco, dos deciden el resultado: la gravitatoria pura, que fija el piso de la demanda, y la sísmica que gobierna. Complétalas tú:

- Gravedad pura (ec. 9-1): $1,4 CM + 1,7 CV = [\quad]$ tonf·m.
- Combinación gobernante (ec. 9-4): $1,25 (CM + CV) + CS = [\quad]$ tonf·m.
- Con ambas, la fracción que aporta la gravedad al diseño: $\frac{1,4 CM + 1,7 CV}{1,25(CM + CV) + CS} = [\quad]$ por ciento.

Si tus casillas no coinciden con las respuestas al pie, casi siempre el desliz está en repartir mal el factor 1,25 (va sobre $CM + CV$, no solo sobre CM). Y un aviso de un error que se cuela más arriba, en el origen del CS : la excentricidad accidental que amplifica la torsión es $e = 0,05$ veces la dimensión en planta PERPENDICULAR a la dirección de análisis (Art. 37 de la E.030), no la luz del vano ni la dimensión paralela. Para el sismo en Y, esa dimensión perpendicular es la del eje X, 15,0 m, de modo que $e_Y = 0,05 \times 15,0 = 0,75$ m; el error típico es tomar la dimensión paralela (12,0 m, la del propio eje Y), que daría $e = 0,60$ m, o directamente olvidar la excentricidad accidental. Con el e correcto, el reparto del eje B con

$\pm e$ queda en $F = [3,891, 6,681]$ t. Si el CS te sale distinto de 5,022, revisa esa excentricidad antes de culpar a la combinación.

Respuestas: $1,4\text{ CM} + 1,7\text{ CV} = 22,239\text{ tonf}\cdot\text{m}$; $1,25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CS} = 23,952\text{ tonf}\cdot\text{m}$; *fracción de gravedad* = 92,8 por ciento.

Nivel 3. Casi solo: verifica tu resultado en la columna

Ahora sin andamiaje, y con un cambio que toca el punto central del capítulo. Toma el pie de la columna interior del Nivel 1 del pórtico DESCARGADO (eje 2, S-X), pero reubica la vivienda en un distrito de Zona 4 ($Z = 0,45$): el estado sísmico escala por $0,45/0,35 = 1,2857$ mientras la gravedad no cambia. En esa sección los estados separados dan un momento de gravedad casi nulo (la columna de un entramado regular toma sobre todo axial, no flexión) y un momento sísmico apreciable. Aplica tú las mismas cinco combinaciones del Art. 9.2 sobre los estados con el sismo escalado y halla el momento de diseño. Cuando termines, tu gobernante debe caer sobre este número:

$$M_{\text{diseño}} = 1,25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CS} = 8,264\text{ tonf}\cdot\text{m} \quad (\text{gobierna la ec. 9-4})$$

con la gravedad pura aportando apenas 0,002 tonf·m, es decir el sismo pone prácticamente el 100 por ciento de la demanda. Si te dio, no fue suerte: entendiste que las cinco combinaciones no dimensionan a todos los elementos por igual. La misma viga cargada del Nivel 1 la gobierna la gravedad (92,8 por ciento), y esta columna la gobierna el sismo (100 por ciento). Esa es la lección conceptual del capítulo: ninguna combinación del Art. 9.2 sobra, porque la gravitatoria dimensiona las vigas cargadas y las sísmicas dimensionan las columnas y el pórtico descargado. Diseñar con una sola combinación, la que a uno le parezca “la fuerte”, dejaría la mitad del edificio del lado inseguro.

Ejercicios propuestos

Ejercicio 6.1 (nivel drill). En el apoyo central de la viga del Nivel 1 del pórtico S-Y (eje B), los análisis por estado de carga separado entregan las solicitaciones de momento flector: $\text{CM} = 11,686\text{ tonf}\cdot\text{m}$, $\text{CV} = 3,458\text{ tonf}\cdot\text{m}$ y $\text{CS} = 5,022\text{ tonf}\cdot\text{m}$ (todas de tracción en la fibra superior). Aplica las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2 de la Norma E.060, obtén la envolvente (máximo y mínimo en magnitud) e identifica la combinación gobernante. Indica además qué fracción del momento de diseño aporta la gravedad.

Ejercicio 6.2 (nivel aplicado). Reubica la vivienda en un distrito de la costa clasificado como Zona 4 ($Z = 0,45$). Como el cortante basal del análisis estático es proporcional a Z (el factor C y el factor de suelo S no cambian), las fuerzas laterales del pórtico escalan por la razón $0,45/0,35 = 1,2857$, mientras que los estados de gravedad (CM , CV) no cambian. Rehaz con el motor la envolvente de DMF y DFC de la viga del Nivel 1 del pórtico S-Y (eje B), determina el valor de diseño del momento en el apoyo central y del cortante, y compara con la Zona 3 del texto. Explica por qué el cortante de diseño no cambia aunque el sismo crezca un 28,6 por ciento.

Ejercicio 6.3 (nivel criterio). Considera dos secciones de diseño del edificio: el cortante de la viga del Nivel 1 del pórtico cargado (eje B) y el momento en el pie de la columna interior del Nivel 1 del pórtico descargado (eje 2). Para cada una, evalúa las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2, identifica la combinación gobernante y cuantifica el

aporte relativo del sismo. Descubre y explica por qué la viga gobierna la gravedad (ec. 9-1) mientras que la columna gobierna el sismo (ec. 9-4), leyendo la mecánica del pórtico que produce ese contraste.

Ejercicio 6.4 (nivel reto). Construye la envolvente completa de la columna extrema (intersección con el eje A) del Nivel 1 del pórtico S-X (eje 2) bajo las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2. Halla el momento flector de diseño (máximo entre pie y cabeza) y, sobre todo, la fuerza axial de diseño, incluida la de menor magnitud. Muestra que la combinación $0,9 CM \pm CS$, al reducir la gravedad estabilizante al 90 por ciento, invierte el signo de la axial en esta columna de barlovento (compresión a tracción neta) y explica por qué la norma obliga a verificar ese escenario de flexocompresión con carga axial baja.

Solucionario

Cada solución sigue la misma secuencia: enunciado, datos, combinaciones normativas del Art. 9.2 con su ecuación, sustitución, resultado verificado con el motor matricial propio (se resume la verificación numérica) e interpretación física. La convención de notación es la del estándar del libro: CM carga muerta, CV carga viva, CS estado sísmico del plano del pórtico (SX o SY), y $N > 0$ compresión.

Solución 6.1. Las cinco combinaciones en una sección

Datos. Apoyo central de la viga del Nivel 1 del eje B. Momentos por estado separado (magnitud, tracción en la fibra superior): $CM = 11,686$ tonf·m, $CV = 3,458$ tonf·m, $CS = 5,022$ tonf·m.

Paso 1. Aplicación de las cinco combinaciones (Art. 9.2). Como todas las solicitaciones tienen el mismo signo (momento negativo de apoyo), la aritmética es directa:

$$1,4 CM + 1,7 CV = 1,4(11,686) + 1,7(3,458) = 22,239 \text{ tonf·m}$$

$$1,25 (CM + CV) + CS = 1,25(11,686 + 3,458) + 5,022 = 23,952 \text{ tonf·m}$$

$$1,25 (CM + CV) - CS = 1,25(15,144) - 5,022 = 13,908 \text{ tonf·m}$$

$$0,9 CM + CS = 0,9(11,686) + 5,022 = 15,539 \text{ tonf·m}$$

$$0,9 CM - CS = 0,9(11,686) - 5,022 = 5,496 \text{ tonf·m}$$

Paso 2. Envolvente. El máximo en magnitud es 23,952 tonf·m, entregado por la combinación $1,25 (CM + CV) + CS$ (ec. 9-4); el mínimo es 5,496 tonf·m, de $0,9 CM - CS$ (ec. 9-5).

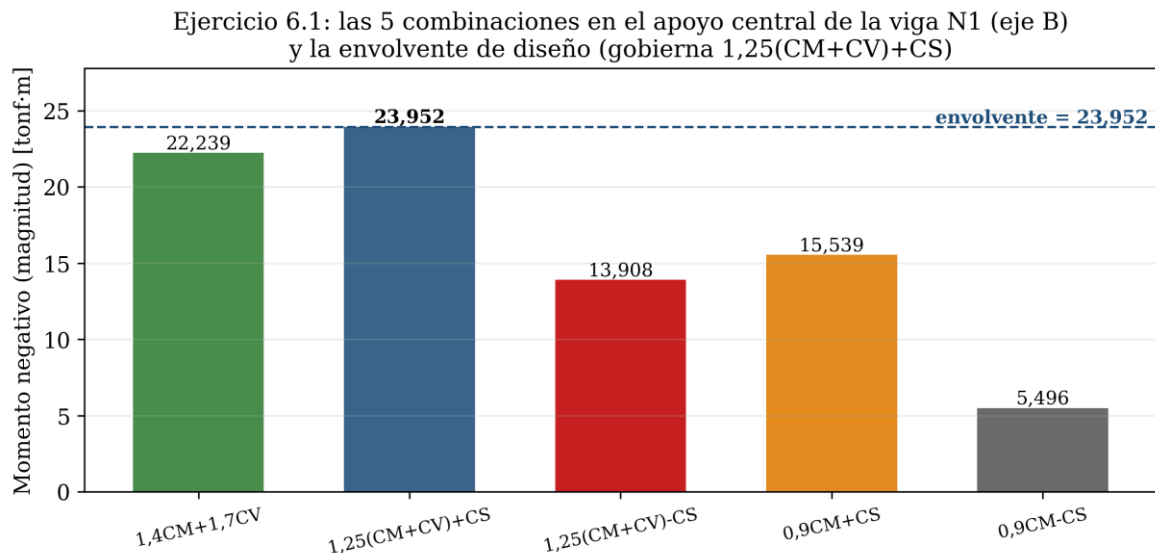


Figura E6.1. Las cinco combinaciones efectivas del Art. 9.2 de la Norma E.060 en el apoyo central de la viga N1 del eje B. La combinación $1,25(CM + CV) + CS$ gobierna la envolvente con 23,952 tonf·m; la gravedad pura $1,4 CM + 1,7 CV$ aporta 22,239 tonf·m, el 92,8 por ciento del valor de diseño.

Verificación. Los autores contrastaron las cinco combinaciones aplicadas por fórmula explícita contra el método Modelo.combinations_e060 del motor matricial propio.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
1,4 CM + 1,7 CV (ec. 9-1)	22,239 tonf·m	92,8 % del valor de diseño gobierna la envolvente
1,25(CM + CV) + CS (ec. 9-4)	23,952 tonf·m	
Envolvente (máx; mín)	23,952; 5,496 tonf·m	fórmula vs motor: diferencia $3,55 \times 10^{-15}$

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El momento de diseño del apoyo central es 23,952 tonf·m, y la gravedad pura aporta 22,239 tonf·m, el 92,8 por ciento. La combinación con sismo apenas lo supera, en 1,713 tonf·m (un 7,7 por ciento adicional). Es lo característico de una vivienda baja y rígida en la que las vigas cargadas se dimensionan esencialmente por gravedad. La combinación $0,9 CM - CS$, que da la menor demanda (5,496 tonf·m), no gobierna el pico, pero cumple su rol normativo de rastrear la ordenada de menor magnitud, útil cuando la reducción de gravedad puede invertir el signo del momento (lo que aquí no ocurre, pero sí en el pórtico del eje 2).

Solución 6.2. Envolvente de la viga variante en Zona 4

Datos. Viga del Nivel 1 del eje B (dos vanos de 6,0 m). Estados de gravedad idénticos a los del texto. Estado sísmico escalado por $0,45/0,35 = 1,2857$: las fuerzas laterales pasan de $F = [3,891, 6,681]$ t a $F = [5,002, 8,589]$ t.

Paso 1. Escalamiento del estado sísmico. El cortante basal del análisis estático es $V = (ZUCS/R)P$. Al cambiar solo Z de 0,35 a 0,45, con $C = 2,5$ y $S = 1,20$ invariantes, todas las fuerzas y las solicitaciones sísmicas escalan por el mismo factor 1,2857. La gravedad no cambia.

Paso 2. Envolvente de DMF (motor). Con las cinco combinaciones sobre los estados D , L y el sismo escalado, la envolvente de la viga del Nivel 1 arroja en Zona 4: momento de diseño en el apoyo central $M^- = 25,386$ tonf·m (gobierna $1,25(CM + CV) + CS$), en el apoyo exterior $M^- = 19,252$ tonf·m (gobierna $1,25(CM + CV) - CS$) y momento positivo de vano $M^+ = 11,525$ tonf·m.

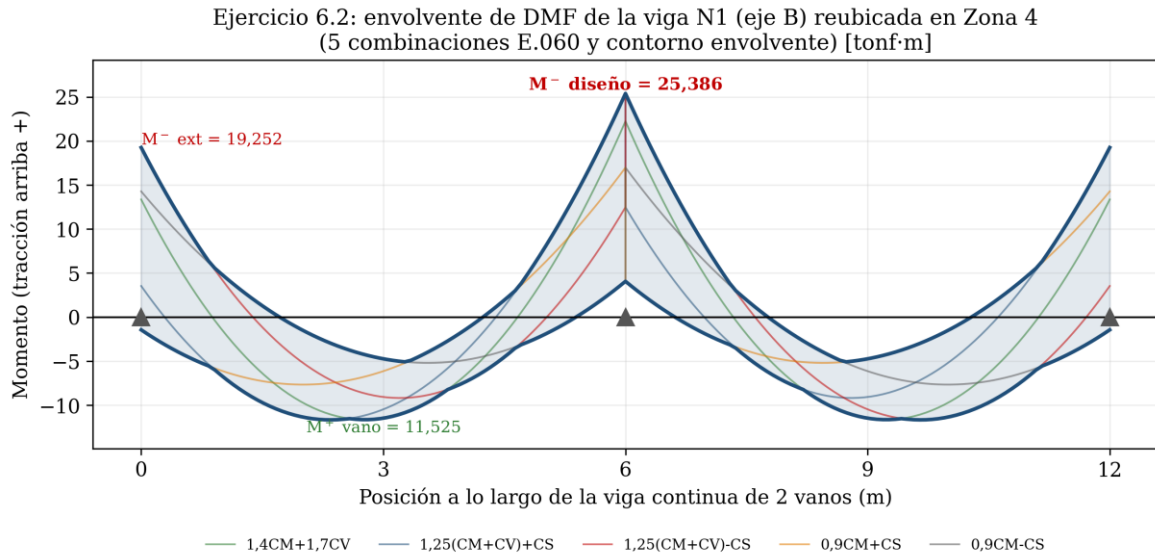


Figura E6.2a. Envolvente de DMF de la viga N1 del eje B reubicada en Zona 4: las cinco combinaciones del Art. 9.2 (líneas de color) y el contorno envolvente (azul). El momento de diseño del apoyo central es 25,386 tonf·m.

Paso 3. Envolvente de DFC (motor). El cortante de diseño es $V = 20,995$ t, idéntico al de Zona 3, y lo fija la combinación de gravedad pura $1,4 CM + 1,7 CV$.

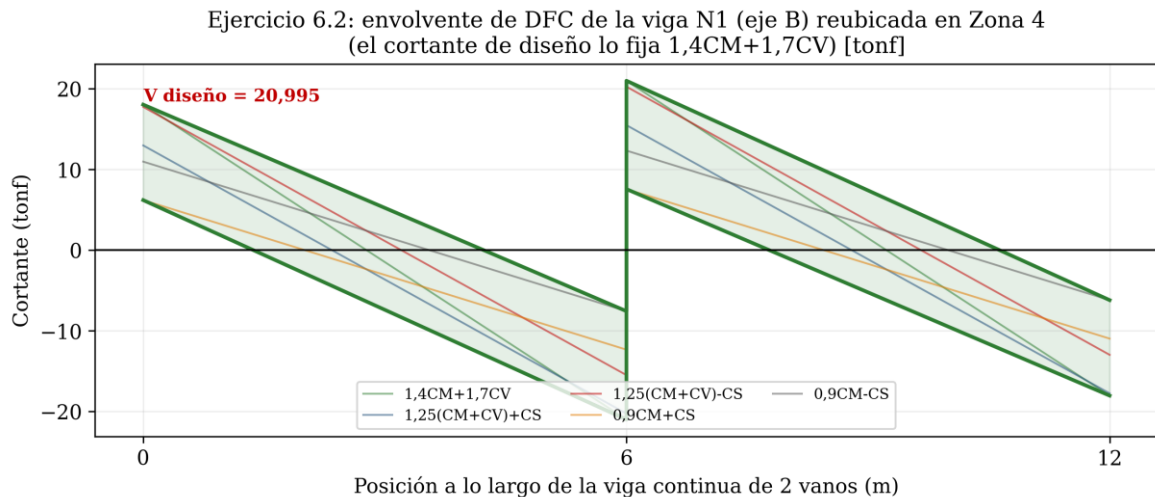


Figura E6.2b. Envolvente de DFC de la viga N1 del eje B en Zona 4. El cortante de diseño, 20,995 t, lo fija la combinación gravitatoria $1,4 CM + 1,7 CV$, no las sísmicas; por eso no cambia respecto de la Zona 3.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la envolvente de la viga N1 del eje B reubicada en Zona 4, contrastada con la Zona 3 del texto.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
M^- apoyo central (Zona 4)	25,386 tonf·m	+5,99 % vs Zona 3 (23,952); gobierna $1,25(CM + CV) + CS$
M^- apoyo exterior (Zona 4)	19,252 tonf·m	+9,98 % vs Zona 3 (17,505)
Cortante de diseño V	20,995 t	idéntico a Zona 3: lo fija la gravedad pura

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. Amplificar el sismo un 28,6 por ciento sube el momento de diseño del apoyo central solo un 5,99 por ciento (de 23,952 a 25,386 tonf·m) y el del apoyo exterior un 9,98 por ciento. La razón es que en la combinación gobernante $1,25(CM + CV) + CS$ la parte gravitatoria domina: sobre un momento gravitatorio grande, el incremento sísmico rinde poco en términos relativos, y por eso pesa más donde el momento de gravedad es menor (el apoyo exterior sube más que el central). El cortante de diseño **no se mueve** porque su combinación gobernante es la gravitatoria pura, sobre la que el factor Z no tiene efecto alguno. La lección de diseño es que en estructuras bajas y rígidas la demanda sísmica de las vigas cargadas es un complemento, no el motor del dimensionamiento.

Solución 6.3. La combinación gobernante depende del elemento

Datos. Dos secciones: (A) cortante de la viga del Nivel 1 del eje B (pórtico cargado); (B) momento en el pie de la columna interior del Nivel 1 del eje 2 (pórtico descargado).

Paso 1. Sección A, cortante de la viga (motor). Las cinco combinaciones dan: $1,4 CM + 1,7 CV = 20,995$ t; $1,25(CM + CV) + CS = 19,732$ t; $1,25(CM + CV) - CS = 16,021$ t; $0,9 CM + CS = 11,806$ t; $0,9 CM - CS = 8,095$ t. **Gobierna la gravedad pura** con 20,995 t; el estado sísmico aporta apenas 1,856 t (el 8,8 por ciento), y ni siquiera la combinación con sismo alcanza a la gravitatoria.

Paso 2. Sección B, momento del pie de columna (motor). Las cinco combinaciones dan: $1,4 CM + 1,7 CV = 0,002$ tonf·m; $1,25(CM + CV) + CS = 6,428$ tonf·m; $1,25(CM + CV) - CS = 6,424$ tonf·m; $0,9 CM + CS = 6,428$ tonf·m; $0,9 CM - CS = 6,425$ tonf·m. **Gobierna el sismo** con 6,428 tonf·m; la gravedad amplificada aporta 0,002 tonf·m, prácticamente nada, y el estado sísmico pone casi la totalidad de la demanda.

Ejercicio 6.3: la combinación gobernante depende del elemento

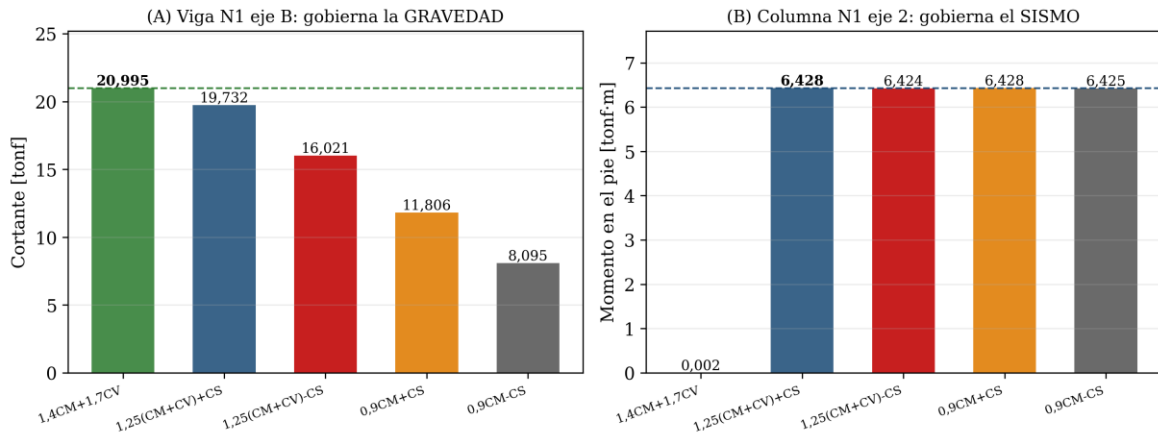


Figura E6.3. La combinación gobernante depende del elemento. (A) La viga del eje B la gobierna la gravedad ($1,4\text{ CM} + 1,7\text{ CV}$, 20,995 t de cortante). (B) La columna del eje 2 la gobierna el sismo ($1,25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CS}$, 6,428 tonf-m de momento en el pie); la gravedad no llega a 0,01 tonf-m.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la combinación gobernante de cada sección, evaluando las cinco combinaciones del Art. 9.2.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Cortante de la viga N1 eje B	20,995 t	gobierna la gravedad ($1,4\text{ CM} + 1,7\text{ CV}$); sismo 8,8 %
Momento del pie de columna N1 eje 2	6,428 tonf-m	gobierna el sismo ($1,25(\text{CM} + \text{CV}) + \text{CS}$); gravedad 0,0 %

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. El contraste es el hallazgo central del capítulo. La viga del pórtico cargado recibe toda la losa: su cortante de gravedad es alto de partida (20,995 t) y las fuerzas sísmicas de una vivienda rígida de dos pisos no lo alcanzan, de modo que la gravedad manda. La columna, en cambio, casi no toma flexión por gravedad (en un entramado regular las columnas reciben sobre todo carga axial), y la fuerza lateral de sismo entra al sistema precisamente como flexión de columnas y de nudos; por eso el sismo pone el 100 por ciento de su momento de diseño. La consecuencia práctica es que ninguna combinación del Art. 9.2 es redundante: la gravitatoria dimensiona las vigas cargadas y sus cortantes, y las sísmicas dimensionan las columnas, los nudos y las vigas del pórtico descargado.

Solución 6.4. Envoltente de columna: momento y axial de diseño

Datos. Columna extrema (eje A) del Nivel 1 del pórtico S-X (eje 2). Se registran, por cada una de las cinco combinaciones, el momento en el pie (M_{pie}), en la cabeza (M_{cabeza}) y la fuerza axial N ($N > 0$ compresión).

Paso 1. Envoltente por combinación (motor).

Combinación (Art. 9.2)	M_{pie} (tonf·m)	M_{cabeza} (tonf·m)	N (t)
1,4 CM + 1,7 CV	-0,163	-0,310	+2,359
1,25(CM + CV) + CS	+5,536	+3,147	-0,916
1,25(CM + CV) - CS	-5,827	-3,700	+5,129
0,9 CM + CS	+5,577	+3,224	-1,506
0,9 CM - CS	-5,786	-3,623	+4,539

Paso 2. Solicitaciones de diseño. El momento de diseño es $M = 5,827$ tonf·m (en el pie, bajo $1,25(CM + CV) - CS$). La axial máxima de compresión es 5,129 t (misma combinación). La axial mínima es $N = -1,506$ t, es decir **tracción neta**, bajo $0,9 CM + CS$: la gravedad pura daba una compresión de 2,359 t, y al reducirla al 90 por ciento el volteo sísmico invierte el signo.

Ejercicio 6.4: envolvente de la columna extrema (eje A, N1, eje 2); la combinación 0,9CM+CS revela tracción neta

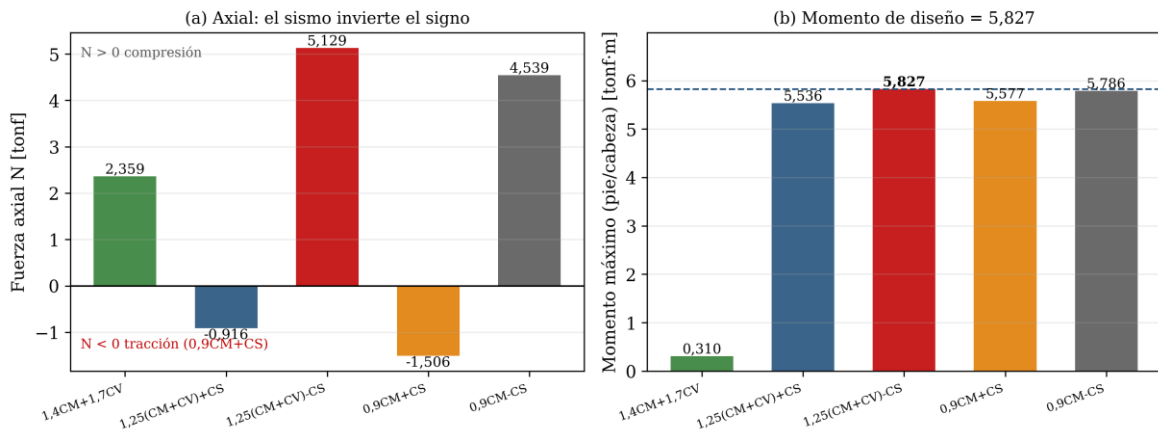


Figura E6.4. Envolvente de la columna extrema (eje A, N1, eje 2). (a) La fuerza axial por combinación: la gravedad da compresión (+2,359 t), pero la combinación 0,9 CM + CS la invierte a tracción neta (-1,506 t). (b) El momento de diseño es 5,827 tonf·m, gobernado por $1,25(CM + CV) - CS$.

Verificación. Los autores validaron con el motor matricial propio la envolvente de la columna extrema, incluida la inversión del signo de la fuerza axial.

Magnitud	Valor del motor	Contraste
Momento de diseño (pie)	5,827 tonf·m	gobierna $1,25(CM + CV) - CS$
Axial por gravedad pura	+2,359 t	compresión (1,4 CM + 1,7 CV)
Axial mínima	-1,506 t	tracción neta bajo 0,9 CM + CS: invierte el signo

Estos valores se reproducen aplicando paso a paso el método desplegado en el capítulo.

Interpretación. La combinación $0,9 CM \pm CS$ no gobierna la flexión (su momento, 5,577 tonf·m, queda por debajo del pico de 5,827 tonf·m), pero es la única que revela el escenario crítico que la tabla de momentos oculta: al reducir la gravedad estabilizante al 90 por ciento, la columna de barlovento pasa de una compresión de 2,359 t a una tracción neta de 1,506 t. Esa es la condición de flexocompresión con carga axial baja (o nula), la más desfavorable para el diagrama de interacción de una columna de concreto armado, porque la sección pierde el confinamiento que la compresión aportaba y la capacidad a flexión cae. Por eso

la Norma E.060 obliga a verificar explícitamente la ecuación (9-5): suponer la gravedad plena cuando en realidad ayuda a la estabilidad dejaría el diseño del lado inseguro. En esta vivienda, además, confirma que el sismo gobierna el pórtico descargado no solo en flexión sino también en la naturaleza misma de la sollicitación axial de sus columnas.



CAPÍTULO 7. LA NORMA EN PERSPECTIVA: E.030-2018 FRENTE A E.030-2026

Objetivos de aprendizaje

Toda norma nueva trae la misma pregunta ansiosa: ¿y ahora cuánto me cambia el cálculo? Este capítulo enseña a responderla bien, y la respuesta empieza por un giro: antes de preguntar cuánto cambia la norma, hay que preguntar dónde vive la estructura dentro del espectro. Sobre el edificio del libro, que resulta invariante entre ediciones, aprenderás a leer una actualización normativa sin rehacer un solo análisis. Al cerrarlo deberías ser capaz de:

- **Contrastar** parámetro por parámetro la E.030-2018 y la E.030-2026, distinguiendo lo que no cambió (zona, uso, reducción, peso sísmico, límite de deriva) de los cinco cambios sustantivos (el corrimiento de T_p , los parámetros de sitio interpolables con $\bar{V}_{s30}$, la rama ascendente del espectro, el nuevo perfil S4 tabulado y la reenumeración del articulado).
- **Ubicar** la estructura en el espectro de diseño y **explicar** por qué esta vivienda rígida de período corto ($T = 0,1714$ s, en lo profundo de la meseta) entrega el mismo cortante basal, $V = 40,867$ t, bajo ambas ediciones.
- **Distinguir** la C del cortante estático (que se congela en 2,5 para todo $T \leq T_p$, según los artículos 18.3 y 34.1) de la C del espectro dinámico (que sí baja por la rama ascendente): confundirlas es un error real del lado inseguro.
- **Cuantificar** dónde sí muerde el cambio: la altura (el primer edificio afectado tiene 11 pisos, y desde 12 pisos la reducción se estabiliza en el 10 por ciento) y el suelo (medir $\bar{V}_{s30}$ puede bajar el cortante un 4,17 por ciento, y un perfil S4 lo sube un 8,33 por ciento).

La destreza que deja el capítulo no es memorizar qué cambió en 2026, sino saber anticipar el efecto de cualquier edición futura leyendo la posición del edificio en el espectro. Esa es la lección que sobrevive a la norma.

Los capítulos anteriores analizaron la vivienda de este libro con la Norma Técnica E.030 de Diseño Sismorresistente en su edición 2026 [1], vigente al momento de escribir estas páginas. Este capítulo la pone en perspectiva contra la edición que reemplazó: la E.030-2018, aprobada por Resolución Ministerial N.º 355-2018-VIVIENDA y modificada por la RM N.º 043-2019-VIVIENDA [8]. La pregunta que ordena el capítulo no es solamente “¿qué cambió en la norma?”, sino una más útil para el proyectista: **¿a quién le cambia?**

La respuesta, anticipada con total honestidad, tiene dos caras. La primera: para el edificio de este libro, una vivienda aporticada de dos pisos sobre suelo S3 en Huancayo, **no cambia absolutamente nada**. El cortante basal, la distribución de fuerzas en altura, las derivas y las envolventes de diseño son idénticos bajo ambas ediciones, número por número. La segunda cara: esa invariancia no es una propiedad de la norma, sino una propiedad de la posición del edificio dentro del espectro. Basta cambiar la altura de la estructura o las condiciones del suelo para que la actualización sí muerda, y este capítulo calcula exactamente dónde y cuánto. Ambas caras se demuestran con las fórmulas

cerradas de las dos ediciones, sin ningún análisis estructural nuevo: todos los resultados se derivan directamente de esas fórmulas y pueden verificarse a mano.

Lejos de restarle valor al caso de estudio, la invariancia es una lección de ingeniería en sí misma: entender por qué el edificio no siente el cambio normativo exige entender dónde vive la estructura dentro del espectro de diseño, que es precisamente la competencia que este capítulo quiere formar.

7.1 Qué cambió en la actualización

La comparación se hizo artículo por artículo sobre los dos textos oficiales: el PDF de la E.030-2018 con su modificatoria RM 043-2019 publicado por el MVCS [8] y el PDF de la E.030-2026 firmado digitalmente por el MVCS [1]. La Tabla 7.1 resume el contraste para los parámetros que intervienen en el análisis sísmico estático de una edificación como la de este libro (Zona 3, suelo S3, categoría C, pórticos de concreto armado).

Tabla 7.1. Comparativo de parámetros sísmicos: E.030-2018 frente a E.030-2026 (Zona 3, suelo S3, categoría C, pórticos de concreto armado).

Parámetro	E.030-2018 [8]	E.030-2026 [1]	¿Cambia?
Factor de zona Z (Huancayo, Zona 3)	0,35 (Art. 10, Tabla N.º 1)	0,35 (Art. 11, Tabla N.º 1)	No
Factor de suelo S ($Z3/S3$)	1,20, valor fijo (Art. 13, Tabla N.º 3)	1,15 a 1,20 según $\bar{V}_{s30}$; sin medición se toma 1,20 (Art. 17, Tabla N.º 4)	Forma: rango interpolable; el valor sin $\bar{V}_{s30}$ coincide
Período T_P (S3)	1,0 s, fijo (Art. 13, Tabla N.º 4)	0,6 a 0,9 s según $\bar{V}_{s30}$; sin medición, 0,9 s (Art. 17, Tabla N.º 5)	Sí: 1,0 s pasa a 0,9 s
Período T_L (S3)	1,6 s, fijo (Art. 13, Tabla N.º 4)	2,0 a 1,6 s según $\bar{V}_{s30}$; sin medición, 1,6 s (Art. 17, Tabla N.º 5)	Forma: rango; el valor sin $\bar{V}_{s30}$ coincide
Factor de amplificación C	$C = 2,5$ para todo $T < T_P$ (Art. 14)	Rama ascendente nueva: $C = 1 + 7,5 (T/T_P)$ si $T < 0,2 T_P$; meseta $C = 2,5$ en $0,2 T_P \leq T \leq T_P$ (Art. 18, Tabla N.º 6)	Sí: rama ascendente en el espectro; para el cortante estático se mantiene $C = 2,5$ en todo $0 \leq T \leq T_P$ (Arts. 18,3 y 34,1)
Factor de uso U (categoría C)	1,0 (Art. 15, Tabla N.º 5)	1,0 (Art. 19, Tabla N.º 7)	No
Coefficiente básico R_0 (pórticos de concreto armado)	8 (Art. 18, Tabla N.º 7)	8 (Art. 22)	No
Mínimo $C/R \geq 0,11$	Art. 28.2.2	Art. 34.2	No
Límite de deriva (concreto armado)	0,007 (Art. 32, Tabla N.º 11)	0,007 (Art. 51, Tabla N.º 14)	No
Exponente k de distribución en altura	$k = 1$ si $T \leq 0,5$ s (Art. 28.3.2)	Idéntico (Art. 35.2)	No

Parámetro	E.030-2018 [8]	E.030-2026 [1]	¿Cambia?
Peso sísmico (categoría C)	$CM + 25\% CV$ (Art. 26.b)	$CM + 25\% CV$ (Art. 31.b)	No
Excentricidad accidental	0,05 de la dimensión perpendicular (Art. 28.5)	0,05 de la dimensión perpendicular (Art. 37.a)	No
Perfil de suelo S4	“Condiciones excepcionales”: parámetros fijados por el especialista	Suelo blando tabulado: $\bar{V}_{s30} < 200$ m/s; $S = 1,30$ en Z3, $T_p = 1,2$ s, $T_L = 1,6$ s (Arts. 14, 17); lo excepcional pasa al nuevo perfil S5	Sí: S4 deja de ser excepcional

De la tabla se desprende que la actualización 2026 no tocó la columna vertebral del método estático: la zonificación, el factor de uso, los coeficientes de reducción para pórticos, el mínimo C/R , el peso sísmico, la excentricidad accidental, el exponente k y el límite de deriva para concreto armado son los mismos. Los cambios sustantivos son cinco, y todos se concentran en la caracterización del sitio y en la forma del espectro:

1. **El período de esquina T_p del suelo S3 baja de 1,0 s a 0,9 s** (valor sin medición de $\bar{V}_{s30}$). La meseta del espectro se acorta un 10 por ciento: la zona de máxima amplificación termina antes.
2. **Los parámetros de sitio de S2 y S3 dejan de ser valores fijos y se vuelven intervalos interpolables con $\bar{V}_{s30}$** , la velocidad promedio de ondas de corte en los 30 m superiores del perfil. Para Z3/S3, S vive en el intervalo 1,15 a 1,20, T_p en 0,6 a 0,9 s y T_L en 2,0 a 1,6 s; quien no mide, asume el extremo más desfavorable del intervalo (Art. 17 [1]).
3. **El espectro gana una rama ascendente para períodos muy cortos:** si $T < 0,2 T_p$, entonces $C = 1 + 7,5 (T/T_p)$, que arranca en $C = 1$ para $T = 0$ y sube linealmente hasta la meseta. La edición 2018 usaba $C = 2,5$ plano desde $T = 0$. Importante: la propia norma 2026 aclara que para determinar la fuerza cortante basal del análisis estático se debe usar $C = 2,5$ en todo el rango $0 \leq T \leq T_p$ (Art. 18.3, concordado con el Art. 34.1 [1]); la rama ascendente gobierna el espectro del análisis dinámico modal.
4. **El perfil S4 se incorpora como suelo blando con parámetros tabulados** ($\bar{V}_{s30} < 200$ m/s), mientras que los suelos excepcionales (licuables, colapsables, orgánicos) pasan al nuevo perfil S5, donde la construcción se prohíbe salvo estudio específico de sitio. En la 2018, el S4 era la categoría excepcional y sus parámetros los fijaba un especialista.
5. **Renumeración completa del articulado:** la zonificación pasa del Art. 10 al 11, los parámetros de sitio del 13 al 17, el factor C del 14 al 18, el análisis estático del 28 al bloque 34 a 37 y las derivas del Art. 32 (Tabla N.º 11) al Art. 51 (Tabla N.º 14). Quien migre memorias de cálculo debe actualizar todas las citas normativas aunque el número citado no cambie de valor.

Existen otros cambios que no tocan a la tipología de este libro pero conviene registrar: en muros de ductilidad limitada el coeficiente básico R_0 baja de 4 a 3,5 y su límite de deriva de 0,005 a 0,004, un endurecimiento real para esa tipología.

7.2 El edificio de este libro bajo ambas ediciones: invariante, y por qué

Con la Tabla 7.1 a la vista, el recálculo del edificio es directo. El período fundamental estimado no depende de la edición, porque la fórmula $T = h_n/C_T$ y el coeficiente $C_T = 35$ para pórticos son idénticos en ambas:

$$T = \frac{h_n}{C_T} = \frac{6,0}{35} = 0,1714 \text{ s}$$

La Tabla 7.2 sigue la cadena completa del cortante basal, parámetro a parámetro, con los valores calculados según las fórmulas de cada edición.

Tabla 7.2. El edificio del libro bajo ambas ediciones: cadena completa del cortante basal.

Magnitud	E.030-2018 [8]	E.030-2026 [1]	Diferencia
Z	0,35	0,35	0
U	1,0	1,0	0
S (S3, sin $\bar{V}_{s30}$)	1,20	1,20	0
T_P	1,0 s	0,9 s	-0,1 s
T_L	1,6 s	1,6 s	0
$T = h_n/C_T$	0,1714 s	0,1714 s	0
¿Dónde cae T ?	Meseta ($T < T_P$)	Meseta del estático ($T \leq T_P$, Art. 34.1)	sin efecto
C (cortante estático)	2,5	2,5	0
R	8	8	0
$ZUCS/R$	0,13125	0,13125	0
P (peso sísmico)	311,364 t	311,364 t	0
V	40,867 t	40,867 t	0,000 t (0,00 %)
k (distribución en altura)	1,0	1,0	0
F_2, F_1	25,798 t, 15,069 t	25,798 t, 15,069 t	0
Límite de deriva	0,007	0,007	0

El resultado es tajante: el cortante basal es **exactamente el mismo**, $V = 40,867 \text{ t}$, y con él toda la cascada aguas abajo del Capítulo 5 (reparto pseudo-tridimensional, derivas, diagramas de sismo) y del Capítulo 6 (envolventes E.060, que combinan estados de gravedad y sismo idénticos). No es una coincidencia numérica afortunada: es una consecuencia estructural de dónde vive este edificio en el espectro.

La razón se lee en la Figura 7.1, que superpone las curvas $C(T)$ de ambas ediciones para suelo S3 en Zona 3. El único parámetro numérico que cambió, T_P , define el punto donde termina la meseta de máxima amplificación ($C = 2,5$) y comienza la rama descendente. Al acortarse la meseta de 1,0 s a 0,9 s, las curvas se separan solamente para $T > 0,9 \text{ s}$. Nuestro edificio, con $T = 0,1714 \text{ s}$, está en el extremo opuesto del espectro: es una estructura rígida de período corto, metida profundamente en la meseta, a más de cinco veces de distancia del período de esquina. La meseta $C = 2,5$ lo cubre con holgura en las

dos ediciones, y como Z , U , S , R y P tampoco cambian, el producto $V = (ZUCS/R)P$ es invariante dígito por dígito.

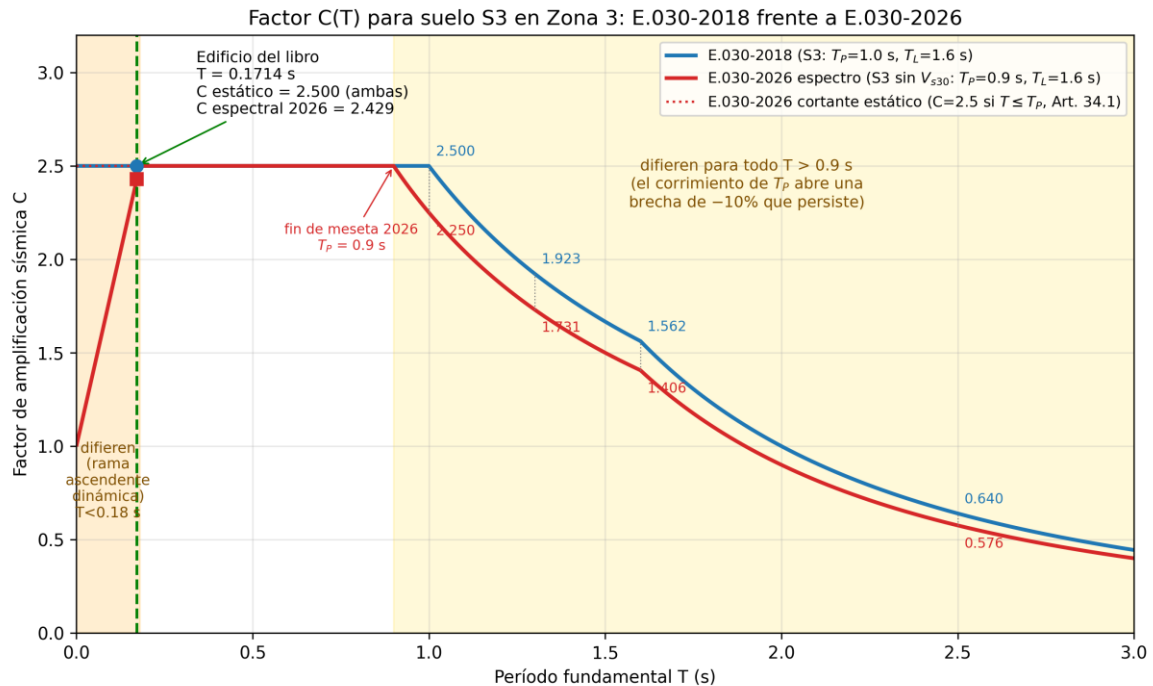


Figura 7.1. Curvas $C(T)$ de la E.030-2018 ($T_p = 1,0$ s) y de la E.030-2026 ($T_p = 0,9$ s, con rama ascendente para $T < 0,2 T_p$), para suelo S3 en Zona 3. Las zonas sombreadas marcan dónde difieren las ediciones: los períodos muy cortos del espectro dinámico ($T < 0,18$ s) y todo el rango $T > 0,9$ s. El edificio del libro ($T = 0,1714$ s) queda dentro de la meseta del método estático en ambas ediciones, con $C = 2,5$.

Hay un matiz que la honestidad técnica obliga a declarar, y que la Figura 7.1 muestra en su franja izquierda. Con $T_p = 0,9$ s, el quiebre de la rama ascendente del espectro 2026 queda en $0,2 T_p = 0,18$ s, y nuestro período $T = 0,1714$ s cae apenas por debajo: en un análisis dinámico modal espectral, la ordenada correspondiente al modo fundamental sería

$$C_{esp} = 1 + 7,5 \frac{T}{T_p} = 1 + 7,5 \times \frac{0,1714}{0,9} = 2,4286$$

un 2,86 por ciento menor que la meseta. Es decir, el edificio de este libro sí toca uno de los cambios de la 2026, pero solo en el espectro dinámico, que no es el método empleado en este informe. Para el análisis estático de fuerzas equivalentes, que es el que corresponde a esta edificación regular de baja altura y el que desarrolló el Capítulo 5, la norma 2026 ordena explícitamente usar $C = 2,5$ en todo el rango $0 \leq T \leq T_p$ (Art. 18.3 y Art. 34.1 [1]), y la invariancia es total. Este detalle es una trampa conocida al implementar la norma en software: si se toma la C espectral de la Tabla N.º 6 para el cortante estático se obtiene V un 2,86 por ciento menor, del lado inseguro, error que el motor de cálculo de este libro tiene expresamente corregido y verificado.

La lección pedagógica de esta sección vale más que cualquier recálculo: **antes de preguntar cuánto cambia una norma, hay que preguntar dónde vive la estructura dentro del espectro**. Un edificio rígido de período corto es sensible a Z , U , S y R , pero indiferente a los períodos de esquina; un edificio flexible de período largo vive en las ramas descendentes y siente cualquier corrimiento de T_p o T_L . Saber ubicar la estructura en esa

geografía espectral permite anticipar el efecto de una actualización normativa sin rehacer un solo análisis.

7.3 Dónde sí muere el cambio: altura, análisis dinámico y suelos

Que el edificio del libro sea invariante no significa que la actualización sea inocua. Esta sección calcula, con las mismas fórmulas cerradas, los tres frentes donde la E.030-2026 sí cambia resultados.

7.3.1 La altura: el corrimiento de T_p muere a partir de 11 pisos

El experimento es controlado: se mantiene la tipología del libro (pórticos de concreto armado, $C_T = 35$, altura de piso de 3,0 m, suelo S3 en Zona 3 sin medición de $\bar{V}_{s30}$) y se hace crecer el número de pisos N , con $h_n = 3,0 N$ y $T = h_n/35$. El factor C del cortante estático se evalúa con cada edición. La condición para que aparezca una diferencia es que el período supere la meseta más corta:

$$T > T_{P,2026} = 0,9 \text{ s} \Leftrightarrow h_n > 0,9 \times 35 = 31,5 \text{ m} \Leftrightarrow N > \frac{31,5}{3,0} = 10,5$$

de modo que **el primer edificio que siente el cambio es el de $N = 11$ pisos** ($h_n = 33 \text{ m}$, $T = 0,9429 \text{ s}$). La Tabla 7.3 desarrolla la serie completa.

Tabla 7.3. Sensibilidad en altura: factor C del cortante estático bajo ambas ediciones ($T = h_n/35$, altura de piso 3,0 m, suelo S3/Z3 sin $\bar{V}_{s30}$).

N (pisos)	h_n (m)	T (s)	C_{2018}	C_{2026}	ΔC (%)
1	3,0	0,0857	2,500	2,500	0
2 (libro)	6,0	0,1714	2,500	2,500	0
4	12,0	0,3429	2,500	2,500	0
6	18,0	0,5143	2,500	2,500	0
8	24,0	0,6857	2,500	2,500	0
10	30,0	0,8571	2,500	2,500	0
11	33,0	0,9429	2,500	2,386	-4,55
12	36,0	1,0286	2,431	2,188	-10,00
13	39,0	1,1143	2,244	2,019	-10,00
14	42,0	1,2000	2,083	1,875	-10,00
15	45,0	1,2857	1,944	1,750	-10,00
16	48,0	1,3714	1,823	1,641	-10,00

La estructura del resultado es reveladora. En la franja de transición $0,9 < T < 1,0 \text{ s}$, la edición 2018 todavía está en su meseta ($C = 2,5$) mientras la 2026 ya descende con $C = 2,5 (0,9/T)$: la diferencia crece desde 0 en $T = 0,9 \text{ s}$ hasta su **máximo de -10,0 por ciento en $T = 1,0 \text{ s}$** , donde $C_{2018} = 2,500$ y $C_{2026} = 2,250$. A partir de $T \geq 1,0 \text{ s}$ ambas curvas descenden con la misma ley $2,5 (T_p/T)$ y el cociente se congela en $C_{2026}/C_{2018} = 0,9/1,0 = 0,90$: la brecha del 10 por ciento no se cierra nunca, y se mantiene también en la rama de períodos largos ($T > T_L$), donde el cociente $T_p \cdot T_L$ conserva la misma proporción. En otras palabras, para esta tipología y este suelo, la E.030-2026 entrega cortantes

estáticos un 10 por ciento menores que la 2018 en todos los edificios de período mayor que 1,0 s, con una transición del 0 al 10 por ciento entre los 31,5 m y los 35 m de altura. La Figura 7.2 muestra el salto.

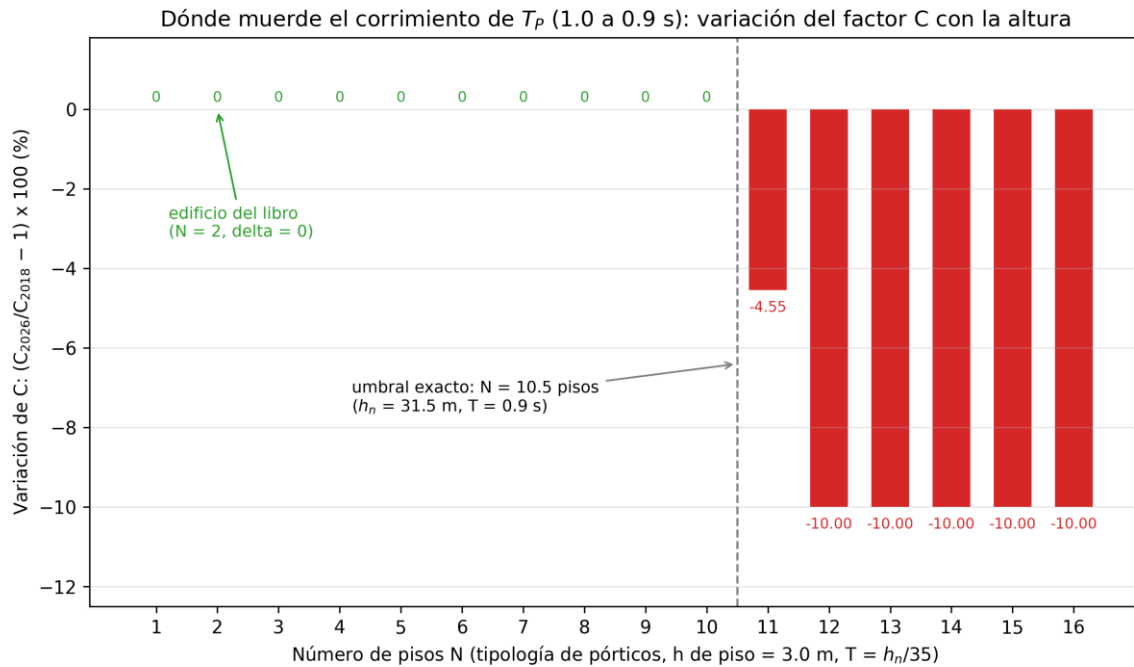


Figura 7.2. Variación porcentual del factor C del cortante estático ($C_{2026}/C_{2018} - 1$) para la tipología del libro con número creciente de pisos. El cambio es exactamente cero hasta 10 pisos, aparece en $N = 11$ (−4,55 por ciento) y se estabiliza en −10 por ciento desde $N = 12$ ($T \geq 1,0$ s). El umbral exacto es $h_n = 31,5$ m, es decir $N = 10,5$ pisos.

Dos advertencias de rigor. Primera: la estimación $T = h_n/35$ es deliberadamente gruesa; un edificio real de 11 o más pisos rara vez se resuelve con pórticos puros en zona sísmica alta, y al incorporar muros estructurales cambian C_T (45 o 60), R y el período real, de modo que la tabla debe leerse como un experimento conceptual de sensibilidad, no como el diseño de un edificio de 12 pisos. Segunda: un factor C menor no significa automáticamente un edificio más barato; el control de derivas (que no cambió: límite 0,007) suele gobernar el dimensionamiento de estructuras flexibles mucho antes que la resistencia.

7.3.2 El análisis dinámico: la rama ascendente para períodos muy cortos

El segundo frente es el espectro del análisis modal espectral. La edición 2018 definía $C = 2,5$ constante desde $T = 0$, lo que equivale a suponer que hasta la estructura infinitamente rígida amplifica 2,5 veces la aceleración del suelo. Físicamente eso es conservador en exceso: una estructura muy rígida se mueve con el terreno, y su aceleración tiende a la del suelo (la aceleración pico, no la amplificada). La 2026 corrige esa forma con la rama ascendente

$$C = 1 + 7,5 \frac{T}{T_p} \quad \text{para } T < 0,2 T_p$$

que arranca en $C = 1$ (la estructura rígida siente la aceleración del terreno, sin amplificación) y crece linealmente hasta empalmar con la meseta en $0,2 T_p = 0,18$ s para el suelo S3 sin $\bar{V}_{s30}$. Los afectados son los sistemas rígidos analizados modalmente:

edificios bajos y robustos, estructuras con muros abundantes, y los modos superiores de cualquier edificio, cuyos períodos suelen caer en esa franja. Para nuestro edificio, como se calculó en la sección 7.2, la ordenada espectral del modo fundamental bajaría de 2,5 a 2,4286 (−2,86 por ciento); el efecto práctico queda acotado porque el cortante dinámico de diseño no puede ser menor que el 80 por ciento del estático en estructuras regulares (90 por ciento en irregulares), y porque para el método estático el Art. 18.3 [1] congela $C = 2,5$ en toda la meseta, precisamente para que la economía de la rama ascendente no se traslade al método simplificado.

7.3.3 Los suelos: medir $\bar{V}_{s30}$ premia, y el S4 deja de ser tierra de nadie

El tercer frente es el más profundo conceptualmente: la caracterización del sitio deja de ser una etiqueta discreta (S0 a S3 con valores fijos) y pasa a ser una función de una propiedad medible, la velocidad promedio de ondas de corte $\bar{V}_{s30}$. Para el perfil S3 ($200 \leq \bar{V}_{s30} < 350$ m/s, Tabla N.º 3 [1]) en Zona 3, el factor de suelo se interpola linealmente entre $S = 1,20$ (extremo blando, $\bar{V}_{s30} = 200$ m/s) y $S = 1,15$ (extremo rígido, hacia 350 m/s), y los períodos de esquina entre $T_p = 0,9$ s y 0,6 s, $T_L = 1,6$ s y 2,0 s. Quien no mide asume el extremo más desfavorable: exactamente los valores usados en este libro ($S = 1,20$, $T_p = 0,9$ s, $T_L = 1,6$ s).

Esto crea un incentivo económico nuevo y bien diseñado: el ensayo geofísico que determina $\bar{V}_{s30}$ (típicamente MASW o similar) puede pagar su costo con la reducción de demanda sísmica. Para el edificio del libro, si una medición ubicara al suelo en el extremo rígido del intervalo S3, el factor bajaría a $S = 1,15$ y el cortante a

$$V = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,15}{8} \times 311,364 = 39,164 \text{ t} \quad (-4,17 \text{ por ciento})$$

Además, con $\bar{V}_{s30}$ alto el período de esquina baja hacia $T_p = 0,6$ s, y el quiebre de la rama ascendente ($0,2 T_p = 0,12$ s) quedaría por debajo de nuestro $T = 0,1714$ s: el edificio volvería a la meseta espectral con $C = 2,5$ también en el análisis dinámico. Un mismo edificio, un mismo suelo: la diferencia es solamente cuánta información se tiene de él.

En el otro extremo está el perfil S4, la novedad más visible de la tabla de suelos. En la 2018, un suelo blando con $\bar{V}_{s30} < 200$ m/s caía en la categoría excepcional: sin valores tabulados, con parámetros a criterio del especialista. La 2026 lo incorpora al catálogo ordinario: en Zona 3, $S = 1,30$, $T_p = 1,2$ s y $T_L = 1,6$ s (en Zona 4 exige directamente un análisis de respuesta de sitio, Tabla N.º 4 [1]). Si el edificio de este libro estuviera cimentado sobre un S4 en la misma zona, el cortante subiría a

$$V = \frac{0,35 \times 1,0 \times 2,5 \times 1,30}{8} \times 311,364 = 44,272 \text{ t} \quad (+8,33 \text{ por ciento})$$

y además la meseta espectral se estiraría hasta $T_p = 1,2$ s, castigando también a los edificios intermedios que en S3 ya habían salido de ella. La Figura 7.3 resume los cuatro escenarios de suelo con el cortante basal calculado; la Tabla 7.4 los tabula.

Tabla 7.4. El mismo edificio ($T = 0,1714$ s, $C = 2,5$) bajo distintos escenarios de suelo.

Escenario	S	V (t)	Variación
E.030-2018, S3 (valor fijo)	1,20	40,867	referencia

Escenario	S	V (t)	Variación
E.030-2026, S3 sin medición de $\bar{V}_{s30}$	1,20	40,867	0,00 %
E.030-2026, S3 rígido ($\bar{V}_{s30}$ cercano a 350 m/s)	1,15	39,164	-4,17 %
E.030-2026, S4 (suelo blando, nuevo perfil tabulado)	1,30	44,272	+8,33 %

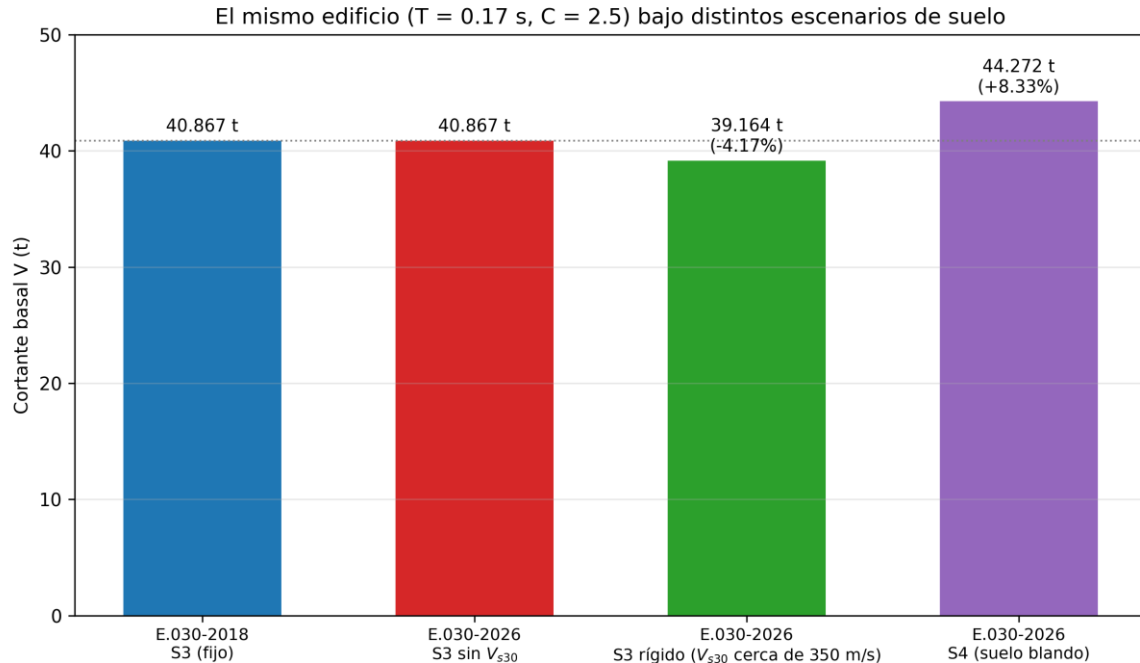


Figura 7.3. Cortante basal V del edificio del libro bajo cuatro escenarios de caracterización del suelo. Sin medición de $\bar{V}_{s30}$, ambas ediciones coinciden (40,867 t); una medición favorable reduce la demanda un 4,17 por ciento, y un perfil S4 (ahora tabulado en la 2026) la incrementa un 8,33 por ciento.

Se completa así el mapa de “a quién le cambia” la actualización: a los edificios altos y flexibles (por el corrimiento de T_p), a los sistemas rígidos analizados modalmente (por la rama ascendente), y a todos los proyectos a través de la caracterización del suelo, donde la 2026 convierte la medición geofísica en una decisión de proyecto con consecuencias económicas cuantificables en ambas direcciones.

7.4 Lo esencial del capítulo

- La E.030-2026 [1] no cambió la columna vertebral del método estático respecto de la E.030-2018 [8]: Z , U , R , el mínimo C/R , el peso sísmico, la excentricidad accidental, el exponente k y el límite de deriva 0,007 para concreto armado son idénticos. Los cambios sustantivos son cinco: T_p del S3 baja de 1,0 s a 0,9 s, los parámetros de sitio de S2/S3 se vuelven intervalos interpolables con $\bar{V}_{s30}$, el espectro gana una rama ascendente para $T < 0,2 T_p$, el perfil S4 pasa de excepcional a tabulado (y nace el S5), y todo el articulado se reenumera.
- El edificio de este libro es invariante entre ediciones: $V = 40,867$ t exacto en ambas**, con la misma distribución en altura, las mismas derivas y las mismas envolventes. La razón es estructural, no casual: con $T = 0,1714$ s el edificio vive en lo profundo de la meseta $C = 2,5$, que cubre $T \leq T_p$ en las dos ediciones, y ningún otro factor de la cadena $ZUCS/R$ cambió. Declararlo con claridad es parte del valor

pedagógico del caso: la primera destreza frente a una norma nueva es ubicar la estructura en el espectro.

- El matiz honesto: en el espectro dinámico 2026 el edificio cae en la rama ascendente ($T = 0,1714 < 0,2 T_p = 0,18$ s) con $C_{esp} = 2,4286$, un 2,86 por ciento bajo la meseta; pero para el cortante estático la norma ordena $C = 2,5$ (Arts. 18.3 y 34.1 [1]). Confundir ambas C es un error de implementación real, del lado inseguro, que el motor de este libro tiene corregido.
- El corrimiento de T_p muerde con la altura: en la tipología del libro ($T = h_n/35$, piso de 3,0 m) el primer edificio afectado tiene **11 pisos** ($h_n = 33$ m, $\Delta C = -4,55$ por ciento) y desde 12 pisos ($T \geq 1,0$ s) la reducción se congela en -10 por ciento, que es también el **delta máximo de la franja** $0,9 < T < 1,0$ s, alcanzado en $T = 1,0$ s.
- En suelos, la 2026 premia la información: medir $\bar{V}_{s30}$ puede reducir S de 1,20 a 1,15 (V baja 4,17 por ciento, a 39,164 t) y hasta devolver el edificio a la meseta espectral; y el nuevo S4 tabulado ($S = 1,30$ en Z3) subiría el cortante a 44,272 t (+8,33 por ciento) si el mismo edificio se cimentara en suelo blando.
- Todos los números de este capítulo salen de fórmulas cerradas de ambas normas; no se ejecutó ningún análisis estructural nuevo porque no hizo falta: la comparación vive íntegramente en los parámetros de entrada del método.



UNIVERSIDAD INTERAMERICANA
PARA EL DESARROLLO

CAPÍTULO 8. CONCLUSIONES

Qué te llevas de este libro

Llegar al final de una obra de cálculo es un buen momento para levantar la vista de los números y preguntarse qué queda. Este capítulo reúne el balance del edificio, conclusión por conclusión y con su resultado a la mano; pero antes de leerlo conviene nombrar lo que de verdad te llevas, que no es una tabla de valores sino un puñado de hábitos de ingeniero:

- Que un resultado se cree cuando dos caminos independientes llegan al mismo número, no cuando lo firma un software o una autoridad. La validación por doble camino, con error de 0,00000 por ciento contra OpenSeesPy, fue el criterio de verdad de toda la obra.
- Que la alternancia de carga viva no es un tecnicismo: es la diferencia entre acertar el acero de apoyo y subestimarlos, tanto en la losa como en las vigas.
- Que un mismo edificio puede estar gobernado por dos regímenes a la vez, la gravedad en la viga cargada y el sismo en las columnas, y que el diseño debe atender ambos por separado.
- Que ubicar la estructura en el espectro vale más que memorizar parámetros: es lo que te deja anticipar el efecto de cualquier norma nueva sin rehacer el análisis.
- Que un cálculo solo es tuyo cuando puedes reproducirlo; por eso todo número de este libro se regenera aplicando el método desplegado en el libro, sin licencias ni cajas negras.

Lo que sigue pone cifra a cada una de estas lecciones. Si las cierras entendiendo no solo cuánto dio cada verificación, sino por qué el edificio se comportó así, el libro cumplió su propósito: formar proyectistas que calculan entendiendo.

Este capítulo cierra la obra con las conclusiones del análisis estructural de la vivienda de dos pisos. No es un resumen: es la síntesis de lo que el edificio enseñó a lo largo del libro, ordenada para que el lector se lleve tanto los resultados como el criterio con el que se obtuvieron. Quien haya seguido los Capítulos 3 a 6 encontrará aquí el balance de ese recorrido; quien llegue directamente puede usar este capítulo como mapa inverso, pues cada conclusión remite al capítulo donde se desarrolla.

Cada conclusión se enuncia de forma específica, con su resultado numérico clave y la referencia al capítulo correspondiente, de modo que el lector pueda verificar la trazabilidad de cada afirmación. Todas las cifras provienen de los resultados calculados con el motor matricial propio, validado por doble camino contra OpenSeesPy y contra los ejemplos resueltos del docente, según se detalla en la conclusión 8.6 y en el Anexo de trazabilidad.

El recorrido es el siguiente: el cumplimiento normativo global (8.1), lo que gobernó a la losa (8.2) y a los pórticos de gravedad (8.3), el análisis sísmico y sus márgenes (8.4), las dos familias de solicitaciones que revelan las envolventes (8.5), la validación del método por doble camino (8.6), la síntesis final (8.7) y una invitación al lector: qué hacer con este libro de aquí en adelante (8.8).

8.1 La estructura cumple todos los requisitos normativos verificados

La vivienda de dos pisos, estructurada con pórticos de concreto armado en ambas direcciones ($R = 8$, Tabla N.10 de la NT E.030 [1]), satisface la totalidad de las verificaciones normativas realizadas en esta obra:

- **Derivas de entrepiso (E.030, Art. 51 [1]):** la deriva inelástica crítica es 0,005129 (primer entrepiso, dirección X), inferior al límite de 0,007 para concreto armado de la Tabla N.14, con un margen del 26,7 por ciento; en la dirección Y la deriva crítica es 0,004814, con margen del 31 por ciento (numeral 5.6).
- **Deflexión de losa (E.060, Art. 9.6 [2]):** la flecha posterior a la instalación de la tabiquería (diferida más viva) de la vigueta del aligerado es 9,509 mm, inferior al límite más exigente de la Tabla 9.2, $L/480 = 10,417$ mm, con un uso del 91,3 por ciento (numeral 3.9).
- **Resistencia (E.060, Art. 9.2 [2]):** las solicitaciones de diseño de vigas y columnas quedan definidas por las envolventes de las cinco combinaciones de carga última (Capítulo 6), construidas punto a punto sobre estados de gravedad y de sismo verificados.

El sistema de pórticos puros resulta adecuado para esta edificación: el control de derivas se logra con la sola rigidez de los pórticos, sin necesidad de placas ni muros de corte.

8.2 En la losa aligerada gobernó la deflexión, y el acero de apoyo lo dicta la alternancia

El peralte del aligerado quedó gobernado por el estado límite de servicio, no por la resistencia. El espesor inicial $e = 0,20$ m NO cumplía la deflexión para la luz de 5,0 m: su flecha relevante era 22,7 mm, el 218 por ciento del límite $L/480$. El espesor adoptado $e = 0,25$ m es el mínimo que satisface la verificación (9,509 mm, 91,3 por ciento del límite), y como los vanos extremos no alcanzan el peralte mínimo $L/18.5 = 0,270$ m de la Tabla 9.1, el cálculo explícito de la deflexión fue obligatorio (numeral 3.9).

La envolvente de diseño de la vigueta se construyó con los cinco patrones de alternancia de sobrecarga bajo $1,4 CM + 1,7 CV$ [2] (numeral 3.6), y en el Nivel 1 ($W_u = 472$ kgf/m) entrega:

- Momento negativo de apoyo: $M^- = 1,237$ tonf·m (apoyos interiores B y C), producido por los patrones de tramos adyacentes E4/E5. Ignorar la alternancia y analizar solo con todo cargado subestimaría este acero de apoyo en un 4,8 por ciento.
- Momento positivo de vano: $M^+ = 1,013$ tonf·m (vanos extremos), producido por el patrón de tramos alternos E2 y evaluado en el punto de cortante nulo para no subestimar el vano extremo asimétrico.
- Cortante máximo: $V = 1,427$ t (cara interior de apoyos, patrones E4/E5).

El Nivel 1 gobierna el diseño del aligerado: las solicitaciones del Nivel 2 escalan en la proporción de sus cargas últimas (0,61 a 0,68) y quedan cubiertas por el armado del entrepiso.

8.3 En los pórticos de gravedad gobierna el eje B; el eje 2 casi no recibe gravedad

El análisis de gravedad de los pórticos (Capítulo 4) se realizó con el método matricial de rigidez del elemento: matriz de rigidez del elemento de 6×6 en coordenadas locales, transformación de coordenadas T, ensamble por incidencia y recuperación de fuerzas internas, conforme a la formulación clásica [6]. Del comportamiento resultaron dos situaciones opuestas:

- **El pórtico del eje B (dirección S-Y) gobierna la gravedad.** Su viga recibe toda la carga del aligerado con 5,0 m de ancho tributario, con carga última $W_u = 6,505$ t/m en el Nivel 1. La envolvente de gravedad con alternancia de carga viva (tres patrones P1/P2/P3, numeral 4.6) entrega $M^- = 22,239$ tonf·m en el apoyo central y $M^+ = 12,106$ tonf·m en el vano del Nivel 1. El patrón de carga plena maximiza el apoyo central y el patrón de tramo único maximiza el vano, lo que confirma la necesidad de la alternancia también en vigas.
- **El pórtico del eje 2 (dirección S-X) casi no recibe gravedad.** Sus vigas son paralelas a las viguetas del aligerado y no reciben sobrecarga: su única carga de gravedad es el peso propio ($W_u = 0,504$ t/m), por lo que no aplica alternancia y su demanda quedará definida por el sismo (conclusión 8.5).

8.4 El análisis sísmico estático y pseudo-tridimensional cumple la E.030 con margen

El análisis estático de fuerzas equivalentes de la NT E.030-2026 [1] (Capítulo 5) partió del período fundamental $T = h_n/C_T = 6,0/35 = 0,1714$ s, menor que $T_p = 0,90$ s, por lo que el factor de amplificación sísmica se toma en la meseta del espectro: $C = 2,5$ (Art. 34.1). Con $Z = 0,35$, $U = 1,0$, $S = 1,20$ y $R = 8$, el coeficiente sísmico es $ZUCS/R = 0,13125$ y, con el peso sísmico $P = 311,364$ t, la fuerza cortante basal resulta:

$$V = 0,13125 \times 311,364 = 40,867 \text{ t}$$

idéntica en ambas direcciones, distribuida en altura con perfil triangular ($k = 1,0$): $F_1 = 15,069$ t y $F_2 = 25,798$ t.

El reparto entre los siete pórticos se resolvió con el análisis pseudo-tridimensional del docente: condensación estática de cada pórtico a su rigidez lateral k^* , transformación cinemática G_i bajo diafragma rígido, ensamble de la rigidez de piso $K = \sum G_i^T k_i^* G_i$ y solución con la fuerza inercial y el momento torsor accidental ($e = 0,05$). El equilibrio se verificó de forma exacta: la suma de las fuerzas repartidas por nivel reproduce F_i en cada caso de excentricidad. Los pórticos de diseño toman $SX = [5,023; 8,599]$ t (eje 2) y $SY = [3,891; 6,681]$ t (eje B). Con los desplazamientos del centro de masa amplificados por $0,75 R = 6,0$, las derivas CUMPLEN en las dos direcciones y en los dos entrepisos, con la deriva crítica un 26,7 por ciento por debajo del límite (conclusión 8.1).

8.5 Las envolventes revelan dos familias de solicitaciones que el diseño debe atender por separado

La construcción de las envolventes del artículo 9.2 de la E.060 [2] (Capítulo 6) muestra que en esta vivienda rígida de dos pisos conviven dos regímenes claramente distintos:

- **En las vigas del pórtico cargado (eje B) gobierna la gravedad.** El momento de diseño del apoyo central del Nivel 1 es 23,952 tonf·m, del cual la gravedad pura ($1,4\text{ CM} + 1,7\text{ CV} = 22,239\text{ tonf·m}$) aporta el 92,8 por ciento; el sismo agrega apenas 1,713 tonf·m. En cortante el sismo ni siquiera incrementa: el valor de diseño $V = 20,995\text{ t}$ es directamente el de gravedad.
- **En las columnas de ambos pórticos y en las vigas del pórtico descargado gobierna el sismo.** La viga del eje 2 pasa de 0,836 tonf·m por carga muerta a 6,005 tonf·m de envolvente (7,2 veces, con el estado sísmico aportando el 87,6 por ciento). Las columnas del eje 2 multiplican su flexión 13,7 veces (de 0,469 a 6,428 tonf·m) y las del eje B 2,2 veces (de 4,473 a 9,882 tonf·m). Además, la combinación con gravedad estabilizante $0,9\text{ CM} \pm \text{CS}$ revela tracción neta de $-1,506\text{ t}$ en las columnas extremas del eje 2 (numeral 6.4.3).

De esta lectura se desprenden implicancias directas para el diseño en concreto armado: las vigas del eje 2 requieren armado simétrico, pues sus momentos son esencialmente sísmicos y reversibles; el acero superior de los apoyos de losa y de la viga del eje B queda dictado por la alternancia de sobrecarga; y las columnas extremas del eje 2 deben verificarse a flexión con tracción axial. Ninguna combinación del artículo 9.2 resultó redundante: cada una gobierna en algún elemento de la estructura.

8.6 El método del docente se implementó de forma independiente y se validó por doble camino

Todo el análisis de la obra se ejecutó con el método matricial de rigidez sistematizado por el docente, implementado de forma propia e independiente en Python. La corrección de la implementación quedó demostrada por dos vías independientes:

- **Contra OpenSeesPy:** coincidencia del 0,00000 por ciento en todos los estados de carga de la obra; en particular, la comparación sección por sección de las cinco combinaciones efectivas en las columnas de ambos pórticos totaliza 342 comparaciones con error máximo de 0,00000 por ciento (numeral 6.5.2).
- **Contra los ejemplos resueltos del propio docente:** las tres piezas del método (matriz de elemento de 6×6 , condensación estática de Guyan y resolución del sistema pseudo-tridimensional) reproducen los valores publicados por el docente con errores entre 0,0000 y 0,0007 por ciento, residuo atribuible únicamente al redondeo a siete decimales de la fuente; las matrices de elemento coinciden a precisión de máquina (Anexo de trazabilidad).

La hoja de cálculo del docente se empleó solo como patrón de verificación, nunca como generadora de resultados. En consecuencia, los resultados de la obra son originales, trazables y reproducibles: cada cifra puede regenerarse aplicando el método desplegado en el libro y contrastarse contra dos referencias independientes.

8.7 Síntesis final

La obra despliega íntegramente la cadena del análisis estructural: losas bajo gravedad con envolventes de alternancia (Capítulo 3), pórticos bajo gravedad por el método matricial de rigidez (Capítulo 4), análisis sísmico estático y pseudo-tridimensional con derivas verificadas (Capítulo 5) y envolventes de combinaciones últimas para vigas y columnas

(Capítulo 6), aplicando en todos los casos el método del docente y comparando los resultados contra una referencia independiente. El Capítulo 7 pone además ese resultado en perspectiva normativa, al recalcular el mismo edificio con la E.030-2018 y cuantificar lo que cambió con la edición 2026. La estructura analizada es normativamente apta: cumple derivas, deflexiones y queda definida para el diseño por resistencia con solicitaciones de envolvente verificadas de extremo a extremo.

8.8 De aquí en adelante

Este libro se escribió para ser usado, no solo leído. El primer paso natural es reproducir los cálculos: el libro despliega, capítulo por capítulo, el método completo de análisis, de modo que cada cifra de esta obra puede regenerarse aplicando ese método con los datos del edificio y contrastando cada resultado contra OpenSeesPy. Si el lector obtiene los mismos valores, habrá verificado por sí mismo la cadena entera, y si obtiene otros, tendrá delante el mejor ejercicio de depuración posible.

El segundo paso es adaptar el método a los proyectos propios. Nada de lo desarrollado depende de esta vivienda en particular: basta cambiar la geometría, las cargas y los parámetros de sitio para que la misma cadena (metrado, rigidez, condensación, reparto, derivas, envolventes) analice otro edificio aporticado regular. El lector que recorra ese camino con un proyecto suyo consolidará el criterio que ningún software entrega: saber qué hace el programa por dentro y poder auditarlo.

El tercer paso es mirar la norma en perspectiva. El Capítulo 7 recalcula este mismo edificio con la E.030-2018 y lo confronta con los resultados de la E.030-2026 que este libro desarrolló: esa comparación cuantificada responde la pregunta que todo proyectista se hace ante una norma nueva, qué cambió y cuánto impacta en un edificio real, y enseña a leer las normas no como recetarios sino como documentos vivos que evolucionan con la evidencia. Con el método transparente de esta obra como base, el lector queda equipado para hacerse esa misma pregunta ante cualquier edición futura del reglamento; ese es el propósito del libro: formar proyectistas que calculan entendiendo, en la línea de los marcos planteados en el Capítulo 1.

Lo esencial de este capítulo

- La estructura cumple todas las verificaciones normativas: deriva crítica 0,005129 contra el límite 0,007 (margen del 26,7 por ciento), deflexión de losa 9,509 mm contra 10,417 mm (uso del 91,3 por ciento) y resistencia definida por envolventes verificadas.
- El peralte del aligerado lo gobernó la deflexión, no la resistencia: $e = 0,20$ m fallaba con el 218 por ciento del límite y $e = 0,25$ m es el mínimo que cumple.
- La gravedad gobierna la viga cargada (92,8 por ciento de los 23,952 tonf·m del apoyo central del eje B) y el sismo gobierna las columnas y la viga descargada (hasta 13,7 veces la flexión de gravedad en el eje 2).
- El cortante basal de la E.030-2026 es $V = 40,867$ t, con $C = 2,5$ en la meseta del espectro y coeficiente sísmico $ZUCS/R = 0,13125$.
- Todo el análisis se validó por doble camino: error de 0,00000 por ciento contra OpenSeesPy (342 comparaciones en combinaciones) y de 0,0000 a 0,0007 por ciento contra los ejemplos resueltos del docente.

- El método es reproducible de extremo a extremo: se despliega completo en los capítulos de cálculo, de modo que cada resultado puede regenerarse y contrastarse contra OpenSeesPy con los datos del edificio.



ANEXO A. Trazabilidad al método del docente

Análisis Estructural II, Universidad Continental. Docente: Ing. Misael Cipriano Joaquin Vasquez.

Este anexo documenta, de forma verificable, el origen metodológico del análisis, la equivalencia paso a paso entre el método del docente y el análisis desarrollado en la obra, y la validación cruzada de los resultados. Su propósito es dejar constancia expresa de la autoría del docente sobre el método y de la autoría del grupo sobre la implementación, en cumplimiento de las buenas prácticas de integridad académica (reconocimiento del aporte metodológico del coautor por su autoría, taxonomía de contribuciones y trazabilidad de la reimplementación).

1. Declaración de autoría y originalidad

El método de análisis empleado en esta obra es el **método matricial de rigidez (método directo de rigidez) sistematizado por el docente**, Ing. Joaquin Vasquez, tal como fue expuesto en su material de cátedra de Análisis Estructural II y en su hoja de cálculo de referencia. Se reconoce expresamente que la formulación, la convención de grados de libertad y la secuencia de cálculo (matriz de elemento, transformación de coordenadas, ensamble por incidencia, condensación estática de Guyan, resolución y recuperación de fuerzas internas) provienen de dicho material y de la bibliografía en que este se fundamenta [6].

Los resultados numéricos presentados **no se generaron con la hoja de cálculo del docente**. El grupo desarrolló una **implementación propia e independiente del mismo método**, escrita íntegramente por los autores, que fue **validada por doble vía**: primero, contra la biblioteca de elementos finitos OpenSeesPy, con coincidencia del 0,0000 por ciento; y segundo, contra los ejemplos resueltos y las fórmulas cerradas del propio material docente. La hoja de cálculo del docente se utilizó únicamente como **referencia teórica y patrón de verificación** del método, y no como generadora de los resultados de la obra.

En consecuencia, se declara que este trabajo es original de sus autores en cuanto a implementación, cálculo y redacción; que las fuentes externas publicadas se han citado según la norma ISO 690 y que el método sistematizado por el coautor Ing. Joaquin Vasquez se reconoce por su autoría; y que no se ha reutilizado material ajeno sin atribución. La autoría del método corresponde al coautor Ing. Joaquin Vasquez; la autoría de la implementación, del cálculo y de la redacción corresponde a los autores. Se asume la responsabilidad académica correspondiente.

2. Correspondencia conceptual entre el método del docente y el análisis del libro

El método del docente y el análisis matricial desarrollado en esta obra son el mismo procedimiento. El método se introduce en el Capítulo 3, aplicado a la viga continua (numerales 3.5.1 a 3.5.5), y se despliega en su forma completa, con la matriz de transformación de coordenadas, para los pórticos planos en el Capítulo 4 (numerales 4.3.1 a 4.3.7). La tabla siguiente liga cada paso del método sistematizado por el docente con el

concepto correspondiente del análisis del libro y con el numeral donde ese concepto se desarrolla.

Paso del método del docente	Concepto del análisis matricial del libro	Numeral del libro
Matriz de rigidez del elemento	matriz de la barra viga-columna de seis grados de libertad, con los coeficientes de rigidez axial EA/L , transversal $12EI/L^3$, acople flexión-cortante $6EI/L^2$ y rotacionales $4EI/L$ y $2EI/L$	3.5.2.1 (vigüeta) y 4.3.2 (pórtico)
Transformación a coordenadas globales	rotación de la barra al sistema global común, con el giro invariante ante la rotación de ejes; en la vigüeta, horizontal, se reduce a la identidad	4.3.3
Ensamble de la matriz de rigidez global	superposición por conectividad de las contribuciones de cada barra y supresión de los grados de libertad restringidos de la base	3.5.2.2 y 4.3.4
Fuerzas de empotramiento perfecto	conversión de la carga distribuida de las vigas en cargas nodales equivalentes, con los momentos y reacciones $wL^2/12$ y $wL/2$, y vector de cargas como negativo de su suma	3.5.3 y 4.3.5
Resolución del sistema $K U = F$	solución del equilibrio para los desplazamientos y giros de los nudos libres	3.5.4 y 4.3.6
Recuperación de fuerzas internas	retro-sustitución barra por barra para obtener las fuerzas axiales, las cortantes y los momentos de extremo, y trazar el diagrama de momento flector y el de fuerza cortante	3.5.5 y 4.3.7

El mismo método se extiende, en el Capítulo 5, a la condensación estática de la rigidez lateral de cada pórtico y a la transformación cinemática al diafragma rígido para el reparto pseudo-tridimensional de la fuerza sísmica, siguiendo igualmente la sistematización del docente. La correspondencia es, por tanto, paso a paso: el análisis de esta obra no adopta un método finito genérico, sino el procedimiento matricial que el docente enseña y sistematiza en su material de cátedra.

3. Validación cruzada contra los ejemplos resueltos del docente

Para comprobar que la implementación reproduce **el algoritmo del docente** y no un método finito genérico, los autores resolvieron con su propio motor tres ejemplos del material de cátedra, escogidos porque cubren las tres piezas del método: la matriz del elemento, la condensación estática de la rigidez lateral y la resolución del sistema global pseudo-tridimensional. En los tres casos los desplazamientos y giros publicados por el docente se reproducen con un error del orden de la milésima de por ciento.

Ejemplo del docente	Pieza del método validada	Error (por ciento)
Pórtico de un nivel y un vano	matriz de elemento de seis grados de libertad y resolución de $K U = F$	0,0000
Pórtico de dos niveles condensado	rigidez lateral por condensación estática de Guyan	0,0001
Edificio de dos pisos, análisis pseudo-tridimensional	resolución del sistema global de piso	0,0007

El peor valor de toda la validación, 0,0007 por ciento, proviene únicamente del redondeo con que el docente publica sus desplazamientos, y no de una diferencia de método; las matrices de elemento coinciden a precisión de máquina.

Observación honesta de convención de signo. La matriz de elemento del motor propio emplea el signo $+6EI/L^2$ en el acople entre cortante y giro, mientras que el material del docente emplea $-6EI/L^2$. Se trata de una convención de signo del grado de libertad de giro, de **magnitud idéntica**, que **no se propaga al resultado**: al resolver el sistema, los desplazamientos del docente se reproducen exactamente. No es una divergencia de método, de unidades ni de hipótesis; se deja constancia explícita por transparencia.

De forma complementaria a esta validación contra los ejemplos del propio docente, la totalidad de los resultados de la obra se contrastó, de manera independiente, contra la biblioteca de elementos finitos OpenSeesPy, con una diferencia del 0,0000 por ciento.

4. Declaración de contribuciones (estilo CRediT)

Siguiendo la taxonomía de roles de contribución CRediT, adaptada a un trabajo académico, las contribuciones se distribuyen de la manera siguiente:

- **Metodología:** el método matricial de rigidez y su sistematización corresponden al Ing. Joaquin Vasquez, según su material de cátedra.
- **Software e implementación:** los autores programaron, de forma propia e independiente, el motor de análisis que ejecuta el método.
- **Validación:** los autores realizaron la verificación cruzada de la implementación contra la biblioteca OpenSeesPy y contra los ejemplos resueltos del docente, según la Sección 3 de este anexo.
- **Análisis y redacción:** los autores realizaron el análisis estructural, la interpretación de los resultados y la redacción de la obra.

Todos los autores revisaron y aprobaron la versión final.

5. Nota sobre la contribución metodológica

El método matricial de rigidez, la condensación estática y cinemática y el análisis pseudo-tridimensional empleados en este trabajo corresponden a la Metodología del coautor Ing. Joaquin Vasquez, sistematizada en su material de cátedra y fundamentada en la bibliografía clásica [6]. La reimplementación propia en Python, la validación independiente contra OpenSeesPy y contra los ejemplos resueltos, y la aplicación completa al edificio son aporte de los autores, según la declaración de contribuciones de la Sección 4.

6. Nota de hipótesis

El análisis emplea la formulación de viga-columna de **Euler-Bernoulli (sin deformación por corte)**, que corresponde al caso base del método del docente. El material del docente ofrece también la formulación con deformación por corte de Timoshenko, que se recupera como límite cuando el factor de corte tiende a cero, así como las variantes con brazos rígidos en los extremos. Estas opciones no se utilizaron: se adopta la formulación base sin corte y sin brazos rígidos, que es la que el docente enseña por defecto y la empleada en sus ejemplos resueltos. Para las columnas y vigas de la vivienda analizada, poco esbeltas, el efecto de la deformación por corte es menor, por lo que la hipótesis de Euler-Bernoulli es adecuada y consistente con el método de referencia.

BIBLIOGRAFÍA (ISO 690)

- [1] MINISTERIO DE VIVIENDA, CONSTRUCCIÓN Y SANEAMIENTO. Norma Técnica E.030 Diseño Sismorresistente. Reglamento Nacional de Edificaciones. NT E.030:2026. Lima: El Peruano, 2026. 85 pp.
- [2] MINISTERIO DE VIVIENDA, CONSTRUCCIÓN Y SANEAMIENTO. Norma Técnica E.060 Concreto Armado. Reglamento Nacional de Edificaciones. DS N.º 010-2009-VIVIENDA. Lima: El Peruano, 2009. 205 pp.
- [3] MINISTERIO DE VIVIENDA, CONSTRUCCIÓN Y SANEAMIENTO. Norma Técnica E.020 Cargas. Reglamento Nacional de Edificaciones. DS N.º 011-2006-VIVIENDA. Lima: El Peruano, 2006. 29 pp.
- [4] ZHU, Minjie; McKENNA, Frank; SCOTT, Michael H. OpenSeesPy: Python library for the OpenSees finite element framework. *SoftwareX*. 2018, vol. 7, pp. 6 a 11.
- [5] OTTAZZI PASINO, Gianfranco. *Apuntes del curso Análisis Estructural I*. Lima: Pontificia Universidad Católica del Perú, Facultad de Ciencias e Ingeniería, 2014. 448 pp.
- [6] KASSIMALI, Aslam. *Análisis estructural*. 5.^a ed. México, D.F.: Cengage Learning, 2015. 816 pp. ISBN: 9786075195407. (Traducción de *Structural Analysis*, 5th ed., Cengage Learning, 2015.)
- [7] SAN BARTOLOMÉ, Ángel. *Análisis de Edificios*. Lima: Fondo Editorial de la Pontificia Universidad Católica del Perú, 1998. 344 pp. ISBN: 9972421120.
- [8] MINISTERIO DE VIVIENDA, CONSTRUCCIÓN Y SANEAMIENTO. Norma Técnica E.030 Diseño Sismorresistente. Reglamento Nacional de Edificaciones. RM N.º 355-2018-VIVIENDA (modificada por RM N.º 043-2019-VIVIENDA). Lima: El Peruano, 2018. 80 pp.